教材习题解答

第一章　立体几何初步

1.2　简单多面体

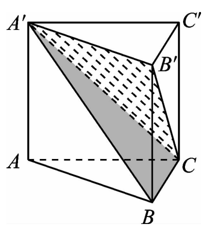
教材课后习题答案

【练习】(P_6)

1. 轴截面分别是圆、矩形、等腰三角形、等腰梯形.
2. 可能有.
3. 不是棱台. 因为侧棱延长线没有交于一点.

【习题 1－1A 组】(P_6)

1. 不一定.
2. 设长方体的对角线长为 l,长、宽、高分别为 a,b,c,则 $l=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$,即对角线的平方等于从一个顶点出发的三条棱长的平方和.
3. 球—乒乓球、圆柱—水桶、圆锥—漏斗、圆台—台灯罩、棱柱—方砖、棱锥—金字塔、棱台—桥墩等.



第 2 题图

【习题 1－1B 组】(P_6)

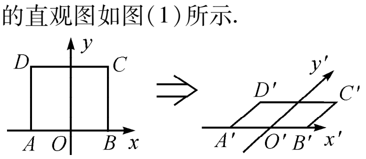
1. 提示:底面为正方形.
2. 如图所示,两个截面为 $A'BC$, $A'B'C$,三个三棱锥分别为 $A'-ABC$, $A'-BB'C$ 和 $C-A'B'C'$.

§2　直观图

教材课上思考答案

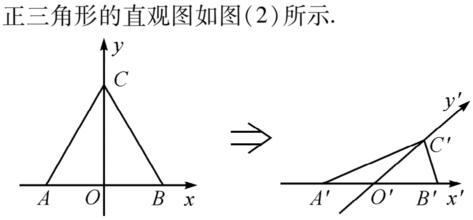
【练习】(P_{12})

1. 正方形的直观图如图(1)所示.



(1)

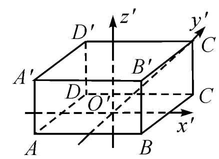
正三角形的直观图如图(2)所示.



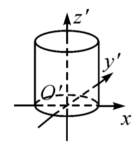
(2)

第 1 题图

2. 长方体的直观图如图所示(比例尺为 1 ∶ 2).



第 2 题图

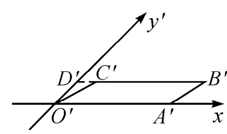


第 3 题图

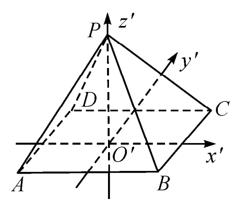
3. 圆柱的直观图如图所示.

【习题 1－2A 组】(P_{12})

1. 略. 水平放置的平行四边形的直观图如图所示.

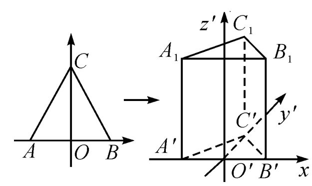


第 1 题图

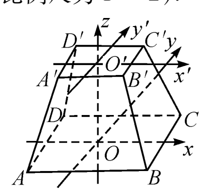


第 2 题图

2. 正四棱锥的直观图如图所示(比例尺为 1 ∶ 2).
3. 正三棱柱的直观图如图所示(比例尺为 1 ∶ 2).



第 3 题图



第 4 题图

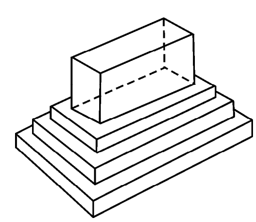
4. 正四棱台的直观图如图所示(比例尺为 1 ∶ 2).

【习题 1－2B 组】(P_{12})

观察校园内的建筑,如各个教学楼、大门、公寓楼、雕塑等,选择其中之一画出其直观图.

如学校内的一个雕塑的底座[如图(1)所示],它是由几个四棱柱构成的组合体,其直观图[如图(2)所示].


(1)


(2)

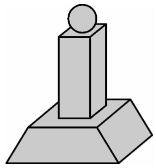
习题图

§3　三视图

教材课上思考答案

【思考交流】(P_{18})

从奖杯的三视图可以看出，奖杯底座是一个棱台，底座的上面是一个长方体，奖杯的最上部放着一个球. 根据以上分析，画出奖杯的实物图，如图所示.



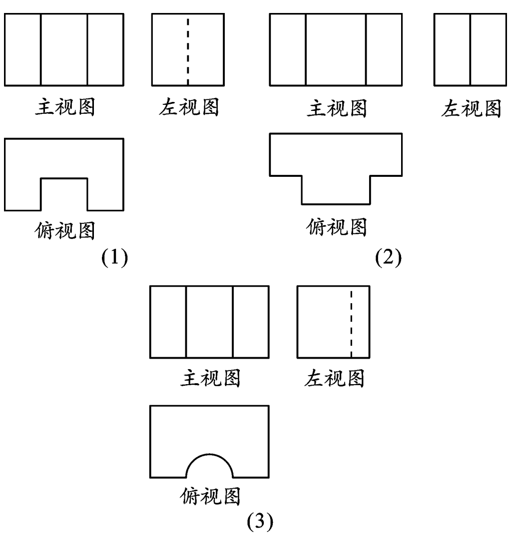
思考图

【特别提示】对常见的几何体(柱、锥、台、球)的三视图要非常熟悉，牢记它们的特征，如旋转体的左视图与主视图是相同的，它们的俯视图为圆或圆环.

教材课后习题答案

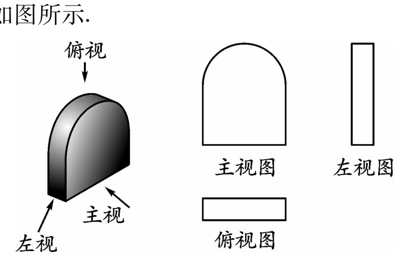
【练习】(P_{16})

1. (1)主视图错误；(2)主视图与俯视图都正确；(3)主视图与俯视图都正确. 它们正确的三视图如图所示：



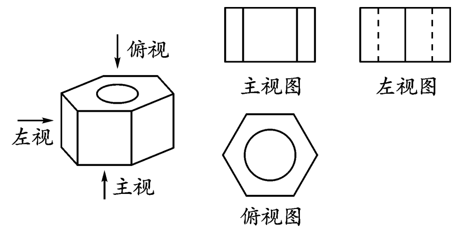
第 1 题图

2. (1)如图所示.



(1)

(2)如图所示.

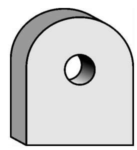


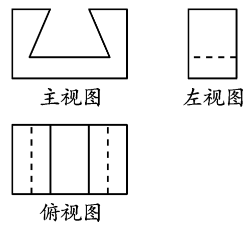
(2)

第 2 题图

【练习】(P_{18})

1. 实物图如图所示.





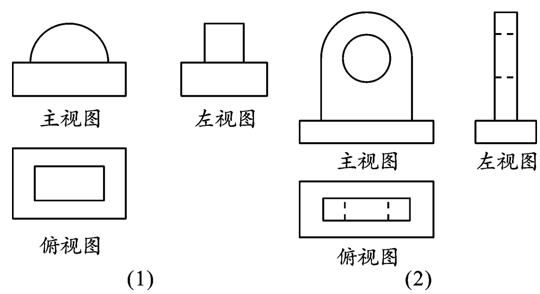
第 1 题图　　第 2 题图

2. 主视图正确，俯视图和左视图有错，正确画法如图所示.

【习题 1－3A 组】(P_{18})

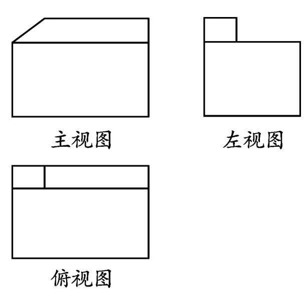
1. (1)—B；(2)—C；(3)—D；(4)—A.

2. 如图所示.



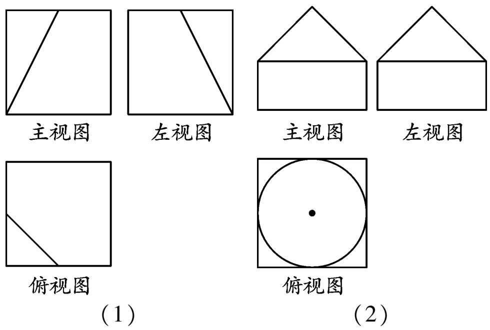
第 2 题图

3. 主视图正确，俯视图和左视图有错，正确画法如图所示.



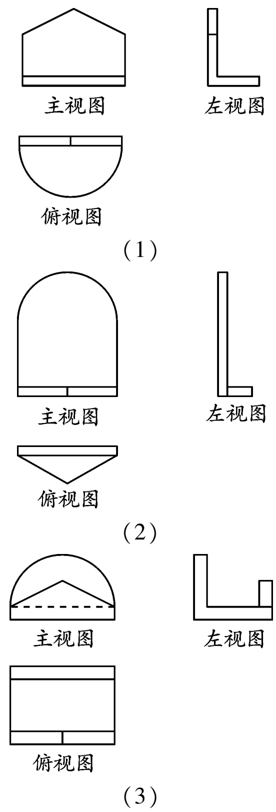
第 3 题图

4. 图(1)的三视图如图(1)，图(2)的三视图如图(2).



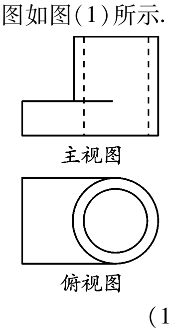
第 4 题图

5. 图(2)的三视图如图(1)所示，图(3)的三视图如图(2)，图(4)的三视图如图(3).

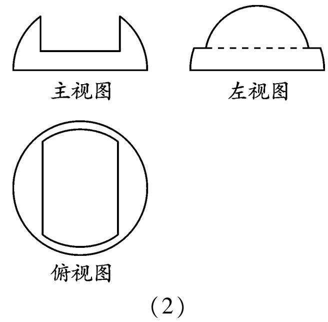


第 5 题图

6. (1)三视图如图(1)所示.

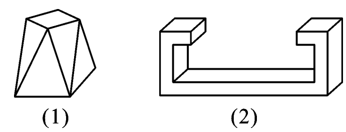


(2)三视图如图(2)所示.



第 6 题图

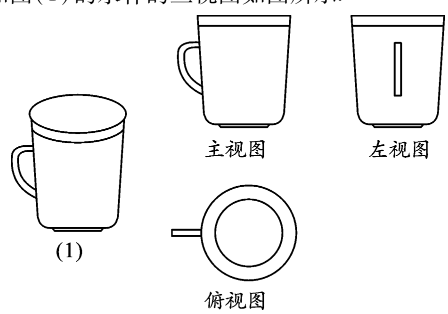
7. 物体的实物图如图所示.



第 7 题图

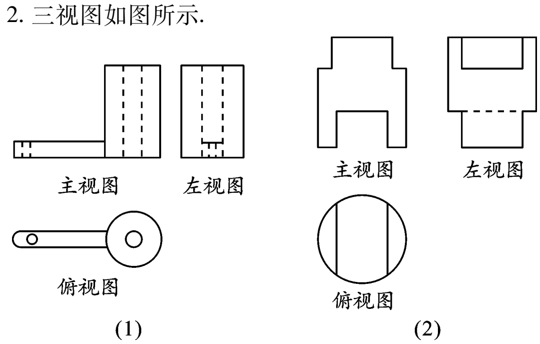
【习题 1－3B 组】(P_{21})

1. 如图(1)的水杯的三视图如图所示.



第 1 题图

2. 三视图如图所示.



第 2 题图

§4 空间图形的基本关系与公理

教材课上思考答案

【问题与思考】(P_{23})

1. 直线 AB 与直线 A_1D_1，直线 AB 与直线 B_1C_1，直线 AB 与直线 DD_1，直线 AD 与直线 BB_1，直线 AD 与

直线 CC_1 等.

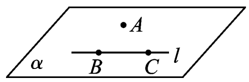
2. 教室中东西方向的日光灯所在的直线与讲桌面南北方向的边缘所在的直线是异面直线.

【思考交流】(P_{24})

1. 推论 1:经过一条直线和直线外一点,有且只有一个平面.

已知:直线 l 和点 A,点 A 在直线 l 外.

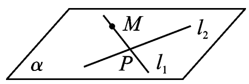
求证:过直线 l 与点 A 有且只有一个平面.



第 1 题图

证明:如图,在直线 l 上任取两点 B、C,显然 A、B、C 三点不共线. 由公理 2 知,A、B、C 三点确定一个唯一的平面 α,并且点 A 和直线 l 都在平面 α 内.

2. 推论 2:经过两条相交直线有且只有一个平面.



第 2 题图

已知:直线 l_1 交直线 l_2 于点 P.

求证:过直线 l_1 与 l_2 有且只有一个平面.

证明:如图,在直线 l_1 上取不同于点 P 的任一点 M,则点 M 在直线 l_2 外(否则 l_1 与 l_2 重合). 由推论 1 知,过点 M 和直线 l_2 有且只有一个平面 α.

$\because$ 点 P 在 l_2 上,$l_2 \subsetneqq \alpha$,$\therefore$ 点 P 在平面 α 内.

又点 M 在平面 α 内,点 P 在直线 l_1 上,点 M 在直线 l_1 上,$\therefore l_1 \subsetneqq \alpha$.

$\therefore$ 过直线 l_1、l_2 有且只有一个平面 α.

3. 推论 3:经过两条平行直线,有且只有一个平面.

已知:直线 $l_1 /\!/ l_2$.

求证:经过 l_1、l_2 有且只有一个平面.

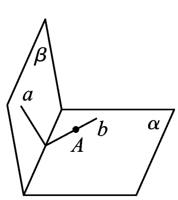
证明:由两直线平行的定义:当两条直线在同一平面内且不相交时,叫作两条平行直线,$\therefore$ 两条平行直线 l_1 和 l_2 必在某个平面 α 内. 即过两条平行直线有一个平面.

如果过 l_1 和 l_2 还有另一个平面 β,那么在 l_1 上任取一点 A,它一定在 β 内,这样过点 A 和直线 l_2 就有两个平面 α 和 β,这与推论 1 矛盾. $\therefore$ 过两条平行线 l_1 和 l_2 的平面只有一个.

教材课后习题答案

【练习】(P_{23})

1. 解:如图所示. 点 A 在直线 b 上,但不在直线 a 上,点 A 在平面 α 内,但不在平面 β 内,直线 a 与 b 是相交直线.



第 1 题图

2. 黑板所在的平面与讲台所在的平面相交,黑板边缘所在的直线在黑板面内,不在讲台面内,黑板上某个字某一点不在黑板外边缘所在的直线上.

【练习 1】(P_{24})

1. 解:其理论依据是不共线的三点确定一个平面.

2. 1　3. 1

4. 解:最多能做 4 个等边三角形. 该图形为正四面体,有 4 个顶点,6 条边,4 个面.

【练习 2】(P_{26})

1. B　2. B

3. 证明:由于 $AA' /\!/ BB'$,$BB' /\!/ CC'$,$\therefore AA' /\!/ CC'$.

$\because AA' = BB'$,$BB' = CC'$,$\therefore AA' = CC'$.

$\therefore$ 四边形 $AA'C'C$ 是平行四边形.

$\therefore AC = A'C'$. 同理 $AB = A'B'$,$BC = B'C'$.

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.

【习题 1－4A 组】(P_{26})

1. 解:不一定. 过空间不共线的三点才能确定一个平面.

2. 解:O 在直线 MN 上,因为 M、N、O 都是平面 ABC 与平面 α 的公共点.

3. 解:(1)表示 1 个几何体,是被挡住了 3 个面的三棱柱;(2)表示 1 个几何体,是被挡住了 2 个面的三棱柱.

4. 解:与直线 AB 异面的直线为:A_1D_1、B_1C_1、DD_1、CC_1;

与直线 B_1C 异面的直线为:A_1D_1、D_1D、DA、AA_1、AB、D_1C_1;

与直线 BD_1 异面的直线为:A_1B_1、B_1C_1、AD、DC、AA_1、CC_1.

5. 证明:由正方体性质易证,$BE = D_1F$.

在平面 ABB_1A_1 内,取 B_1B 上一点 M,使 $AE = B_1M$. 连接 A_1M.

$\therefore A_1M /\!/ BE$. 而易证 $A_1M /\!/ D_1F$,$\therefore BE /\!/ D_1F$.

又$\because BE = D_1F$,$\therefore$ 四边形 $EBFD_1$ 是平行四边形.

【习题 1－4B 组】(P_{27})

1. 1 或 3;2 或 8.

2. 证明:由题意知,E、F 为 AB、BC 的中点,

$\therefore EF \underline{/\!/} \frac{1}{2}AC$.

$\because DH = \frac{1}{3}AD$,$DG = \frac{1}{3}DC$,

$\therefore HG /\!/ AC$,$HG = \frac{1}{3}AC$.

$\therefore EF /\!/ HG$,且 $EF \neq HG$.

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是梯形.

$\therefore EH$ 与 FG 必相交,设交点为 P.

$\therefore P \in EH$,$P \in FG$.

又$\because EH \subsetneqq$ 平面 ABD,$\therefore P \in$ 平面 ABD.

$\because FG \subsetneqq$ 平面 BCD，$\therefore P \in$ 平面 BCD.

$\therefore P$ 在平面 ABD 与平面 BCD 的交线上.

$\because$ 平面 $ABD \cap$ 平面 $BCD = BD$，$\therefore P \in BD$.

§5 平行关系

5.1 平行关系的判定

教材课后习题答案

【练习】(P_{31})

1. (1)灯管所在直线与地面平行；(2)天花板所在平面与地面平行.

2. 无数　无数

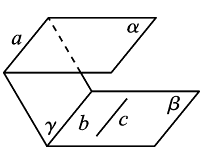
3. 证明：取 DE 的中点 N，连接 FN，MN，AN.
易证四边形 $ABMN$ 是平行四边形，
从而 $AN /\!/ BM$.
又四边形 $MFND$ 是平行四边形，
所以 $FN /\!/ MD$. $AN \cap FN = N$，$BM \cap MD = D$，
所以平面 $AFN /\!/$ 平面 MBD.
因为 $AF \subsetneqq$ 平面 AFN，所以 $AF /\!/$ 平面 MBD.

4. (1)由 $BD /\!/ B'D'$，可得 $B'D' /\!/ PQ$，
所以 $B'D' /\!/$ 平面 PQR.
(2)同理可得 $AB' /\!/$ 平面 PQR，
所以平面 $AB'D' /\!/$ 平面 PQR.
(3)平面 PQR 与平面 $DD'B'B$ 相交.

5.2 平行关系的性质

教材课上思考答案

【思考交流】(P_{33})



思考图

(1) $c /\!/ a$.

证明如下：$\because \alpha /\!/ \beta$，$\gamma \cap \alpha = a$，$\gamma \cap \beta = b$，$\therefore a /\!/ b$. 又 $c /\!/ b$，$\therefore c /\!/ a$.

(2) $c /\!/ \alpha$.

证明如下：如图所示. $\because \alpha /\!/ \beta$，$\therefore \alpha, \beta$ 没有公共点. 又 $c \subsetneqq \beta$，$\therefore c$ 与 α 没有公共点，$\therefore c /\!/ \alpha$.

教材课后习题答案

【练习 1】(P_{32})

1. a 与 b 不一定平行. 因为由线面平行性质定理可知，可以过 a 作一平面 β 与 α 交于 c，则 $a /\!/ c$. 若 $b /\!/ c$，则 $b /\!/ a$；若 b 与 c 相交，则 b 与 a 异面.

2. D

【练习 2】(P_{33})

1. (1)错；(2)错；(3)错；(4)错.

2. D

3. 3 个平面互相平行；3 个平面相交于同一条直线或 3 个平面中有两个平面平行，另一个平面与它们相交.

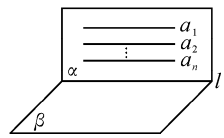
【习题 1－5A 组】(P_{34})

1. (1)能作无数个；(2)只能作 1 个或 0 个.

2. C　3. B

4. 当 $\dfrac{CP}{CB} = \dfrac{CR}{CC'}$，即 $PR /\!/ BC'$ 时，有 $PR /\!/$ 平面 $AB'D'$.

5. (1)不正确.
如图所示，设 $\alpha \cap \beta = l$，则在 α 内与 l 平行的直线可以有无数条 $a_1, a_2, \cdots, a_n$，它们是一组平行线，这时 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 与平面 β 都平行，但此时平面 α 与 β 不平行.



第 5 题图

(2)正确.
因为平面 α 内的所有直线与平面 β 都平行，“所有”意味着“无一例外”，取 α 内相交的两条直线 a 和 b，这时 α 内有两条相交直线 a 和 b 平行于平面 β，所以 $\alpha /\!/ \beta$.

6. 证明：$\because \dfrac{PD}{PA} = \dfrac{PE}{PB}$，$\therefore DE /\!/ AB$.
又 $\because DE \not\subseteq$ 平面 ABC，$\therefore DE /\!/$ 平面 ABC.
同理 $EF /\!/$ 平面 ABC.
又 $\because DE \cap EF = E$，$\therefore$ 平面 $DEF /\!/$ 平面 ABC.

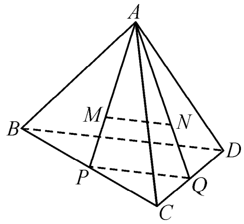
7. 解：(1)连接 AC.
$\because M, N$ 分别是 CD 和 AD 的中点，$\therefore MN \underline{\mathbin{/\!/}} \dfrac{1}{2}AC$.
$\because ABCD-A'B'C'D'$ 为长方体，$\therefore ACC'A'$ 是矩形，
$\therefore A'C' \underline{\mathbin{/\!/}} AC$，$\therefore MN \underline{\mathbin{/\!/}} \dfrac{1}{2}A'C'$，
$\therefore$ 四边形 $MNA'C'$ 是梯形.
在 $\triangle A'AN$ 和 $\triangle C'CM$ 中，$\because \angle A'AN = \angle C'CM = 90°$，$AA' = CC' = 2a$，$AN = CM = \dfrac{1}{2}a$，
$\therefore \triangle A'AN \cong \triangle C'CM$，$\therefore A'N = C'M$.
$\therefore$ 四边形 $MNA'C'$ 是等腰梯形.
(2)由 $A'C' = \sqrt{2}a$，$MN = \dfrac{\sqrt{2}}{2}a$，$A'N = C'M = \dfrac{\sqrt{17}}{2}a$，
得梯形高 $h = \dfrac{\sqrt{66}}{4}a$，
$\therefore S_{梯形MNA'C'} = \dfrac{1}{2}\left(\sqrt{2}a + \dfrac{\sqrt{2}}{2}a\right)\dfrac{\sqrt{66}}{4}a = \dfrac{3}{8}\sqrt{33}a^2$.

【习题 1－5B 组】(P_{34})

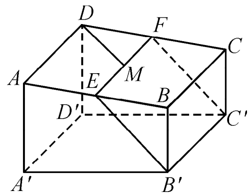
1. 证明：如图所示，连接 AM，AN 并延长交 BC，CD 于 P，Q，连接 PQ.
$\because M, N$ 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 的重心，
$\therefore \dfrac{AM}{MP} = \dfrac{2}{1} = \dfrac{AN}{NQ}$，$\therefore PQ /\!/ MN$.

$\because PQ\subsetneqq$平面 BCD，$MN\not\subseteq$平面 BCD，

$\therefore MN /\!/$平面 BCD.



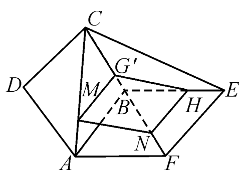
第 1 题图



第 2 题图

2. 如图所示，$\because B'C' /\!/$平面 AC，平面 $B'C$ 经过 $B'C'$ 和平面 AC 交于 BC，$\therefore B'C' /\!/ BC$.
经过点 M，在平面 AC 内画线段 $EF /\!/ BC$，根据平行线的传递性有 $EF /\!/ B'C'$.
连接 $B'E$ 和 $C'F$，则 $B'E$，$C'F$ 和 EF 就是所要画的线.

3. 证明：如图所示，在四边形 $ABCD$内，作 $MG' /\!/ AB$ 交 BC 于 G'；
在 $ABEF$ 内，
作 $NH /\!/ AB$ 交 BE 于 H；
连接 $G'H$.



第 3 题图

$\because MG' /\!/ AB$，$NH /\!/ AB$，
$\therefore MG' /\!/ NH$.
又$\because$ 四边形 $ABCD$，$ABEF$ 为全等的正方形，
$\therefore AC = BF$.
$\because AM = FN$，$\therefore CM = BN$，
$\therefore \mathrm{Rt}\triangle CMG' \cong \mathrm{Rt}\triangle BNH$，$\therefore MG' = NH$.
$\therefore MG' \underline{/\!/} NH$. $\therefore$ 四边形 $MNHG'$为平行四边形.
$\therefore MN /\!/ G'H$.
又$\because MN\not\subseteq$平面 CBE，$G'H\subsetneqq$平面 CBE，
$\therefore MN /\!/$平面 CBE.

§6　垂直关系

6.1　垂直关系的判定

教材课上思考答案

【思考交流】(P_{38})

有 3 组互相垂直的平面，即平面 $PAB\perp$平面 ABC，平面 $PAC\perp$平面 ABC，平面 $PBC\perp$平面 PAB.

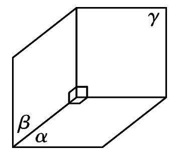
教材课后习题答案

【练习 1】(P_{36})

1. 竖直的墙角棱线与地面垂直.
2. (1)不正确. 理由略. (2)正确. 理由略. (3)正确. 理由略.
3. 无数个.

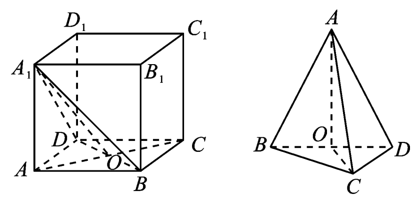
【练习 2】(P_{38})

1. 解：教室的前墙和天花板所在的平面垂直，黑板与地面所在的平面垂直等.
2. 解：如图所示.



第 2 题图

3. 解：(1)如图(1)，$\angle AOA_1$ 为二面角 A_1-BD-A 的平面角.
依据：依次连接 AC、BD，交点为 O，则 $AC\perp BD$.
因为 $A_1D=A_1B$，O 为 BD 中点，所以 $A_1O\perp BD$.
所以$\angle AOA_1$ 为二面角 A_1-BD-A 的平面角.

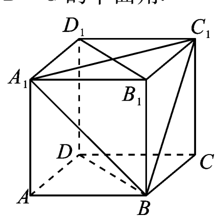


(1)　　(2)

第 3 题图

(2)如图(2)，$\angle AOC$ 为二面角 $A-BD-C$ 的平面角.
依据：取 BD 中点 O，因为 $AB=AD$，所以 $AO\perp BD$.
又 $BC=CD$，所以 $CO\perp BD$.
因此$\angle AOC$ 即为二面角 $A-BD-C$ 的平面角.

4. 解：平面 $BB_1D_1D\perp$平面 BA_1C_1，如图所示.
理由：$\because$ 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 为正方形，
$\therefore A_1C_1\perp B_1D_1$.
又 $BB_1\perp$平面 $A_1B_1C_1D_1$，
$\therefore BB_1\perp A_1C_1$.
$\therefore A_1C_1\perp$平面 BB_1D_1D.
又 $A_1C_1\subsetneqq$平面 BA_1C_1，
$\therefore$ 平面 $BA_1C_1\perp$平面 BB_1D_1D.



第 4 题图

6.2　垂直关系的性质

教材课上思考答案

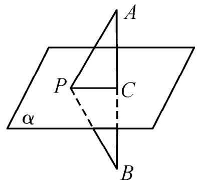
【思考交流】(P_{40})

提示：有 13 组互相垂直的平面，正方体的六个面每相邻两个面都垂直共有 12 组，另外一组是面 $AA'C$ 与面 $BC'D$.

教材课后习题答案

【练习】(P_{40})

1. 相等.



第 1 题图

如图所示,AB 为线段,$AB\cap\alpha=C$,$AC=BC$,设 P 为 α 内任一点,连接 PA、PB,

$\because AB\perp$ 平面 α,

$\therefore AC\perp PC$,$BC\perp PC$.

$\therefore\ \angle ACP=\angle BCP=90°$.

又$\because\ PC=PC$,$\therefore\ \triangle ACP\cong\triangle BCP$. $\therefore\ AP=BP$.

2. 证明:$\because\ O$ 为$\triangle ABC$ 的垂心,$\therefore\ OC\perp AB$.

又$\because\ SO\perp$ 平面 ABC,$\therefore\ SO\perp AB$.

$\because\ SO\cap CO=O$,$\therefore\ AB\perp$ 平面 SOC.

又$\because\ AB\subsetneqq$ 平面 SAB,$\therefore$ 平面 $SAB\perp$ 平面 SOC.

3. $MN\perp BC$,$MN\perp AB$,$MN\perp DC$,$MN\perp AD$,$MN\perp A'B'$,$MN\perp B'C'$,$MN\perp C'D'$,$MN\perp D'A'$.

$MN\perp$ 平面 $ABCD$,$MN\perp$ 平面 $A'B'C'D'$.

【习题 1-6A 组】(P_{41})

1. 不一定,在空间中不成立.

2. C　3. D

4. $\left.\begin{array}{l} m\perp AC\\ m\perp BC\\ AC\cap BC=C\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l} m\perp \text{平面 } ABC\\ AB\subsetneqq \text{平面 } ABC\end{array}\right\}\Rightarrow m\perp AB.$

5. 垂直.

$\because\ AC=PA$,D 为 PC 的中点,$\therefore\ AD\perp PC$.

同理 $BD\perp PC$. 又 $AD\cap BD=D$,$\therefore\ PC\perp$ 平面 ABD.

6. (1)垂直.

$\because\ AB\perp$ 平面 $BB'C'C$,而 $B'C\subsetneqq$ 平面 $BB'C'C$,

$\therefore\ AB\perp B'C$.

又$\because\ BCC'B'$为正方形,$\therefore\ BC'\perp B'C$.

而 $AB\cap BC'=B$,$\therefore\ B'C\perp$ 平面 $ABC'D'$.

(2)垂直.

$\because\ B'C\subsetneqq$ 平面 $BCC'B'$,

又由(1)知 $B'C\perp$ 平面 $ABC'D'$,

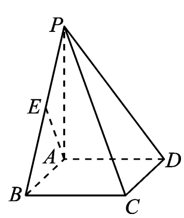
$\therefore$ 平面 $BCC'B'\perp$ 平面 $ABC'D'$.

(3)垂直.

由(1)知 $B'C\perp$ 平面 $ABC'D'$,且 $B'C\subsetneqq$ 平面 $A'B'CD$,

$\therefore$ 面 $A'B'CD\perp$ 面 $ABC'D'$.

7. 证明:连接 AE.



第 7 题图

$\because\ AP=AB$,E 为 PB 的中心,

$\therefore\ AE\perp PB$.

$\because\ PA\perp$ 面 $ABCD$,$\therefore\ PA\perp BC$.

又面 $ABCD$ 为矩形,$\therefore\ BC\perp AB$.

$\because\ PA\cap AB=A$,

$\therefore\ BC\perp$ 平面 PAB.

又 $AE\subsetneqq$ 平面 PAB,$\therefore\ BC\perp AE$.

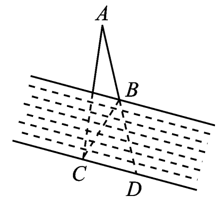
又 $BC\cap PB=B$,BC,$PB\subsetneqq$ 面 PBC,

$\therefore\ AE\perp$ 面 PBC.

又$\because\ PC\subsetneqq PBC$,$\therefore\ AE\perp PC$.

【习题 1-6B 组】(P_{41})

1. 如图,已知公路与塔底 B 都在水平面上,在道边取一点 C,使 BC 与道边所成的水平角等于 $90°$,再在道边上取一点 D,使$\angle CDB$ 等于 $45°$,测得 CD 的距离为 b m.



第 1 题图

$\because\ AB\perp$ 平面 BCD,$\therefore\ AB\perp CD$.

又$\because\ CD\perp BC$,$\therefore\ CD\perp$ 平面 ABC. $\therefore\ CD\perp AC$.

$\therefore\ AC$ 的长度就是塔顶与道路的距离.

$\because\ \angle CDB=45°$,$CD\perp BC$,$CD=b$ m. $\therefore\ BC=b$ m.

在 Rt$\triangle ABC$ 中,$AB=24$ m,$AC^2=AB^2+BC^2=24^2+b^2$,

$\therefore$ 塔顶与道路的距离是 $\sqrt{24^2+b^2}$ m.

2. 证明:(1)$\because\ PA\perp PB$,$PA\perp PC$,$\therefore\ PA\perp$ 平面 PBC.

又$\because\ BC\subsetneqq$ 平面 PBC,$\therefore\ PA\perp BC$.

又$\because\ PH\perp$ 平面 ABC,$BC\subsetneqq$ 平面 ABC,$\therefore\ PH\perp BC$.

$\therefore\ BC\perp$ 平面 PAH,又 $AH\subsetneqq$ 平面 PAH,

$\therefore\ BC\perp AH$,同理 $BH\perp AC$,$CH\perp AB$,

$\therefore\ H$ 为$\triangle ABC$ 的垂心.

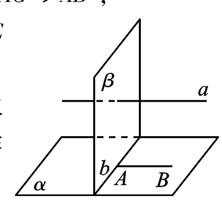
(2)由勾股定理可得 $PA^2+PB^2=AB^2$,$PB^2+PC^2=BC^2$,$PA^2+PC^2=AC^2$,

$\therefore\ AB^2+AC^2=BC^2+2PA^2$,即 $AB^2+AC^2>BC^2$.

同理 $AB^2+BC^2>AC^2$,$BC^2+AC^2>AB^2$,

故由余弦定理可得,$\triangle ABC$ 为锐角三角形.

3. 证明:如图,在直线 b 上任取一点 A,在平面 α 内作 $AB\perp b$.



第 3 题图

$\because\ \alpha\perp\beta$,$\therefore\ AB\perp\beta$.

$\because\ a\perp\beta$,$\therefore\ a/\!/AB$.

$\because\ AB\subsetneqq\alpha$,$a\not\subseteq\alpha$,$\therefore\ a/\!/\alpha$.

§7　简单几何体的面积和体积

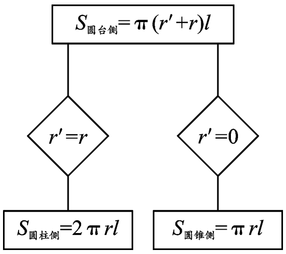
7.1　简单几何体的侧面积

教材课上思考答案

【思考交流】(P_{44})

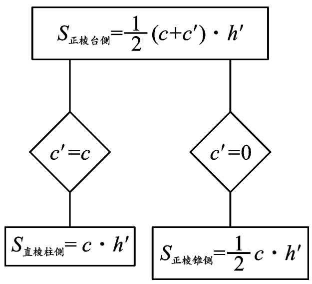
提示:根据前面学习的有关圆柱、圆锥、圆台的侧面积计算公式知:圆柱、圆锥、圆台的侧面积公式之间

的关系如图(1)所示.



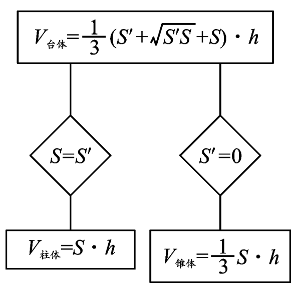
(1)

将圆柱、圆锥、圆台进一步推广到直棱柱、正棱锥、正棱台，则有直棱柱、正棱锥、正棱台的侧面积公式之间的关系，如图(2)所示.



(2)

再进一步类比得到柱、锥、台体的体积之间的关系，如图(3)所示.



(3)

思考图

教材课后习题答案

【练习】(P_{45})

1. 解：$S_表=6\times\frac{1}{2}\times a^2\times\sin 60°\times 2+6ah=6ah+3\sqrt{3}a^2$.

2. 解：设从长方体一个顶点出发的三条棱长为 x,y,z，则$\begin{cases}xy=6,\\yz=8,\\xz=12,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=3,\\y=2,\\z=4.\end{cases}$

所以对角线长为 $\sqrt{2^2+3^2+4^2}=\sqrt{29}$.

3. 解：设斜高为 h'，高为 h，

则$\begin{cases}\frac{1}{2}(4\times3+4\times6)h'=3^2+6^2,\\h'^2=h^2+\left[\frac{1}{2}(6-3)\right]^2,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}h=2,\\h'=\frac{5}{2}.\end{cases}$

4. 解：一个圆锥形零件的表面积为 $S=\pi r^2+\pi rl=\pi\left(\frac{5}{2}\right)^2+\pi\left(\frac{5}{2}\right)\times5=18.75\pi(\text{cm}^2)$. 加工处理费为 $18.75\pi\times0.15\times1\,000\approx8\,831.25$(元).

7.2　棱柱、棱锥、棱台和圆柱、圆锥、圆台的体积

教材课后习题答案

【练习】(P_{46})

1. $V_{水箱}=S\cdot h=10\times10\times5=500$.

2. 扇形弧长为$\frac{1}{4}\times44\pi=11\pi$.

所作圆锥筒的底面周长 $2\pi r=11\pi$，

解得 $r=5.5$(cm).

所以圆锥的高 $h=\sqrt{22^2-5.5^2}\approx21.3$(cm).

$V_{圆锥}=\frac{1}{3}\pi\times5.5^2\times21.3\approx6.7\times10^2(\text{cm}^3)$.

7.3　球的表面积和体积

教材课后习题答案

【练习】(P_{48})

1. $V=\frac{7\pi}{3}\approx7.33(\text{m}^3)$.

2. (1) $S_{地球}=4\pi R^2=4\pi\times6\,370^2\approx5.10\times10^8(\text{km}^2)$.

$V_{地球}=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\times6\,370^3\approx1.08\times10^{12}(\text{km}^3)$.

(2) 火星的直径是地球的一半，火星的体积是地球的$\frac{1}{8}$.

【习题 1－7A 组】(P_{48})

1. $V_{圆柱}:V_{圆锥}:V_球=3:1:2$.

2. 约 2.83 倍($2\sqrt{2}$倍).

3. 48 cm^3.

4. 正方体的对角线长：$\sqrt{4^2+4^2+4^2}=4\sqrt{3}$，∴ 球的半径$R=2\sqrt{3}$. ∴ $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi(2\sqrt{3})^3=32\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$.

5. B

6. $\frac{1}{6}$.

7. 设 $BC=7t$，$AB=24t$，则 $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=25t$.

∵ $S_{ACC_1A_1}=50$，∴ $25t\cdot AA'=50$，∴ $AA'=\dfrac{2}{t}$.

∴ $S_{侧}=2(7t+24t)\cdot\dfrac{2}{t}=124$.

8. 由题意可得 $MC=3$，$AC=6$，

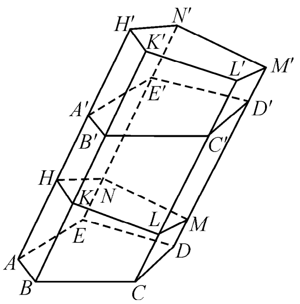
则 $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$，

∴ $V_{锥体}=\dfrac{1}{3}Sh=\dfrac{1}{3}\times4\times2\sqrt{5}\times4=\dfrac{32}{3}\sqrt{5}(\text{cm}^3)$.

9. 已知：如图所示，斜棱柱 AC' 的侧棱长是 l，直截面 $HKLMN$ 的周长是 c_1.

求证：$S_{斜棱柱侧}=c_1l$.

证明：延长侧棱 AA' 到 H'，使 $A'H'=AH$. 设过 H' 平行于直截面 $HKLMN$ 的平面，与各侧棱的延长线交于 K'，L'，M'，N'. 这样，就得到一个以斜棱柱的直截面为底，侧棱长为高的直棱柱 HL'.



第 9 题图

∵ 底面 $H'L'$∥底面 HL，它们的公垂线段

$HH'=KK'=LL'=MM'=NN'=AA'=l$，

∴ 斜棱柱 AC 的各侧面的面积与直棱柱 HL' 中对应的侧面积相等.

∴ $S_{斜棱柱侧}=S_{直棱柱侧}=c_1\cdot HH'$，即 $S_{斜棱柱侧}=c_1l$.

10. 斜高 $h'=\sqrt{2.1^2-1.3^2}\approx1.65(\text{m})$，

$S=\dfrac{1}{2}\times4\times2.6\times1.65\approx8.6(\text{m}^2)$

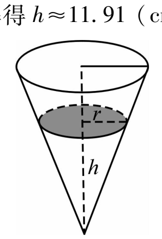
【习题 1－7B 组】(P_{49})

1. (1) 如图所示，$\dfrac{r}{10}=\dfrac{h}{15}$，∴ $r=\dfrac{2}{3}h$，

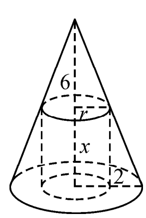
则 $V_{水}=\dfrac{1}{3}Sh=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{4}{27}\pi h^3(\text{cm}^3)$.

(2) 由题意有 $\dfrac{4}{27}\pi h^3=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}\pi\times10^2\times15\right)$，

解得 $h\approx11.91$ (cm).



第 1 题图



第 2 题图

2. (1) 设所求的圆柱的底面半径为 r，如图所示，则有 $\dfrac{r}{2}=\dfrac{6-x}{6}$，即 $r=2-\dfrac{x}{3}$.

$S_{圆柱侧}=2\pi rx=2\pi\left(2-\dfrac{x}{3}\right)x=4\pi x-\dfrac{2}{3}\pi x^2$.

(2) 可知当 $x=-\dfrac{4\pi}{2\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right)}=3$ 时，这个二次函数有最大值，最大值为 6π.

即当圆柱的高为 3 cm 时，它的侧面积最大为 6π cm^2.

3. 连接 EB，EC.

∵ 平面 $FBC\perp$平面 $ABCD$，$FH\perp BC$，

∴ $FH\perp$平面 $ABCD$.

又∵ $EF\parallel AB$，∴ $EF\parallel$平面 $ABCD$，

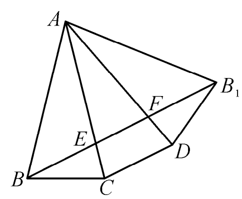
FH 为四棱锥 $E-ABCD$ 的高；

∵ $AB\perp BC$，平面 $FBC\perp$平面 $ABCD$，

∴ $AB\perp$平面 BCF，∴ $EF\perp$平面 BCF.

∴ $V=V_{E-ABCD}+V_{E-BCF}=\dfrac{1}{3}S_{四边形ABCD}\cdot FH+\dfrac{1}{3}S_{\triangle BCF}\cdot EF=\dfrac{1}{3}\times3^2\times2+\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times3\times2\right)\times\dfrac{3}{2}=\dfrac{15}{2}$.

4. 如图所示，沿侧棱 AB，BC，BD 剪开，得到正三棱锥的侧面展开图，则 BB_1 的长为△BEF 的周长的最小值. 由平面几何知识可证 $\triangle ABE\cong\triangle AB_1F$，于是 $AE=AF$，又 $AC=AD$，故 $EF\parallel CD$.



第 4 题图

∵ $\angle BCE=\angle ACD$，$\angle BEC=\angle ADC$，

∴ $\triangle BCE\backsim\triangle ACD$，∴ $\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{EC}{CD}$，

∴ $CE=\dfrac{a}{2}$，$BE=B_1F=a$，$AE=2a-\dfrac{a}{2}=\dfrac{3a}{2}$，

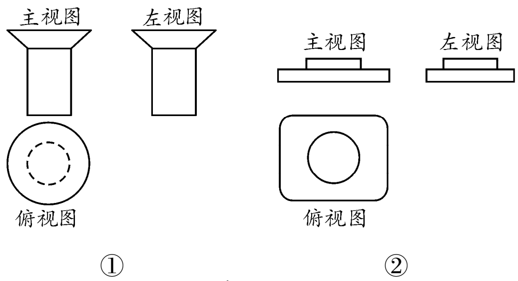
由 $EF\parallel CD$ 有 $\dfrac{EF}{CD}=\dfrac{AE}{AC}$，∴ $\dfrac{EF}{a}=\dfrac{\frac{3a}{2}}{2a}$，$EF=\dfrac{3}{4}a$，

∴ $BB_1=BE+EF+B_1F=a+\dfrac{3}{4}a+a=\dfrac{11}{4}a$.

∴ △BEF 的周长的最小值为 $\dfrac{11}{4}a$，此时 $AE=AF=\dfrac{3}{2}a$，即 E、F 分别在 AC、AD 的四等分点处.

【复习题一A 组】(P_{54})

1. (1) 如图①所示.

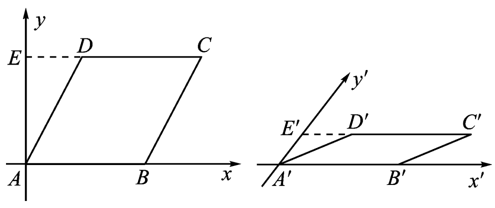


第 1 题图

(2)如图②所示.

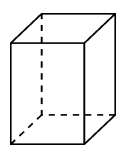
2. 提示:注意三视图的“长对正、高平齐、宽相等”原则.

3. 如图所示(比例尺为 1∶2).



第 3 题图

4. 直观图(比例尺 1∶3)如图所示.



第 4 题图

5. 切 2 刀,最多能切出 4 块;切 3 刀,最多能切出 8 块.

6. D

7. 只有(1)(3)正确,理由略.

8. (1)正确. 过 a 作平面 γ 交平面 α 于 c,则 $a\parallel c$,又 $a\parallel b$,所以 $b\parallel c$,所以 $b\parallel \alpha$. (2)正确. 平行的传递性. (3)正确. (4)正确.

9. 四边形 $EFGH$ 是等腰梯形.

10. 证明:(1)

$$\left.\begin{array}{l}BB_1\perp AB\\ BB_1\perp BC\\ AB,BC\subsetneqq \text{平面 } AA_1C_1C\\ AB\cap BC=B\end{array}\right\}\left.\begin{array}{l}BB_1\perp \text{平面 } AA_1C_1C\\ AC\subsetneqq \text{平面 } AA_1C_1C\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$BB_1\perp AC.$

$\because$ $ABCD$ 是正方形,$\therefore AC\perp BD.$

$\therefore AC\perp$ 平面 $B_1D_1DB.$

(2) $$\left.\begin{array}{r}\left.\begin{array}{l}AC\perp \text{平面 } BD_1\\ BD_1\subsetneqq \text{平面 } BD_1\end{array}\right\}\Rightarrow AC\perp BD_1\\ \left.\begin{array}{l}\text{同理可证 } AB_1\perp \text{平面 } BCD_1A_1\\ BD_1\subsetneqq \text{平面 } BCD_1A_1\end{array}\right\}\Rightarrow AB_1\perp BD_1\\ AC,AB_1\subsetneqq \text{平面 } AB_1C\\ AC\cap AB_1=A\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$BD_1\perp$ 平面 ACB_1.

11. (1)易证$\triangle AB_1D_1$ 为等边三角形,其边长等于 2,所以$\triangle AB_1D_1$的面积为$\sqrt{3}$.

(2)三棱锥 $A-A_1B_1D_1$ 的体积为$\frac{1}{3}S_{\triangle A_1B_1D_1}\cdot AA_1=\frac{\sqrt{2}}{3}$.

12. 若以 20 cm 的直角边为旋转轴,

则 $V=\frac{1}{3}\pi\cdot 15^2\cdot 20=1\ 500\pi(\text{cm}^3)$.

若以 15 cm 的直角边为旋转轴,

则 $V=\frac{1}{3}\pi\cdot 20^2\cdot 15=2\ 000\pi(\text{cm}^3)$.

13. 设上底面边长为 x cm,下底面边长为 y cm,由题意得$\begin{cases}\frac{1}{2}(4x+4y)\cdot 12=720,\\ 13^2=12^2+\left[\frac{1}{2}(y-x)\right]^2,\end{cases}$

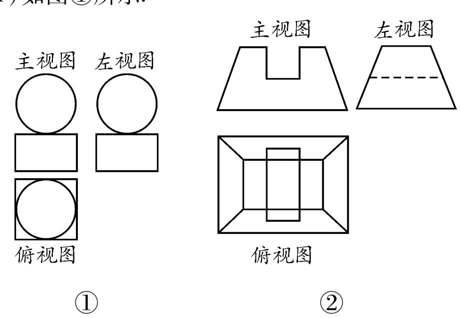
即$\begin{cases}y+x=30,\\ y-x=10,\end{cases}$解得$\begin{cases}y=20,\\ x=10.\end{cases}$

则上底面边长为 10cm,下底面边长为 20cm.

14. 球的表面积最小.

【复习题—B 组】(P_{55})

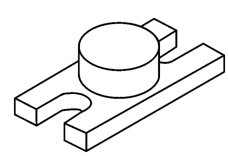
1. (1)如图①所示.



第 1 题图

(2)如图②所示.

2. 其实物草图如图所示.



第 2 题图

3. 证明:过 M 作 $MQ\parallel AB$ 交 CB 于 Q,过 N 作 $NP\parallel EF$ 交 BE 于 P,则$MQ\parallel AB\parallel NP$.

$\because AM : FN=AC : BF$,

$\therefore \frac{AM}{AC}=\frac{FN}{BF}$,$\therefore \frac{CM}{AC}=\frac{BN}{BF}$.

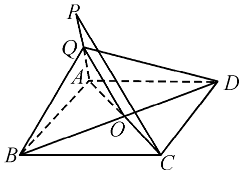
又$\because \frac{CM}{AC}=\frac{MQ}{AB}$,$\frac{PN}{EF}=\frac{BN}{BF}$,$\therefore \frac{MQ}{AB}=\frac{PN}{EF}$.

$\because AB=EF$,$\therefore MQ=PN$.

$\therefore$ 四边形 $MNPQ$ 为平行四边形,$\therefore MN\parallel PQ$.

$\because PQ \subsetneq$ 平面 CBE，$\therefore MN /\!/$ 平面 CBE.

4. 证明：如图所示，连接 AC 和 BD 交于点 O.



第 4 题图

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AO = CO$.

连接 OQ，则 OQ 在平面 BDQ 内，且 OQ 是 $\triangle APC$ 的中位线，$\therefore PC /\!/ OQ$.

$\because PC$ 在平面 BDQ 外，$\therefore PC /\!/$ 平面 BDQ.

5. 过切点作球和正方体的截面，则圆为正方形的内切圆.

设球的半径为 R，由题意得 $2R=2$，所以 $R=1$.

则 $S=4\pi R^2=4\pi$，$V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi$.

【复习题一C 组】(P_{56})

1. 证明：(1) 取 AC 中点 N，连接 MN，BN.

$\because \triangle ABC$ 为正三角形，$\therefore BN \perp AC$.

$\because EC \perp$ 平面 ABC，$BD \perp$ 平面 ABC，

$\therefore EC /\!/ BD$，$EC \perp BN$.

又 $\because M$ 为 AE 中点，$EC=2BD$，$\therefore MN \underline{/\!/} BD$.

$\therefore$ 四边形 $MNBD$ 是平行四边形.

由 $BN \perp AC$，$EC \perp BN$，得 $BN \perp$ 平面 AEC，

$\therefore DM \perp$ 平面 AEC.

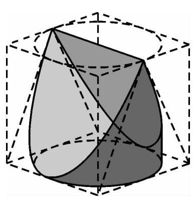
则 $DM \perp AE$. $\because M$ 为 AE 的中点，

$\therefore AD = DE$.

(2) $\because DM \perp$ 平面 AEC，$DM \subsetneq$ 平面 BDM，

$\therefore$ 平面 $BDM \perp$ 平面 ECA.

(3) $\because DM \perp$ 平面 AEC，$DM \subsetneq$ 平面 ADE，$\therefore$ 平面 $DEA \perp$ 平面 ECA.


第 2 题图

2. 实物如图所示，三视图分别为正方形，圆和三角形.

第二章　解析几何初步

§1　直线与直线的方程

1.1　直线的倾斜角和斜率

教材课上思考答案

【思考交流】(P_{61})

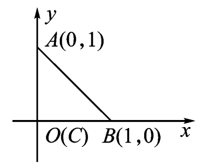
提示：(1) 当 $0° \leqslant \alpha < 90°$ 时，倾斜角越大，直线的斜率也越大.

(2) 当 $90° < \alpha < 180°$ 时，倾斜角越大，直线的斜率也越大.

教材课后习题答案

【练习】(P_{63})

1. 建立如图所示的平面直角坐标系，则 AB 所在直线经过 $(1,0)$，$(0,1)$.



第 1 题图

2. 在日常生活中，利用"一点和一个方向"确定一条直线的例子很多，例如，在修路时，要确定路的边沿，就是先确定一个点，再由一个方向画出路的边沿这条线.

3. 由题图得各点坐标分别为 $O(0,0)$，$B(1,2)$，$C(1,4)$，$D(1,-2)$，

$\therefore k_{OB}=\dfrac{2-0}{1-0}=2$，$k_{OC}=\dfrac{4-0}{1-0}=4$，$k_{OD}=\dfrac{-2-0}{1-0}=-2$，

$\therefore$ 直线 OB，OC，OD 的斜率分别为 2，4，-2.

4. 直线 l_1，l_2，l_3，l_4，l_5 的斜率分别为 $k_1=\dfrac{1-5}{-2-4}=\dfrac{2}{3}$，$k_2=\dfrac{5-1}{2-1}=4$，$k_3=\dfrac{6-0}{-4-0}=-\dfrac{3}{2}$，$k_4=\dfrac{5-3}{-1-4}=-\dfrac{2}{5}$，$k_5=\dfrac{6-6}{1+4}=0$.

5. (1) EF，FG，GH，EH 的斜率分别为 $k_{EF}=0$，$k_{FG}=\dfrac{4-0}{7-6}=4$，$k_{GH}=\dfrac{8-4}{4-7}=-\dfrac{4}{3}$，$k_{EH}=\dfrac{8-0}{4-0}=2$.

(2) $k_{EG}=\dfrac{4-0}{7-0}=\dfrac{4}{7}$，$k_{FH}=\dfrac{8-0}{4-6}=-4$.

1.2　直线的方程

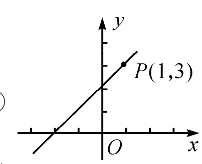
教材课后习题答案

【练习 1】(P_{65})

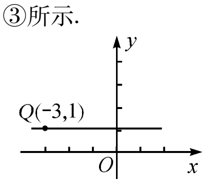
1. (1) 点斜式方程为 $y-3=x-1$，即 $x-y+2=0$，如图①所示；

(2) 直线方程为 $y=1$，如图②所示；

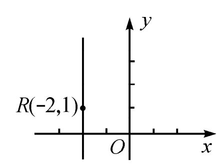
(3) 直线方程为 $x=-2$，如图③所示.



①



②



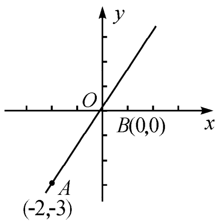
③

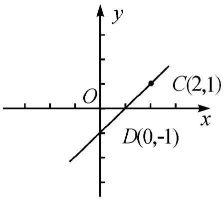
第 1 题图

2. 斜截式方程为 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x-2$.

3. (1) $k=\dfrac{0+3}{0+2}=\dfrac{3}{2}$，$\therefore$ 直线 AB 的点斜式方程为 $y-$

$0=\frac{3}{2}(x-0)$，即 $y=\frac{3}{2}x$，如图(1)所示；





第 3 题图

(2) $k=\frac{-1-1}{0-2}=1$，∴ 直线 CD 的点斜式方程为 $y+1=x$，如图(2)所示.

【练习 2】(P_{67})

1. (1) $\frac{y-2}{x+3}=\frac{-3-2}{0+3}$，整理得 $5x+3y+9=0$；

(2) $\frac{y-4}{x-0}=\frac{0-4}{4-0}$，整理得 $x+y-4=0$；

(3) $\frac{y-2}{x-3}=\frac{0-2}{0-3}$，整理得 $2x-3y=0$；

(4) 点 G 和点 H 的横坐标相同，纵坐标不同，因此，直线 $GH\perp x$ 轴，∴ 直线 GH 的方程为 $x=2$.

2. 直线 AB 的方程为 $5x-4y-19=0$；
直线 BC 的方程为 $3x+8y-1=0$；
直线 AC 的方程为 $x-6y+17=0$.

3. $y-5=-2(x+4)$，即 $2x+y+3=0$.

4. $k=\tan 60°=\sqrt{3}$，∴ $y-(-1)=\sqrt{3}(x-0)$，整理得 $\sqrt{3}x-y-1=0$.

5. 直线 $x-2y=0$ 的斜率为 $\frac{1}{2}$，故所求直线的斜率 $k=\frac{1}{2}$，所求直线的方程为 $x-2y+4=0$.

6. 直线 $y=\sqrt{3}x+1$ 的斜率为 $\sqrt{3}$，倾斜角为 $60°$，因此，所求直线的倾斜角为 $30°$，则 $k=\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$，因此，所求直线的方程为 $\sqrt{3}x-3y-18=0$.

7. 由两点式得直线 MN 的方程为 $\frac{y-(-1)}{x-2}=\frac{4-(-1)}{-3-2}$，
整理得 $x+y-1=0$.
∵ 点 $P(3,m)$ 在直线 $x+y-1=0$ 上，
∴ $3+m-1=0$，即 $m=-2$.

8. 因为 A、B 两点的横坐标相同，纵坐标不同，因此，所求直线的方程为 $x=2$.

9. ∵ 直线 $ax+my+2a=0$ 过点 $(1,-\sqrt{3})$，
∴ 将 $x=1,y=-\sqrt{3}$ 代入 $ax+my+2a=0$，
得 $a-\sqrt{3}m+2a=0$，即 $3a-\sqrt{3}m=0$，则 $m=\sqrt{3}a$.
∵ $a\neq0$，∴ $m\neq0$，则直线 $ax+my+2a=0$ 的斜率为 $-\frac{a}{m}=-\frac{a}{\sqrt{3}a}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

1.3 两条直线的位置关系

教材课后习题答案

【练习】(P_{70})

1. (1) $k_1=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$，$k_2=\frac{1}{2}$，∵ $k_1=k_2$，∴ 两直线平行；

(2) $k_1=1$，$k_2=-\frac{4}{4}=-1$，∵ $k_1k_2=-1$，∴ 两直线垂直；

(3) $k_1=-\frac{5}{2}$，$k_2=-\frac{2}{5}$，∴ 两直线既不平行，又不垂直；

(4) $k_1=\sqrt{2}$，$k_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，∵ $k_1k_2=\sqrt{2}\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-1$，∴ 两直线垂直；

(5) ∵ $x=2$ 与 x 轴垂直，$x=-5$ 也与 x 轴垂直，∴ 两直线平行；

(6) ∵ $x=2$ 与 x 轴垂直，$y=-5$ 与 x 轴平行，∴ 两直线垂直.

2. (1) $k_1=-3$，∵ 两直线平行，∴ $k_2=k_1=-3$，∴ 所求直线方程为 $y-2=-3(x-1)$，即 $3x+y-5=0$；

(2) $k_1=1$，∵ 两直线垂直，∴ $k_2=-1$，∴ 所求直线方程为 $y-2=-(x-1)$，即 $x+y-3=0$.

1.4 两条直线的交点

教材课上思考答案

【问题与思考】(P_{72})

当 $k=-2$ 时，三条直线 $l_1:x+y-1=0$，$l_2:x+y-\frac{3}{2}=0$，$l_3:x+y-5=0$，这三条直线的斜率为 $k_1=k_2=k_3=-1$ 且 $-1\neq-\frac{3}{2}\neq-5$，故三条直线平行.

教材课后习题答案

【练习】(P_{72})

1. (1) $\begin{cases}x-y=5,\\2x+7=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-\frac{7}{2},\\y=-\frac{17}{2}.\end{cases}$

∴ l_1 与 l_2 的交点坐标为 $\left(-\frac{7}{2},-\frac{17}{2}\right)$.

(2) $\begin{cases}y=\frac{1}{2}x+2,\\y=3x+7,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-2,\\y=1.\end{cases}$

$\therefore l_1$ 与 l_2 的交点坐标为$(-2,1)$.

2. (1)$k_1=\frac{3}{2}, k_2=-7, k_1\neq k_2$, $\therefore l_1$ 与 l_2 相交.

$\begin{cases}3x-2y=7,\\7x+y=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{9}{17},\\y=-\frac{46}{17}.\end{cases}$

$\therefore$ 交点坐标为$\left(\frac{9}{17},-\frac{46}{17}\right)$.

(2)$k_1=\frac{1}{3}, k_2=\frac{1}{3}$,且$\frac{5}{6}\neq\frac{1}{3}$, $\therefore l_1$ 与 l_2 平行.

(3)$k_1=1-\sqrt{2}, k_2=1+\sqrt{2}, k_1\cdot k_2=-1$,

$\therefore l_1\perp l_2$, $\begin{cases}(\sqrt{2}-1)x+y=3,\\x+(1-\sqrt{2})y=2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{4+5\sqrt{2}}{4},\\y=\frac{6+\sqrt{2}}{4}.\end{cases}$

$\therefore l_1$ 与 l_2 交点坐标为$\left(\frac{4+5\sqrt{2}}{4},\frac{6+\sqrt{2}}{4}\right)$.

1.5 平面直角坐标系中的距离公式

教材课上思考答案

【问题与思考】(P_{73})

①如果以 B 为坐标原点,以 BC 所在直线为 x 轴,建立直角坐标系,则 $B(0,0)$,可设 $C(c,0)$, $D(d,0)$, $A(a,h)$,利用两点间的距离公式并结合"$|AB|^2=|AD|^2+|BD|\cdot|DC|$"可得 $c=2a$,即 A 点在 BC 上的射影为 BC 的中点,故 A 为 BC 的垂直平分线上的点,所以有$|AB|=|AC|$,所以$\triangle ABC$ 为等腰三角形.

②如果以 BC 所在直线为 x 轴,以 BC 的中垂线为 y 轴,建立直角坐标系,则可设 $B(b,0)$, $C(-b,0)$, $D(d,0)$, $A(a,h)$,利用两点间的距离公式并结合"$|AB|^2=|AD|^2+|BD|\cdot|DC|$"可得 $a=0$,于是得点 A 在 BC 的中垂线上,故$|AB|=|AC|$,所以$\triangle ABC$ 为等腰三角形.

教材课后习题答案

【练习 1】(P_{74})

1. (1)$|AB|=\sqrt{(2+3)^2+(0-0)^2}=5$;

(2)$|CD|=\sqrt{(-5-2)^2+(1-1)^2}=7$;

(3)$|EF|=\sqrt{\left(\sqrt{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{2}\right)^2}=2-\frac{\sqrt{6}}{2}$.

2. $|AB|=\sqrt{(0-x)^2+(10+5)^2}=\sqrt{x^2+225}=17$,

$\therefore x^2+225=17^2$,解得 $x=\pm 8$.

【练习 2】(P_{76})

1. (1)$d=\frac{|3\times 0-2\times 0+4|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}}=\frac{4}{\sqrt{13}}=\frac{4\sqrt{13}}{13}$;

(2)$d=\frac{|\sqrt{3}\times(-1)-2-\sqrt{3}|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}}=\frac{2+2\sqrt{3}}{2}=1+\sqrt{3}$;

(3)$d=\frac{|2-(-3)|}{\sqrt{1+(-1)^2}}=\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

2. (1)在 $3x-2y-1=0$ 上取一点$\left(0,-\frac{1}{2}\right)$,则

$d=\frac{\left|3\times 0-2\times\left(-\frac{1}{2}\right)+6\right|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}}=\frac{7}{\sqrt{13}}=\frac{7\sqrt{13}}{13}$,

即两平行线间的距离为$\frac{7\sqrt{13}}{13}$.

(2)在 $x+2y=0$ 上取一点$(0,0)$,则

$d=\frac{|2\times 0+4\times 0-7|}{\sqrt{2^2+4^2}}=\frac{7}{\sqrt{20}}=\frac{7\sqrt{5}}{10}$,

即两平行线间的距离为$\frac{7\sqrt{5}}{10}$.

【习题 2-1A 组】(P_{76})

1. $k=\frac{3\sqrt{3}-\sqrt{3}}{-1-1}=-\sqrt{3}$.

2. $k=\frac{2-0}{2-0}=1$,由 $\tan\alpha=1\ (0°\leqslant\alpha<180°)$ 知 $\alpha=45°$.

3. 由 $k=\frac{4-m}{m+2}=1$,解得 $m=1$.

4. 若 $2a=4b$,即 $a=2b$,则 $P_1(4b,3b)$, $P_2(4b,12b)$,直线 P_1P_2 与 x 轴垂直,此直线的斜率不存在;

若 $2a\neq 4b$,即 $a\neq 2b$,则 $k=\frac{6a-3b}{4b-2a}=\frac{3(2a-b)}{2(2b-a)}$.

5. (1)$k=-\frac{1}{2}$, $\therefore$ 所求直线方程为 $y-2=-\frac{1}{2}(x+1)$,即 $x+2y-3=0$;

(2)$k_1=-\frac{1}{2}$, $\therefore k_2=2$,所求直线方程为$y-1=2(x-4)$,即 $2x-y-7=0$;

(3)$k_{MN}=\frac{-3-2}{-2-1}=\frac{5}{3}$, $k=-\frac{3}{5}$, $\therefore$ 过 C 点的直线方程为$y-3=-\frac{3}{5}(x-1)$,即 $3x+5y-18=0$;

(4)$y=2$;(5)$x=4$.

6. (1)由$\begin{cases}x+2y-5=0,\\3x-y-1=0,\end{cases}$得$\begin{cases}x=1,\\y=2.\end{cases}$

$\because k=5$, $\therefore$ 所求直线方程为 $y-2=5(x-1)$,即 $5x-y-3=0$.

(2)由$\begin{cases}2x+y-8=0,\\x-2y+1=0,\end{cases}$得$\begin{cases}x=3,\\y=2.\end{cases}$

$\because k_1=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$, $\therefore k_2=-\frac{4}{3}$,

$\therefore$ 所求直线方程为 $y-2=-\dfrac{4}{3}(x-3)$，即 $4x+3y-18=0$.

7. 根据题意可知三条直线共点，可知 $k\neq1$ 且 $k\neq\dfrac{1}{k}$，即 $k\neq\pm1$.

由 $\begin{cases}y=kx+3,\\y=x,\end{cases}$ 得 $x=y=\dfrac{3}{1-k}$，代入 $y=\dfrac{1}{k}x-5$ 得 $\dfrac{3}{1-k}=\dfrac{1}{k}\cdot\dfrac{3}{1-k}-5$，解得 $k=\dfrac{3}{5}$.

$\therefore k=\dfrac{3}{5}$.

8. 由 $\begin{cases}2x-3y-3=0,\\x+y+2=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=-\dfrac{3}{5},\\y=-\dfrac{7}{5}.\end{cases}$ 由题意得 $k=-3$，$\therefore$ 所求直线的方程为 $y+\dfrac{7}{5}=-3\left(x+\dfrac{3}{5}\right)$，

即 $15x+5y+16=0$.

9. 由 $2x-y+4=0$，令 $y=0$ 得 $x=-2$，即直线 $2x-y+4=0$ 与 x 轴交于点 $(-2,0)$，

又$\because k=-3$，$\therefore$ 所求直线方程为 $y-0=-3(x+2)$，即 $3x+y+6=0$.

10. 三条直线共有两个不同的交点，由 $k_1=-1$，$k_2=-\dfrac{2}{3}$ 可知，直线 $x+y-1=0$ 和 $2x+3y-5=0$ 有一个交点，所以，第三条直线只能与前两条直线之一平行.

若 $x+y-1=0$ 与 $x-ay+8=0$ 平行，则 $a=-1$；

若 $2x+3y-5=0$ 与 $x-ay+8=0$ 平行，则 $a=-\dfrac{3}{2}$.

11. (1) $|AB|=|x_2-x_1|=|-1-8|=9$，$|BA|=|x_1-x_2|=9$；

(2) $|AB|=|x_2-x_1|=|0+4|=4$，$|BA|=|x_1-x_2|=4$；

(3) $|AB|=|x_2-x_1|=|(a-2b)-(2a-b)|=|-a-b|=|a+b|$，$|BA|=|x_1-x_2|=|(2a-b)-(a-2b)|=|a+b|$.

12. $|AB|=\sqrt{(-2+7)^2+(3-20)^2}=\sqrt{314}$，

$|BC|=\sqrt{(0+2)^2+(-1-3)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$，

$|CA|=\sqrt{(-7-0)^2+(20+1)^2}=7\sqrt{10}$.

13. 设 M 点的坐标为 $(0,y)$，$|MN|=\sqrt{(6-0)^2+(8-y)^2}=10$，解得 $y=0$ 或 $y=16$.

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(0,0)$ 或 $(0,16)$.

【习题 2－1B 组】(P_{77})

1. $\because |AB|=\sqrt{6}$，$|BC|=\sqrt{3}$，

$\therefore |AC|=\sqrt{|AB|^2+|BC|^2}=\sqrt{6+3}=3$，

$\because |BD|=|AC|$，$\therefore |BD|=3$，

$\therefore B\left(-\dfrac{3}{2},0\right)$，$D\left(\dfrac{3}{2},0\right)$.

设 A 点的坐标为 $(x,y)(x>0,y>0)$，则

$|AD|=\sqrt{\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+y^2}=\sqrt{3}$，　①

$|AO|=\sqrt{x^2+y^2}=\dfrac{1}{2}|AC|=\dfrac{3}{2}$，　②

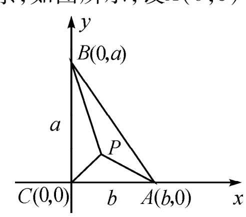
由①②联立，解得 $\begin{cases}x=\dfrac{1}{2},\\y=\sqrt{2}.\end{cases}$ 即 $A\left(\dfrac{1}{2},\sqrt{2}\right)$，

由 C 点与 A 点关于原点对称得 $C\left(-\dfrac{1}{2},-\sqrt{2}\right)$，

由以上可知，矩形各顶点的坐标为 $A\left(\dfrac{1}{2},\sqrt{2}\right)$，$B\left(-\dfrac{3}{2},0\right)$，$C\left(-\dfrac{1}{2},-\sqrt{2}\right)$，$D\left(\dfrac{3}{2},0\right)$.

2. 证明：取 CA 所在的直线为 x 轴，CB 所在的直线为 y 轴，建立平面直角坐标系，如图所示，设 $A(b,0)$，$B(0,a)$，则 $S_{\triangle ACB}=\dfrac{1}{2}ab$，$\therefore S_{\triangle PAB}=S_{\triangle PBC}=S_{\triangle PCA}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle ACB}=\dfrac{1}{6}ab$，

设 $P(x,y)$，则 $S_{\triangle PBC}=\dfrac{1}{2}|BC|\cdot x=\dfrac{1}{2}ax=\dfrac{1}{6}ab$，$\therefore x=\dfrac{b}{3}$，



第 2 题图

$\because S_{\triangle PCA}=\dfrac{1}{2}|CA|\cdot y=\dfrac{1}{2}by=\dfrac{1}{6}ab$，$\therefore y=\dfrac{a}{3}$，

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $\left(\dfrac{b}{3},\dfrac{a}{3}\right)$.

$\therefore |PA|^2+|PB|^2=\left(b-\dfrac{b}{3}\right)^2+\left(0-\dfrac{a}{3}\right)^2+\left(0-\dfrac{b}{3}\right)^2+\left(a-\dfrac{a}{3}\right)^2=\dfrac{5}{9}(a^2+b^2)$，

又$\because |PC|^2=\left(\dfrac{b}{3}-0\right)^2+\left(\dfrac{a}{3}-0\right)^2=\dfrac{1}{9}(a^2+b^2)$，

$\therefore |PA|^2+|PB|^2=5|PC|^2$.

§2　圆与圆的方程

2.1　圆的标准方程

教材课后习题答案

【练习】(P_{79})

1. (1) $x^2+y^2=25$；

(2) $|PC|=\sqrt{(1+2)^2+(5-6)^2}=\sqrt{10}$,

∴ 圆的方程为 $(x-6)^2+(y+2)^2=10$;

(3) AB 中点坐标为 $(1,2)$,即圆心为 $(1,2)$,

$|AB|=\sqrt{(5+1)^2+(2-0)^2}=\sqrt{40}$,

∴ 圆的方程为 $(x-1)^2+(y-2)^2=10$.

2. (1)原点;(2)半径为 $2\sqrt{2}$,圆心为 $(1,-2)$ 的圆;(3)半径为1,圆心为 $(0,0)$,且位于 x 轴上方的半圆(包括与 x 轴的两交点).

2.2 圆的一般方程

教材课后习题答案

【练习】(P_{80})

1. (1)设圆心为 (a,b),

$\because a=-\frac{-6}{2}=3, b=0$, ∴ 圆心为 $(3,0)$,

半径 $r=\frac{1}{2}\sqrt{(-6)^2}=3$,半径为3.

(2)圆心为 (a,b),方程可化为 $x^2+y^2+2x-4y+\frac{7}{3}=0$, ∴ $a=-\frac{D}{2}=-1$, $b=-\frac{E}{2}=2$, $r=\frac{1}{2}\sqrt{D^2+E^2-4F}=\frac{1}{2}\sqrt{4+16-\frac{28}{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$. ∴ 半径为 $\frac{2\sqrt{6}}{3}$,圆心为 $(-1,2)$.

(3)设圆心为 (a,c), $a=0$, $c=-\frac{2b}{2}=-b$,半径 $r=\frac{1}{2}\sqrt{4b^2}=|b|$, ∴ 圆心为 $(0,-b)$,半径为 $|b|$.

(4)设圆心为 (c,d), $c=-\frac{2a}{2}=-a$, $d=0$,半径 $r=\frac{1}{2}\sqrt{4a^2+4b^2}=\sqrt{a^2+b^2}$, ∴ 圆心为 $(-a,0)$,半径为 $\sqrt{a^2+b^2}$.

2. 设圆心为 $M(a,b)$,弦 AB 的中点为 D,则 $D(2,1)$,

$k_{AB}=\frac{4+2}{1-3}=-3$, ∴ $k_{MD}=\frac{b-1}{a-2}=\frac{1}{3}$, ①

由题意 $|MD|=\sqrt{10}$,即 $(a-2)^2+(b-1)^2=10$, ②

由①②得 $\begin{cases}a=-1,\\ b=0,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=5,\\ b=2.\end{cases}$

半径 $r=\sqrt{(5-1)^2+(2-4)^2}=\sqrt{20}$,

∴ 圆的方程为 $(x+1)^2+y^2=20$ 或 $(x-5)^2+(y-2)^2=20$.

2.3 直线与圆、圆与圆的位置关系

2.3.1 直线与圆的位置关系

教材课后习题答案

【练习1】(P_{83})

1. 圆心为 $(3,-5)$,半径为6, $d=\frac{|4\times3+3\times5-2|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=5<6$, ∴ 直线与圆相交.

2. 由题意得 $\frac{|3\times1-3m-7|}{\sqrt{3^2+(-m)^2}}=\frac{16}{5}$,

∴ $31m^2-600m+1\ 904=0$,解得 $m=4$ 或 $m=\frac{476}{31}$.

2.3.2 圆与圆的位置关系

教材课上思考答案

【问题与思考】(P_{84})

例7、例8还能用代数法来解,解答过程如下:

例7 解:圆 $C_1: x^2+y^2=1$, ①

圆 $C_2: (x-1)^2+(y-1)^2=4$, ②

①-②,得 $2x+2y+1=0$. ③

由③得 $y=\frac{-1-2x}{2}$.

把上式代入①,并整理,得 $8x^2+4x-3=0$. ④

方程④的判别式 $\Delta=4^2-4\times8\times(-3)=112>0$,

所以方程④有两个不相等的实根 x_1,x_2,把 x_1,x_2 分别代入方程③,得 y_1,y_2.

因此圆 C_1 与圆 C_2 有两个不同的公共点 $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$,即两圆相交.

例8 解:圆 $C_1: x^2+y^2+2x-6y-26=0$, ①

圆 $C_2: x^2+y^2-4x+2y+4=0$, ②

①-②得 $3x-4y-15=0$, ③

由③得 $x=\frac{4}{3}y+5$.

把上式代入②得 $25y^2+90y+81=0$.

方程④的判别式 $\Delta=90^2-4\times25\times81=0$. ④

所以方程④有两个相等的实根,由①②组成的方程组有两组相同的实数解,故两圆相切.

教材课后习题答案

【练习2】(P_{85})

(1)由已知得

圆 $C_1: (x+1)^2+(y-3)^2=36$,圆心 $C_1(-1,3)$,半径 $r_1=6$,圆 $C_2: (x-2)^2+(y+1)^2=9$,圆心 $C_2(2,-1)$,半径 $r_2=3$, $|C_1C_2|=\sqrt{3^2+4^2}=5$, ∴ $3=|r_1-r_2|<d=5<r_1+r_2=9$, ∴ 两圆相交.

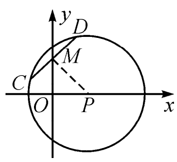
(2)圆 C_1:圆心 $C_1(-2,2)$, $r_1=\sqrt{13}$,圆 C_2:圆心

$C_2(4,-2)$，$r_2=\sqrt{13}$，圆心距 $d=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$，$\because d=r_1+r_2$，$\therefore$ 两圆外切.

(3) 圆 C_1：圆心 $C_1(0,0)$，$r_1=3$，圆 C_2：圆心 $C_2(2,0)$，$r_2=1$，圆心距 $d=\sqrt{2^2}=2$，$\because d=r_1-r_2$，$\therefore$ 两圆内切.

【习题 2－2A 组】(P_{85})

1. (1) 如图①所示. 设圆心 $P(a,0)$，CD 的中点为 M，则 M 的坐标为 $\left(\frac{-1+1}{2},\frac{1+3}{2}\right)$，即 $M(0,2)$.



①

由题意 $MP\perp CD$，

$\therefore -\frac{2}{a}\cdot\frac{3-1}{2}=-1$，得 $a=2$，

$\therefore$ 圆心坐标 $P(2,0)$，半径 $r=|PC|=\sqrt{(2+1)^2+1}=\sqrt{10}$，

故所求圆的方程为 $(x-2)^2+y^2=10$.

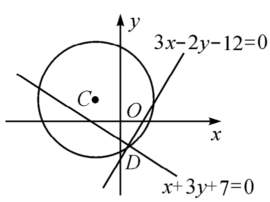
(2) 如图②所示.

由 $\begin{cases}3x-2y-12=0,\\x+3y+7=0,\end{cases}$ 可得 $\begin{cases}x=2,\\y=-3.\end{cases}$

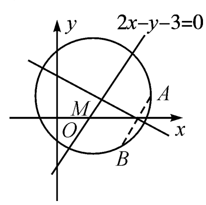
$\therefore D(2,-3)$，

$\therefore$ 半径 $r=\sqrt{(2+1)^2+(-3-1)^2}=5$，

$\therefore$ 圆的方程为 $(x+1)^2+(y-1)^2=25$.



②



③

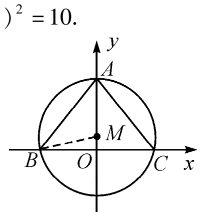
第 1 题图

(3) 如图③所示. 设圆心 $M(x,2x-3)$，由 $|MB|=|MA|$，可得 $\sqrt{(x-3)^2+(2x-3+2)^2}=\sqrt{(x-5)^2+(2x-3-2)^2}$，

$\therefore x=2$，$2x-3=1$，$\therefore$ 圆心 $M(2,1)$，半径 $r=|MA|=\sqrt{(2-5)^2+(1-2)^2}=\sqrt{10}$，

$\therefore$ 圆的方程为 $(x-2)^2+(y-1)^2=10$.

2. 如图所示，设圆心 $M(0,b)$，其中由已知得 $A(0,5)$，由 $|MB|=|MA|$ 可得 $\sqrt{(-4)^2+(-b)^2}=\sqrt{0+(b-5)^2}$.



第 2 题图

$\therefore b=\frac{9}{10}$，$\therefore$ 圆心 $M\left(0,\frac{9}{10}\right)$，

半径 $r=5-\frac{9}{10}=\frac{41}{10}$，$\therefore$ 它的外接圆的方程为 $x^2+\left(y-\frac{9}{10}\right)^2=\frac{1\,681}{100}$.

若 $A(0,-5)$，同理可得该三角形的外接圆方程为 $x^2+\left(y+\frac{9}{10}\right)^2=\frac{1\,681}{100}$.

3. 设三角形的外接圆方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，

由 $\begin{cases}x-y-9=0,\\x+2y=0,\end{cases}$ 得 $A(6,-3)$；

由 $\begin{cases}x+2y=0,\\3x-y-7=0,\end{cases}$ 得 $B(2,-1)$；

由 $\begin{cases}3x-y-7=0,\\x-y-9=0,\end{cases}$ 得 $C(-1,-10)$.

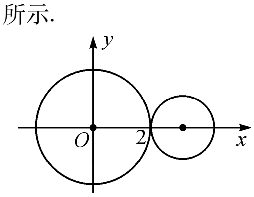
由题意有 $\begin{cases}36+9+6D-3E+F=0,\\4+1+2D-E+F=0,\\1+100-D-10E+F=0,\end{cases}$

解得 $D=-4$，$E=12$，$F=15$.

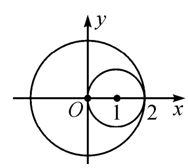
$\therefore$ 三角形外接圆的方程为 $x^2+y^2-4x+12y+15=0$.

4. (1) 相切　(2) 相离　(3) 相交

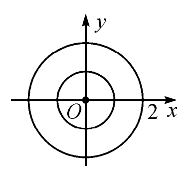
5. (1) 如图①所示.　(2) 如图②所示.　(3) 如图③所示.



①



②



③

第 5 题图

6. 已知圆圆心为 $(2,0)$，半径 $r=10$，直线可化为 $4x-3y-50=0$. 圆心到直线的距离 $d=\frac{|2\times4-50|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{42}{5}$，$\because r>d$，$\therefore$ 直线与圆相交.

【习题 2－2B 组】(P_{86})

1. 已知圆圆心为 $(0,0)$，半径为 2.

圆心到直线 $x-my+2=0$ 的距离

$d=\frac{|2|}{\sqrt{1+m^2}}=\frac{2}{\sqrt{m^2+1}}$.

当 $r=d$，即 $2=\frac{2}{\sqrt{m^2+1}}$，

即 $m=0$ 时直线与圆相切；

当 $r>d$，即 $2>\frac{2}{\sqrt{m^2+1}}$，

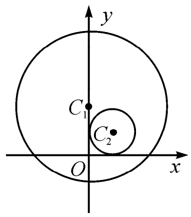
即 $m\neq0$ 时，直线与圆相交；

当 $r<d$，即 $2<\dfrac{2}{\sqrt{m^2+1}}$ 不成立.

$\therefore$ 当 $m=0$ 时，直线与圆相切；当 $m\neq0$ 时，直线与圆相交.

2. 若直线与圆相切，则有 $|r|=2$，又 $r>0$，$\therefore r=2$；
若直线与圆相离，则有 $|r|<2$，
又 $r>0$，$\therefore 0<r<2$；
若直线与圆相交，则有 $|r|>2$，
又 $r>0$，$\therefore r>2$.

3. 如图所示.



第 3 题图

圆 C_1：圆心 $C_1(0,2)$，半径 $r_1=3$，
圆 C_2：圆心 $C_2(1,1)$，半径 $r_2=1$，
圆心距：$|C_1C_2|=\sqrt{1^2+(2-1)^2}=\sqrt{2}$.
$\because |C_1C_2|<r_1-r_2$，$\therefore$ 圆 C_1 与圆 C_2 内含.

§3　空间直角坐标系

3.1　空间直角坐标系的建立

3.2　空间直角坐标系中点的坐标

教材课上思考答案

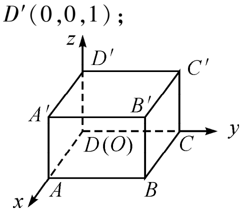
【思考交流】（P_{87}）

解答都可通过建立空间直角坐标系来确定空间物体的位置，即将空间物体的位置用空间中点的坐标来表示.

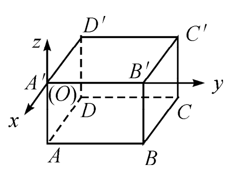
教材课后习题答案

【练习】（P_{90}）

1. 如图①所示，$A(1,0,0)$，$A'(1,0,1)$，$B(1,1,0)$，$B'(1,1,1)$，$C(0,1,0)$，$C'(0,1,1)$，$D(0,0,0)$，$D'(0,0,1)$；



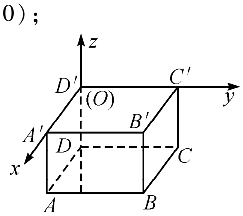
①



②

如图②所示，$A(0,0,-1)$，$A'(0,0,0)$，$B(0,1,-1)$，$B'(0,1,0)$，$C(-1,1,-1)$，$C'(-1,1,0)$，$D(-1,0,-1)$，$D'(-1,0,0)$；

如图③所示，
$A(1,0,-1)$，$A'(1,0,0)$，
$B(1,1,-1)$，$B'(1,1,0)$，
$C(0,1,-1)$，$C'(0,1,0)$，
$D(0,0,-1)$，$D'(0,0,0)$.



③

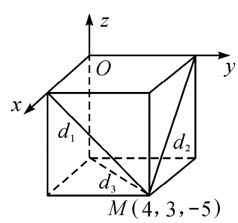
第 1 题图

2. 提示：点 A 在 yOz 平面上，点 B 在 z 轴上，点 C 与 x 轴的正半轴在 yOz 平面的异侧，点 D 在 x 轴上，点 E 与 x 轴正半轴在 yOz 平面的同侧.

3. 自点 $M(-4,-2,3)$，向 xOy 坐标平面引垂线，垂足 $M_1(-4,-2,0)$；
向 yOz 坐标平面引垂线，垂足 $M_2(0,-2,3)$；
向 zOx 坐标平面引垂线，垂足 $M_3(-4,0,3)$；
向 x 轴引垂线，垂足 $M_4(-4,0,0)$；
向 y 轴引垂线，垂足 $M_5(0,-2,0)$；
向 z 轴引垂线，垂足 $M_6(0,0,3)$.

4. $M(1,-2,3)$ 关于 xOy 坐标平面对称的点 $M_1(1,-2,-3)$；
关于 yOz 坐标平面对称的点 $M_2(-1,-2,3)$；
关于 zOx 坐标平面对称的点 $M_3(1,2,3)$；
关于 x 轴对称的点 $M_4(1,2,-3)$；
关于 y 轴对称的点 $M_5(-1,-2,-3)$；
关于 z 轴对称的点 $M_6(-1,2,3)$；
关于原点对称的点 $M_7(-1,2,-3)$.

5. 如图所示，$M(4,3,-5)$ 到 x 轴距离为 $d_1=\sqrt{3^2+(-5)^2}=\sqrt{34}$；到 y 轴距离为 $d_2=\sqrt{4^2+(-5)^2}=\sqrt{41}$；到 z 轴距离为 $d_3=\sqrt{4^2+3^2}=5$；到 xOy 平面的距离 $d_4=|-5|=5$；到 yOz 平面的距离 $d_5=4$；到 zOx 平面的距离 $d_6=3$.



第 5 题图

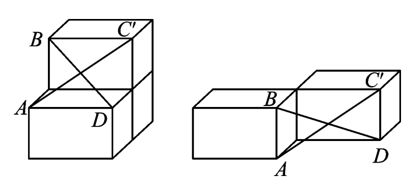
6. 以 O 为坐标原点，OA 所在直线为 z 轴，过 O 点向东的方向为 y 轴，向南的方向为 x 轴，建立右手空间直角坐标系，则 $A(0,0,8)$，$B(-2,5,3)$，$C(0,13,1)$，$D(-6,12,3)$，$E(-6,16,-3)$.

3.3　空间两点间的距离公式

教材课上思考答案

【问题与思考】（P_{91}）

如图所示，由于 $BD=AC'$，故也可测量线段 BD 的长度.



思考图

如果只给一块砖，可先量出长 a，宽 b，高 c，则 $AC'=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

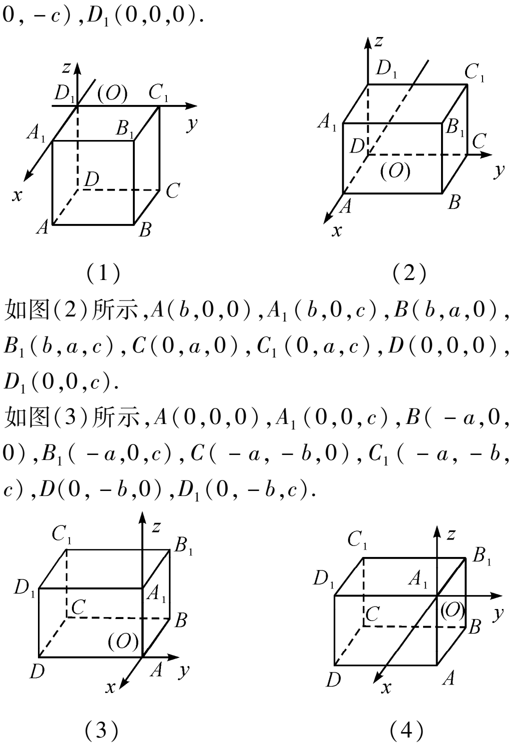
教材课后习题答案

【练习】(P_{93})

$|PQ|=\sqrt{(1+1)^2+(2-0)^2+(-2+1)^2}=\sqrt{4+4+1}=3$.

【习题 2－3A 组】(P_{93})

1. 如图(1)所示，$A(b,0,-c)$，$A_1(b,0,0)$，$B(b,a,-c)$，$B_1(b,a,0)$，$C(0,a,-c)$，$C_1(0,a,0)$，$D(0,0,-c)$，$D_1(0,0,0)$.



如图(2)所示，$A(b,0,0)$，$A_1(b,0,c)$，$B(b,a,0)$，$B_1(b,a,c)$，$C(0,a,0)$，$C_1(0,a,c)$，$D(0,0,0)$，$D_1(0,0,c)$.

如图(3)所示，$A(0,0,0)$，$A_1(0,0,c)$，$B(-a,0,0)$，$B_1(-a,0,c)$，$C(-a,-b,0)$，$C_1(-a,-b,c)$，$D(0,-b,0)$，$D_1(0,-b,c)$.

第 1 题图

如图(4)所示，$A(0,0,-c)$，$A_1(0,0,0)$，$B(-a,0,-c)$，$B_1(-a,0,0)$，$C(-a,-b,-c)$，$C_1(-a,-b,0)$，$D(0,-b,-c)$，$D_1(0,-b,0)$.

2. 提示：分析各点在空间中的位置.

3. $P(3,-2,1)$关于坐标平面 xOy 对称的点 $P_1(3,-2,-1)$；
关于平面 yOz 对称的点 $P_2(-3,-2,1)$；
关于平面 zOx 对称的点 $P_3(3,2,1)$；
关于 x 轴对称的点 $P_4(3,2,-1)$；
关于 y 轴对称的点 $P_5(-3,-2,-1)$；
关于 z 轴对称的点 $P_6(-3,2,1)$；
关于原点对称的点 $P_7(-3,2,-1)$.

4. $N(3,-2,-4)$到原点的距离 $\sqrt{3^2+(-2)^2+(-4)^2}=\sqrt{29}$；
到 x 轴距离 $\sqrt{(-2)^2+(-4)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$；
到 y 轴距离 $\sqrt{3^2+(-4)^2}=\sqrt{25}=5$；
到 z 轴距离 $\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$；
到 xOy 坐标平面距离为$|-4|=4$；
到 yOz 坐标平面距离为 3；
到 zOx 坐标平面距离为$|-2|=2$.

5. $|AB|=\sqrt{(-3+4)^2+(2-3)^2+(-4-1)^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$.

6. 证明：$|AB|=\sqrt{(-1-2)^2+(2+2)^2+(3-3)^2}=5$，

$|AC|=\sqrt{\left(-1-\frac{1}{2}\right)^2+\left(2-\frac{5}{2}\right)^2+(3-3)^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}$，

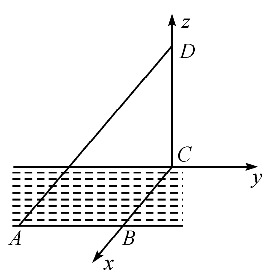
$|BC|=\sqrt{\left(2-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-2-\frac{5}{2}\right)^2+(3-3)^2}=\frac{3\sqrt{10}}{2}$，

$\because |AC|^2+|BC|^2=\frac{10}{4}+\frac{90}{4}=25=|AB|^2$，

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形.

7. 如图所示，以 C 为坐标原点，CD 所在直线为 z 轴，CB 所在直线为 x 轴建立空间直角坐标系.
则由题意知 $C(0,0,0)$，$D(0,0,5)$，$B(3,0,0)$，$A(3,-4,0)$.

$\therefore |AD|=\sqrt{3^2+4^2+5^2}=5\sqrt{2}(\text{m})$.



第 7 题图

答：点 A 与塔顶 D 的距离 AD 为 $5\sqrt{2}$ m.

【习题 2－3B 组】(P_{93})

证明：$|AB|=\sqrt{(2+1)^2+(3+2)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{38}$，

$|AC|=\sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{37}}{2}+1\right)^2+(1+2)^2+(0-1)^2}$
$=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{37}+3}{2}\right)^2+3^2+1}$，

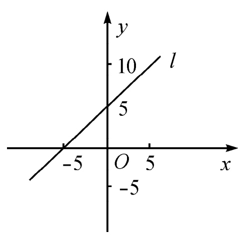
$|BC|=\sqrt{\left(2-\frac{1+\sqrt{37}}{2}\right)^2+(3-1)^2+(-1)^2}$
$=\sqrt{\left(\frac{3-\sqrt{37}}{2}\right)^2+2^2+1}$，

$\because |AC|^2+|BC|^2=\left(\frac{3+\sqrt{37}}{2}\right)^2+3^2+1+$

$\left(\frac{3-\sqrt{37}}{2}\right)^2+2^2+1=\frac{3^2+37}{2}+3^2+1+2^2+1=38=|AB|^2$，$\therefore$ $\triangle ABC$ 是以 AB 为斜边的直角三角形.

【复习题二 A 组】(P_{97})

1. 由点 $A(1,2)$ 在直线 $y=2x+b$ 上可得 $b=0$，$\therefore y=2x$.
 $\because B(3,m)$ 也在直线 $y=2x$ 上，
 $\therefore m=6$. $\therefore B(3,6)$.
 $\therefore |AB|=\sqrt{(3-1)^2+(6-2)^2}=2\sqrt{5}$.
2. $\because A$、B、C 共线，$\therefore k_{BC}=k_{AC}$，即 $\frac{a+4-3}{0-1}=\frac{0-3}{a-1}$，解得 $a=\pm2$. $\because a\in\mathbf{N}^*$，$\therefore a=2$.
3. (1) 当 $m=3$ 时，$\alpha=90°$，斜率不存在；(2) 当 $m\neq3$ 时，$k_{AB}=\frac{m-1}{3-m}$.
4. $\because \alpha=30°$，$\therefore k_{l_1}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\because l_2\perp l_1$，$\therefore k_{l_2}\cdot k_{l_1}=-1$.
 $\therefore k_{l_2}=-\sqrt{3}$.
5. $ax+3my+2a=a(x+2)+3my=0$，$\because m\neq0$，$\therefore$ 该直线恒过 $(-2,0)$，由两点式可得该直线的方程为 $x+3y+2=0$，$\therefore$ 该直线的斜率为 $-\frac{1}{3}$.
6. $\because \alpha=45°$，$\therefore k=1$，由点斜式得直线的方程为 $x-y+5=0$. 直线如图所示.



第 6 题图

7. (1) 当 $a=-1$ 时，$k_{l_1}=\frac{1}{2}$，k_{l_2} 不存在，$\therefore l_1$ 不垂直于 l_2，$\therefore a\neq-1$；(2) 当 $a=0$ 时，$k_{l_1}=0$，k_{l_2} 不存在，$\therefore l_1\perp l_2$；(3) 当 $a\neq-1$ 且 $a\neq0$ 时，$k_{l_1}=-\frac{a}{2}$，$k_{l_2}=-\frac{1}{a(a+1)}$，$\because l_1\perp l_2$，$\therefore k_{l_1}\cdot k_{l_2}=-1$，即
 $-\frac{a}{2}\cdot\left[-\frac{1}{a(a+1)}\right]=-1$，
 $\therefore a=-\frac{3}{2}$.
 综上所述知 $a=0$ 或 $a=-\frac{3}{2}$.
8. 设直线的方程为 $y=-\frac{4}{3}x+b(b\neq0)$.
 当 $x=0$ 时，$y=b$；当 $y=0$ 时，$x=\frac{3}{4}b$.
 由题意得 $|b|+\left|\frac{3}{4}b\right|+\sqrt{b^2+\left(\frac{3}{4}b\right)^2}=9$，
 即 $\left|\frac{7}{4}b\right|+\left|\frac{5}{4}b\right|=9$，$|b|=3$.
 当 $b>0$ 时，$b=3$；当 $b<0$ 时，$b=-3$.
 $\therefore$ 直线的方程为 $4x+3y+9=0$ 或 $4x+3y-9=0$.
9. $x-2y=0$.
10. $2x+3y+10=0$.
11. $6x-5y+7=0$.
12. 由 $\begin{cases}3x+2y-6=0,\\3x+2my+18=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=2-\frac{8}{1-m},\\y=\frac{12}{1-m}.\end{cases}$ 代入 $3mx+2y+12=0$ 得 $3m\left(2-\frac{8}{1-m}\right)+\frac{24}{1-m}+12=0$，解得 $m=-6$.
13. 设所求直线方程为 $7x+24y+m=0$.
 则由题意 $\frac{|-5-m|}{\sqrt{7^2+24^2}}=3$，
 $\therefore |m+5|=75$，解得 $m=-80$ 或 $m=70$.
 故所求直线方程为 $7x+24y+70=0$ 或 $7x+24y-80=0$.
14. 圆 $x^2+y^2=4$ 的圆心为 $(0,0)$，半径为 2.
 圆心 $(0,0)$ 到直线 $\sqrt{3}x+y-2\sqrt{3}=0$ 的距离 $d=\frac{|-2\sqrt{3}|}{\sqrt{3+1}}=\sqrt{3}<2$，故直线 $\sqrt{3}x+y-2\sqrt{3}=0$ 与圆 $x^2+y^2=4$ 相交.
15. 解法一：设这个圆的方程为 $x^2+y^2-2x+10y-24+\lambda(x^2+y^2+2x+2y-8)=0$.
 $\therefore$ 圆心为 $\left(\frac{1-\lambda}{1+\lambda},-\frac{5+\lambda}{1+\lambda}\right)$ 代入 $x+y=0$，得 $\lambda=-2$，
 $\therefore$ 圆心 $(-3,3)$，$r^2=\frac{D^2+E^2-4F}{4}=10$，
 $\therefore$ 圆的方程为 $(x+3)^2+(y-3)^2=10$.
 解法二：解方程组 $\begin{cases}x^2+y^2-2x+10y-24=0,\\x^2+y^2+2x+2y-8=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=-4,\\y=0,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=0,\\y=2.\end{cases}$
 设圆心为 $(a,-a)$，半径为 r，
 则 $\begin{cases}(-4-a)^2+a^2=r^2,\\(-a)^2+(2+a)^2=r^2,\end{cases}$
 解之得 $a=-3$，$r=\sqrt{10}$，
 $\therefore$ 所求圆的方程为 $(x+3)^2+(y-3)^2=10$.
16. (1) $k_{AC}=-\frac{3}{2}$，AC 边上的高所在直线方程为 $2x-3y+14=0$；
 (2) $x-2y-4=0$.
17. $|AB|=\sqrt{(2-1)^2+(0+3)^2+(4-0)^2}=\sqrt{26}$.

【复习题二 B 组】(P_{97})

1. $\because A、B、C$ 三点共线，$\therefore k_{AB}=k_{AC}=k_{BC}$，

即$\frac{5+3}{4+2a}=\frac{5-a}{4-1}=\frac{a+3}{1+2a}$，$\therefore a=2$ 或 $a=1$.

2. 证明：设直线为 $y=kx+b(b\neq 0)$，

则 $y_1=kx_1+b, y_2=kx_2+b$，

$$|P_1P_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(kx_1-kx_2)^2}=|x_1-x_2|\cdot\sqrt{1+k^2}=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1-x_2)^2}=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}.$$

3. $M(2,3)$ 关于 x 轴对称的点为 $M'(2,-3)$，故反射光线所在直线由 $M'(2,-3)$ 和 $N(1,0)$，得$\frac{y+3}{0+3}=\frac{x-2}{1-2}$，即 $3x+y-3=0$，故为反射光线所在直线方程.

4. (1) 当 $a=\frac{1}{2}$ 时，k_{l_1} 不存在，$k_{l_2}\neq 0$，$\therefore l_1$ 不垂直于 l_2. $\therefore a\neq\frac{1}{2}$；

(2) 当 $a=-5$ 时，$k_{l_1}\neq 0$，k_{l_2} 不存在，$\therefore a\neq -5$；

(3) 当 $a\neq\frac{1}{2}$ 且 $a\neq -5$ 时，$\because l_1\perp l_2$，$\therefore k_{l_1}\cdot k_{l_2}=-1$，即$\frac{a-3}{2a-1}\cdot\frac{-(2a+1)}{a+5}=-1$，解得 $a=\frac{1}{7}$.

综上可得 $a=\frac{1}{7}$.

5. 设圆心 $(x,-2x)$. 由题意得 $d=r$，即$\frac{|x-2x-1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{(x-0)^2+(-2x+1)^2}$，解得 $x=1$ 或 $x=\frac{1}{9}$，

$\therefore$ 圆心 $(1,-2)$ 或 $\left(\frac{1}{9},-\frac{2}{9}\right)$，此时圆的半径分别为 $\sqrt{2}$ 和 $\frac{5\sqrt{2}}{9}$，$\therefore$ 适合题意的圆的方程为 $(x-1)^2+(y+2)^2=2$ 或 $\left(x-\frac{1}{9}\right)^2+\left(y+\frac{2}{9}\right)^2=\frac{50}{81}$.

6. 设 l 的方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$，

由题意得 $\begin{cases}|a|=|b|,\\ \frac{1}{2}|a|\cdot|b|=18.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}|a|=6,\\ |b|=6.\end{cases}$

$\therefore$ 直线 l 的方程为 $x+y+6=0$ 或 $x+y-6=0$ 或 $x-y+6=0$ 或 $x-y-6=0$.

7. 设 $Q(x,y)(x\in[0,30], y\in[0,20])$.

由截距式得 EF 的方程为$\frac{x}{30}+\frac{y}{20}=1$，

即 $2x+3y=60$.

则 $|QR|=100-x, |PQ|=80-y$.

$\therefore S_{\text{矩形}PQRC}=(100-x)\cdot(80-y)=(100-x)\cdot\left(80-20+\frac{2x}{3}\right)=-\frac{2x^2}{3}+\frac{20}{3}x+6\ 000(0\leqslant x\leqslant 30)$.

当 $x=5$ 时，$S_{\max}=6\ 016\frac{2}{3}$，此时 $y=\frac{50}{3}$.

$\therefore$ 当 QR 为 95 m，PQ 为$\frac{190}{3}$ m 时，草坪占地面积最大为 $6\ 016\frac{2}{3}$ m^2.

8. $N(a,b,c)$ 关于坐标平面 yOz 对称点的坐标为 $(-a,b,c)$.

【复习题二 C 组】(P_{98})

1. 设圆心 $O(x,y)$.

由题意得 $|y|=\left|x+\frac{1}{2}\right|$，代入 $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+y^2=2$，

得 $x=\frac{1}{2}$，$\therefore y=\pm 1$.

$\therefore$ 所求圆的方程为 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(y-1)^2=1$ 或 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(y+1)^2=1$.

2. (1) 当 $l/\!/AB$ 时，$\because k_{AB}=\sqrt{3}$，$\therefore k_l=\sqrt{3}$，则设 l 的方程为 $y=\sqrt{3}x+b$，则 $d=\frac{|\sqrt{3}+b|}{2}=1$，$\therefore b=2-\sqrt{3}$ 或 $b=-2-\sqrt{3}$，$\therefore l$ 的方程为 $y=\sqrt{3}x+2-\sqrt{3}$ 时或 $y=\sqrt{3}x-2-\sqrt{3}$；

(2) 当 l 过 AB 中点 $M(2,\sqrt{3})$ 时，设直线方程 $y-\sqrt{3}=k(x-2)$，即 $kx-y-2k+\sqrt{3}=0$，由 $A(1,0)$ 到直线距离为 1，得$\frac{|k-2k+\sqrt{3}|}{\sqrt{1+k^2}}=1$，解得 $k=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore$ 方程为 $x-\sqrt{3}y+1=0$；

(3) 当直线 l 斜率不存在时，直线方程为 $x=2$，符合题意. 综上所述，直线 l 的方程为 $y=\sqrt{3}x+2-\sqrt{3}$ 或 $y=\sqrt{3}x-2-\sqrt{3}$ 或 $x-\sqrt{3}y+1=0$ 或 $x=2$.

3. 证明：$\because x+y=3$，$\therefore (x+5)+(y-2)=6$，

$\therefore [(x+5)+(y-2)]^2=36$，

$\therefore (x+5)^2+(y-2)^2=36-2(x+5)(y-2)\geqslant 36-2\times\frac{[(x+5)+(y-2)]^2}{4}=18$，

即 $(x+5)^2+(y-2)^2\geqslant 18$.