

教材习题解答

第一章 勾股定理

1 探索勾股定理

[做一做](教材 P₂)

(1)可以发现直角三角形的两较短边的平方和等于最长边的平方.

(2)三边的平方分别是 9, 9, 18, 及 4, 4, 8(见教材图 1-2);三边的平方分别是 9, 16, 25 及 9, 1, 10(见教材图 1-3). 都符合(1)中的数量关系. 利用面积法可分别求 A、B、C 的面积.

(3)面(1)中猜想的数量关系仍然成立. 理由略.

[想一想](教材 P₃)

因为 $8^2 + 6^2 = 100 = 10^2$, 所以需要 10 m 长的钢索.

[随堂练习](教材 P₃)

1. A 所代表的正方形的面积是 625; B 所代表的正方形的面积是 144.

2. 不同意. 29 英寸即 74 厘米是指电视机的对角线长, 而 $58^2 + 46^2 = 5480 \approx 74^2$, 即售货员没搞错.

[习题 1.1](教材 P₄)

知识技能

1. $x = 10$. $y = 12$.

2. 直角三角形的面积为 $\frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60(\text{cm}^2)$.

数学理解

※3. 图略. 正方形③、④的面积之和等于正方形①的面积, 正方形⑦、⑧、⑨、⑩的面积之和等于正方形①的面积.

问题解决

4. 作 $\triangle ABC$ 的高 CD , 则 $AD = BD = \frac{1}{2}AB = 3(\text{cm})$. 在

$\text{Rt}\triangle ADC$ 中, 由勾股定理得 $CD^2 = AC^2 - AD^2 = 5^2 - 3^2 = 16 = 4^2$, 所以 $CD = 4 \text{ cm}$. 所以 $S_{\triangle ABC} =$

$$\frac{1}{2}AB \cdot CD = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12(\text{cm}^2).$$

[做一做](教材 P₅)

(1)教材图 1-5 中所有三角形的面积都是 $\frac{1}{2}ab$, 正方形的面积按从小到大的顺序依次表示为 $a^2, b^2, c^2, (a+b)^2$; 教材图 1-6 中所有三角形的面积都是 $\frac{1}{2}ab$, 正方形的面积按从小到大的顺序依次表示为 $(b-a)^2, a^2, b^2, c^2$.

(2)教材图 1-5 中正方形 $ABCD$ 的面积可表示为 $(a+b)^2$, 也可以表示为 $\frac{1}{2}ab \times 4 + c^2$; 教材图 1-6 中正方形 $ABCD$ 的面积可表示为 $(b-a)^2$, 也可以表示

为 $c^2 - \frac{1}{2}ab \times 4$.

(3)由正方形 $ABCD$ 面积的两种表示方法可验证勾股定理. 教材图 1-5 中, $(a+b)^2 = \frac{1}{2}ab \times 4 + c^2$, 化简得 $a^2 + b^2 = c^2$, 即验证勾股定理. 教材图 1-6 中, $(b-a)^2 = c^2 - \frac{1}{2}ab \times 4$, 化简, 得 $a^2 + b^2 = c^2$, 即验证勾股定理.

[议一议](教材 P₆)

不满足.

[随堂练习](教材 P₆)

由勾股定理可求得 $OM = 50 \text{ km}$, $OQ = 130 \text{ km}$, 则沿江高速的造价预计是 $(50 + 130) \times 5000 = 900000$ (万元).

[习题 1.2](教材 P₆)

知识技能

1. 由勾股定理求得斜边长为 5 m, 则旗杆折断之前高为 $3 + 5 = 8(\text{m})$.

数学理解

2. 用面积法验证如下:

$$S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2}(a+b) \cdot (a+b) = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 + ab.$$

梯形的面积又可表示为:

$$S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}c^2 + ab.$$

$$\text{所以 } \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 + ab = \frac{1}{2}c^2 + ab.$$

即 $a^2 + b^2 = c^2$. 直角三角形的三边满足此关系式, 其中 c 为斜边, a, b 为直角边.

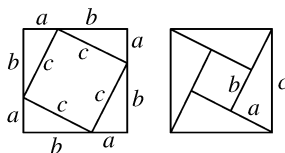
联系: 均是通过拼图法验证勾股定理.

问题解决

3. 因为半圆的半径是 1.2 m, 如答图 1, $OA = 0.6 \text{ m}$, 只要 AB 的长度大于 0.8 m, 这个箱子就能放进储藏室内. 因为 $OA = 0.6 \text{ m}$, $OB = 1.2 \text{ m}$, 所以 $AB^2 = 1.2^2 - 0.6^2 = 1.08$, 显然 $AB > 0.8 \text{ m}$, 所以这个箱子能放进储藏室内.

联系拓广

4. 验证方法不唯一; 如答图 2. 与课堂上的方法之间的联系与差别略.



答图 2

5. 略.

► 2 一定是直角三角形吗

[做一做](教材 P₉)

它们都是直角三角形.

[随堂练习](教材 P₁₀)

1. 因为 $9^2 + 12^2 = 15^2$, $15^2 + 36^2 = 39^2$, 所以(1)(4)可以作为直角三角形的三边长. (2)(3)不满足直角三角形三边关系, 不能作为直角三角形的三边长.
2. 根据勾股定理得 $BE^2 = AB^2 + AE^2 = 20$, $EF^2 = DE^2 + DF^2 = 5$, $BF^2 = CF^2 + BC^2 = 25$, 则 $BE^2 + EF^2 = BF^2$. 所以 $\triangle BEF$ 是直角三角形. 所以图中有 4 个直角三角形.

[习题 1.3](教材 P₁₀)

知识技能

1. 因为 $9^2 + 40^2 = 41^2$, 所以斜边长为 41.
2. 由 $a^2 = c^2 - b^2$, 得 $a^2 + b^2 = c^2$, 所以这三条线段组成的三角形是直角三角形.

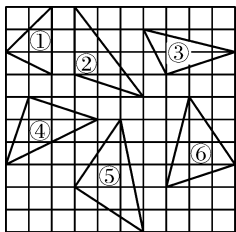
数学理解

3. (1) 还是直角三角形.
- (2) 这些勾股数的 2 倍、3 倍、4 倍、10 倍仍为勾股数, 任意倍也为勾股数. 补全表具体见下表:

	2 倍	3 倍
3, 4, 5	6, 8, 10	9, 12, 15
5, 12, 13	10, 24, 26	15, 36, 39
8, 15, 17	16, 30, 34	24, 45, 51
7, 24, 25	14, 48, 50	21, 72, 75
4 倍	10 倍	
12, 16, 20	30, 40, 50	
20, 48, 52	50, 120, 130	
32, 60, 68	80, 150, 170	
28, 96, 100	70, 240, 250	

理由略.

4. 如答图 3, 由勾股定理的逆定理得三角形④⑤是直角三角形, 三角形①②③⑥不是直角三角形.



答图 3

问题解决

- ※5. 把绳子平均分成 12 段, 分别取其中的 3 段、4 段、5 段作为边长围成一个三角形, 则 5 段的边

所对的角是直角.

联系拓广

※6. 这些数字满足 $a^2 + b^2 = c^2$.

► 3 勾股定理的应用

[做一做](教材 P₁₃)

(1) 若卷尺足够长, 只要量得 AD 、 BC 、 AB 、 BD 、 AC 的长, 然后验证 $AD^2 + AB^2$ 是否等于 BD^2 及 $BC^2 + AB^2$ 是否等于 AC^2 .

(2) 边 AD 垂直于边 AB . 因为 $AD^2 + AB^2 = 30^2 + 40^2 = 2500$, $BD^2 = 50^2 = 2500$, 所以 $AD^2 + AB^2 = BD^2$, 所以 $\triangle ABD$ 为直角三角形, 且 $\angle A = 90^\circ$, 所以 $AD \perp AB$.

(3) 能验证. 如: 利用分段相加的办法量出 AB 、 AD 、 BD 的长, 再仿照(2)来验证; 又如: 在 AB 、 AD 边上各量出一段较小线段 AB' 、 AD' 的长度, 再量 $B'D'$ 的长度, 若 $B'D'^2 = AB'^2 + AD'^2$, 则 $AD \perp AB$. 同理可验证 BC 边是否垂直于 AB 边.

[随堂练习](教材 P₁₄)

上午 10:00, 甲、乙两人相距 13 千米.

[习题 1.4](教材 P₁₄)

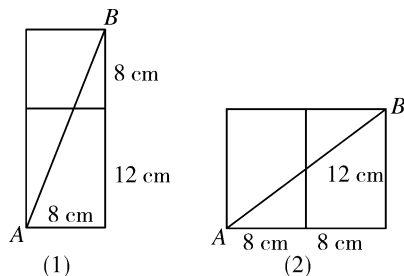
知识技能

1. 阴影长方形的面积为 $17 \times 3 = 51(\text{cm}^2)$.

2. 图(2)正确.

问题解决

3. 15 m 长的云梯能达到墙的顶端.
4. 把长方体盒子的侧面展开, 连接 AB 有两种情况, 如答图 4.



答图 4

在答图 4(1)中 $AB^2 = 8^2 + 20^2 = 464$, 在答图 4(2)中 $AB^2 = 16^2 + 12^2 = 400$. 因为 $464 > 400$, 所以蚂蚁沿答图 4(2)中的两个面爬行路线最短. $AB^2 = 400$, 则 $AB = 20$ cm, 即最短路程为 20 cm.

※5. 设芦苇的长度为 x , 则水池的深度为 $x - 1$, 由勾股定理列式得 $(x - 1)^2 + 5^2 = x^2$, 解得 $x = 13$. 所以水池深 12 尺, 芦苇长 13 尺.

※6. 略.

[复习题](教材 P₁₆)

知识技能

1. 由勾股定理分别求出 $AB = 5$ cm, $BC = 13$ cm, $CD = 10$ cm. 所以蚂蚁一共爬行了 $5 + 13 + 10 = 28(\text{cm})$.
2. (1) 能, 因为 $8^2 + 15^2 = 17^2$.
(2) 否, 因为 $7^2 + 12^2 \neq 15^2$.

(3) 否, 因为 $12^2 + 15^2 \neq 20^2$.

(4) 能, 因为 $7^2 + 24^2 = 25^2$.

3. 它离出发点有 200 km.

4. 正方形 $CDEF$ 的面积为 169 cm^2 .

5. 小明向正东方向走了 200 m.

数学理解

6. 斜边上的半圆面积等于两直角边上的半圆面积之和.

7. 观察可知两个正方形的边长都为 $(a+b)$, 则它们的面积相等. 第一个正方形的面积可表示为 $\frac{1}{2}ab \times 4 + c^2 = c^2 + 2ab$, 第二个正方形的面积可表示为 $b^2 + a^2 + \frac{1}{2}ab \times 4 = a^2 + b^2 + 2ab$, 则 $c^2 + 2ab = a^2 + b^2 + 2ab$, 即 $c^2 = a^2 + b^2$. 而 a, b 为一个直角三角形的两直角边, 斜边为 c , 即直角三角形的三边存在 $c^2 = a^2 + b^2$ 的关系, 即验证了勾股定理.

8. 能, 因为 $3^2 + 4^2 = 5^2$, 依据勾股定理的逆定理知第 4 个结处的角是一个直角.

9. (1) 图略. $AB^2 = 2^2 + 7^2 = 53$, 所以正方形的面积为 AB^2 , 即 53.

(2) 能, 可以利用 $5 = 2^2 + 1^2, 10 = 3^2 + 1^2, 13 = 2^2 + 3^2$ 构造正方形, 图略.

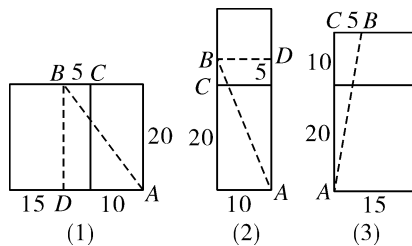
10. 略.

问题解决

11. (1) 24 m.

(2) 不是. 因为梯子顶端下滑 4 m, 所以梯子顶端距地面 $24 - 4 = 20$ (m). 根据勾股定理 $25^2 - 20^2 = 15^2$, 所以梯子底端离墙 15 m. 因为 $15 - 7 = 8$ (m), 所以梯子底部在水平方向上滑动了 8 m, 而不是 4m.

12. 因为两点之间线段最短, 把长方体沿平面展开, 对应题中的平面展开图有三种形式, 如答图 5.



答图 5

在答图 5(1) 中, 由勾股定理, 得 $AB^2 = 20^2 + 15^2 = 625 = 25^2$, 所以 $AB = 25$; 在答图 5(2) 中, 由勾股定理, 得 $AB^2 = 25^2 + 10^2 = 725$; 在答图 5(3) 中, 由勾股定理, 得 $AB^2 = 30^2 + 5^2 = 925$. 因为 $925 > 725 > 625$, 所以答图 5(1) 中的 AB 长度最短, 为 25, 即蚂蚁需要爬行的最短距离为 25.

联系拓广

※13. 因为 $1 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^2 + 2 \cdot 2^2 = 9 \cdot 34$, 所以能进入电梯内的木条最大长度大约是 3 m. 因为装修工

人买的木条放不进电梯, 且 $3 \cdot 1^2 > 9 \cdot 34$, 所以木条至少是 3.1 m.

※14. (1) 正确, 因为偶数的平方是偶数, 奇数的平方是奇数, 而两个奇数的和或差一定是偶数, 所以勾股数组中一定有一个数是偶数.

(2) 规律: 若 a, b, c 为一组勾股数, 则 ma, mb, mc 也是一组勾股数, 其中 m 为正整数, 如 3, 4, 5 为一组勾股数, 那么 6, 8, 10 是一组勾股数; 9, 12, 15 也是一组勾股数.

第二章 实数

1 认识无理数

[做一做] (教材 P₂₁)

(1) 5. (2) $b^2 = 1^2 + 2^2$. (3) b 不是有理数.

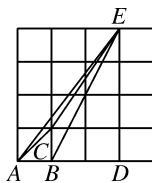
[随堂练习] (教材 P₂₁)

因为 $h^2 = 2^2 - 1^2 = 3$, 所以 h 不可能是整数, 也不可能是分数.

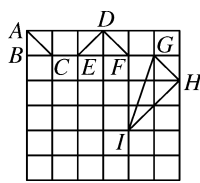
[习题 2.1] (教材 P₂₂)

问题解决

1. 如答图 6, 线段 AB, AD, AE 的长都能用有理数表示; 线段 AC, CE, BE 的长都不能用有理数表示.



答图 6



答图 7

2. 如答图 7. (1) 如 $\triangle ABC$. (2) 如 $\triangle DEF$.

(3) 如 $\triangle GHI$.

[做一做] (教材 P₂₃)

(1) 2. 2. (2) 2. 24.

[议一议] (教材 P₂₃)

表示小数依次为 $3, 0.8, 0.5, -0.17, 0.18$, 发现这些数均为有限小数或无限循环小数.

[想一想] (教材 P₂₃)

无理数还有 $\frac{\pi}{2}, 0.305\ 005\ 000\ 5\cdots$ (每两个 5 之间依次多一个 0) 等.

[随堂练习] (教材 P₂₄)

有理数: $0.458\ 3, 3.\ 7, -\frac{1}{7}, 18$. 无理数: $-\pi$.

[习题 2.2] (教材 P₂₅)

知识技能

1. $-\frac{599}{180}, 3.\ 97, -234.\ 101\ 010\ 10\cdots$ (相邻两个 1 之

间有 1 个 0) 是有理数;

$0.\ 123\ 456\ 789\ 101\ 112\ 13\cdots$ (小数部分由相继的正整数组成) 是无理数.

2. (1) x 不是有理数 (理由略).

(2) 因为 $3.16 < x < 3.17$, 所以 $x \approx 3.2$.

(3) 因为 $3.162 < x < 3.163$, 所以 $x \approx 3.16$.

数学理解

3. (1) \times (2) \surd (3) \times (4) \times

4. 如 $-\frac{\pi}{3}, 2\pi, 0.212\ 112\ 1112\ \dots$ (相邻两个 2 之间 1 的个数逐次加 1).

2 平方根

[填空](教材 P₂₆)

(1) 2 3 4 5

(2) x, y, w 是无理数, z 是有理数, $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{3}, z = 2, w = \sqrt{5}$.

[随堂练习](教材 P₂₇)

1. $6, \frac{3}{4}, \sqrt{17}, 0.9, 10^{-2}$.

2. 在 Rt $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ, BC = 3, AC = 5$, 所以 $AB^2 = BC^2 + AC^2 = 3^2 + 5^2 = 34$, 所以 $AB = \sqrt{34}$.

3. 在 Rt $\triangle ABC$ 中, $AC = 8\text{ m}, BC = 6.4\text{ m}$, 所以 $AB^2 = AC^2 - BC^2 = 23.04, AB = \sqrt{23.04} = 4.8(\text{m})$, 即帐篷支撑竿的高是 4.8 m.

[习题 2.3](教材 P₂₇)

知识技能

1. (1) 7. (2) $\frac{5}{14}$. (3) 0.3. (4) -8.

2. $11, \frac{3}{5}, 1.4, 10^3$.

问题解决

3. 0.3 m.

联系拓广

4. 2 倍, 3 倍, 10 倍, \sqrt{n} 倍.

[想一想](教材 P₂₇)

(1) 还有 -3 的平方也是 9.

(2) 平方等于 $\frac{4}{25}$ 的数有两个, 是 $\pm \frac{2}{5}$; 平方等于 0.64 的数有两个, 是 ± 0.8 .

[议一议](教材 P₂₈)

(1) 两个. (2) 一个. (3) 没有.

[想一想](教材 P₂₈)

(1) $(\sqrt{64})^2 = 64. \left(\sqrt{\frac{49}{121}}\right)^2 = \frac{49}{121}$.

(2) $(\sqrt{7.2})^2 = 7.2. (3) (\sqrt{a})^2 = a.$

[随堂练习](教材 P₂₉)

1. $\pm 1.2, 0, \pm \sqrt{8}, \pm \frac{10}{7}, \pm 21, \pm 14, \pm 10^{-2}$.

2. (1) $\pm 5. (2) 5. (3) 5.$

3. $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13.$

[习题 2.4](教材 P₂₉)

知识技能

1. $\pm 13, \pm 10^{-3}, \pm \frac{4}{7}, \pm \frac{3}{2}, \pm 3\sqrt{2}$.

2. (1) 19. (2) -11. (3) ± 14 .

3. (1) $x = \pm \frac{5}{9}. (2) x = \pm \sqrt{6}.$

4. (1) $\sqrt{4^2} = 4. (2) \sqrt{(-4)^2} = 4.$

(3) $(\sqrt{0.8})^2 = 0.8.$

5. $\sqrt{(c+b)(c-b)} = \sqrt{(25+24) \times (25-24)} = \sqrt{49} = 7.$

联系拓广

※6. 不一定, 当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a^2} = a$; 当 $a < 0$ 时, $\sqrt{a^2} = -a$.

3 立方根

[做一做](教材 P₃₀)

(1) 2 的立方等于 8, 除 2 外, 没有其他数的立方等于 8.

(2) -3 的立方等于 -27, 除 -3 外, 没有其他数的立方等于 -27.

[议一议](教材 P₃₀)

(1) 1 个. (2) 1 个. (3) 1 个.

[想一想](教材 P₃₁)

$(\sqrt[3]{a})^3 = a, \sqrt[3]{a^3} = a.$

[随堂练习](教材 P₃₁)

1. 0.5, -4, 5, 16.

2. 设这个正方体的棱长为 $x\text{ cm}$, 由题意得 $x^3 = 3^3 \times 8 = 216$, 所以 $x = 6$, 即这个正方体的棱长是 6 cm.

[习题 2.5](教材 P₃₂)

知识技能

1. 0.1, -1, $-\frac{1}{6}, 20, \frac{2}{3}, -8.$

2. $2, \frac{1}{4}, -3, 125, -3.$

3.

a	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1 000
$\sqrt[3]{a}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

数学理解

4. (1) 算术平方根增大. (2) 立方根增大.

问题解决

5. 5 cm.

联系拓广

6. 2 倍, 3 倍, 10 倍, $\sqrt[3]{n}$ 倍.

4 估算

[议一议](教材 P₃₃)

(1) ① $\sqrt{0.43} \approx 0.66$ 不正确. 因为 $0.36 < 0.43 < 0.49$, 所以 $0.6^2 < 0.43 < 0.7^2$, 所以 $\sqrt{0.43}$ 在 0.6 和 0.7 之间, 不可能是 0.66.

② $\sqrt[3]{900} \approx 96$ 不正确. 因为 $729 < 900 < 1\ 000$, 所以 $9^3 < 900 < 10^3$, 所以 $\sqrt[3]{900}$ 在 9 和 10 之间, 不可能是 96.

③ $\sqrt{2\ 536} \approx 60.4$ 不正确. 因为 $2\ 500 < 2\ 536 < 2\ 601$, 所以 $50^2 < 2\ 536 < 51^2$, 所以 $\sqrt{2\ 536}$ 在 50 和 51

之间,不可能是 60.4.

(2) 因为 $729 < 900 < 1\ 000$, 所以 $9^3 < 900 < 10^3$, 所以 $9 < \sqrt[3]{900} < 10$, 所以 $\sqrt[3]{900}$ 约为 9 或 10.

[议一议](教材 P₃₄)

(1) 因为 $4 < 5 < 9$, 所以 $2 < \sqrt{5} < 3$, 所以 $\sqrt{5} - 1 > 1$, 所以 $\frac{\sqrt{5}-1}{2} > \frac{1}{2}$. (2) 正确.

[随堂练习](教材 P₃₄)

1. (1) 因为 $12.96 < 13.6 < 13.69$, 所以 $3.6 < \sqrt{13.6} < 3.7$, 所以 $\sqrt{13.6}$ 约等于 3.6 或 3.7.

(2) 因为 $729 < 800 < 1\ 000$, 所以 $9 < \sqrt[3]{800} < 10$, 所以 $\sqrt[3]{800}$ 约等于 9 或 10.

2. $\sqrt{6} \approx 2.45 < 2.5$.

[习题 2.6](教材 P₃₄)

知识技能

1. (1) 因为 $6 < \sqrt[3]{260} < 7$, 所以 $\sqrt[3]{260}$ 约等于 6 或 7.

(2) 因为 $5.0 < \sqrt{25.7} < 5.1$, 所以 $\sqrt{25.7}$ 约等于 5.0 或 5.1.

2. (1) 因为 $\sqrt{3} < 2$, 所以 $\frac{\sqrt{3}-1}{2} < \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$.

(2) 因为 $3.85^2 = 14.822\ 5$, 所以 $\sqrt{15} > 3.85$.

※3. 因为 $\sqrt{5} < \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{9}{4}$, 所以 $\frac{\sqrt{5}-1}{2} < \frac{\frac{9}{4}-1}{2} = \frac{5}{8}$.

所以 $\frac{\sqrt{5}-1}{2} < \frac{5}{8}$.

数学理解

4. (1) 错, 因为 $\sqrt{8\ 955}$ 显然大于 10.

(2) 错, 因为 $\sqrt[3]{12\ 345}$ 显然小于 100.

问题解决

5. 设容器的高为 h m, 由题意得 $\pi \left(\frac{h}{2}\right)^2 \cdot h = 40$,

$h^3 = \frac{160}{\pi}$, 因为 $3^3 < \frac{160}{\pi} < 4^3$, 所以容器的高大约有 3 m 或 4 m.

6. 设梯子长度为 x m, 根据题意, 由勾股定理得 $\left(\frac{x}{3}\right)^2 + 4.8^2 = x^2$, 解得 $x^2 = 25.92$, $25.92 > 25$ 则 $x > 5$, 即梯子的长度有 5 m.

► 5 用计算器开方

[做一做](教材 P₃₆)

(1) $\sqrt{800} \approx 28.284\ 27$.

(2) $\sqrt[3]{\frac{22}{5}} \approx 1.638\ 64$.

(3) $\sqrt{0.58} \approx 0.761\ 58$.

(4) $\sqrt[3]{-0.432} \approx -0.755\ 95$.

[议一议](教材 P₃₇)

(1) 结果逐渐向 1 靠拢, 但永远不等于 1.

(2) 有.

[随堂练习](教材 P₃₇)

(1) $\sqrt[3]{11} < \sqrt{5}$. (2) $\frac{5}{8} > \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

[习题 2.7](教材 P₃₇)

知识技能

1. (1) 49.071 38. (2) -2.704 43. (3) 1.828 27.

(4) 8.215 84. (5) 9.083 31. (6) 0.028 04.

2. (1) $\sqrt{8} < \sqrt[3]{25}$. (2) $\frac{8}{13} < \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

数学理解

3. 随着开方次数的增加, 结果越来越趋向于 1 或 -1.

4. (1) 结果越来越小, 趋向于 0.

(2) 结果越来越大, 但也趋向于 0.

► 6 实数

[议一议](教材 P₃₈)

(1) 正数集合: $\left\{ \sqrt[3]{2}, \frac{1}{4}, \sqrt{7}, \pi, \sqrt{2}, \sqrt{\frac{20}{3}}, \sqrt{\frac{4}{9}}, 0.373\ 773\ 777\ 3 \dots \right\}$ (相邻两个 3 之间 7 的个数逐次加 1), \dots ; 负数集合: $\left\{ -\frac{5}{2}, -\sqrt{5}, -\sqrt[3]{8}, \dots \right\}$.

(2) 正实数, 0, 负实数.

[想一想](教材 P₃₉)

(1) $-a$ | a | (2) $\frac{1}{a}$

[议一议](教材 P₃₉)

(1) $\sqrt{2}, \sqrt{2}$ 介于 1 和 2 之间. (2) 能.

[随堂练习](教材 P₃₉)

1. (1) 错($\sqrt{4}, \sqrt{9}$ 不是无理数). (2) 正确.

(3) 错(数轴上的每一个点都表示一个实数).

2. (1) $-\sqrt{7}, \frac{1}{\sqrt{7}}, \sqrt{7}$. (2) $2, -\frac{1}{2}, 2$.

(3) $-7, \frac{1}{7}, 7$.

3. 如答图 8, 点 A 表示 $\sqrt{10}$.

[习题 2.8](教材 P₄₀)

知识技能

1. (1) $\left\{ 7.5, 4, \frac{2}{3}, \sqrt[3]{-27}, 0.31, 0.\dot{1}5, \dots \right\}$.

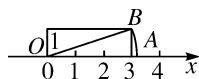
(2) $\left\{ \sqrt{15}, \sqrt{\frac{9}{17}}, -\pi, \dots \right\}$.

(3) $\left\{ 7.5, \sqrt{15}, 4, \sqrt{\frac{9}{17}}, \frac{2}{3}, 0.31, 0.\dot{1}5, \dots \right\}$.

(4) $\left\{ \sqrt[3]{-27}, -\pi, \dots \right\}$.

2. (1) $-3.8, \frac{5}{19}, 3.8$. (2) $\sqrt{21}, -\frac{1}{\sqrt{21}}, \sqrt{21}$.

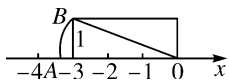
(3) $\pi, -\frac{1}{\pi}, \pi$. (4) $-\sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \sqrt{3}$.



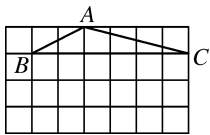
答图 8

$$(5) -\frac{3}{10}, \frac{10}{3}, \frac{3}{10}.$$

3. 如答图 9, 点 A 对应的就是 $-\sqrt{10}$.



答图 9



答图 10

问题解决

4. 如答图 10 中 $\triangle ABC$, $AB = \sqrt{5}$, $AC = \sqrt{17}$, $BC = 6$.

► 7 二次根式

[做一做](教材 P₄₁)

$$(1) 6 \quad 6 \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{5}{7}$$

猜想: 积的算术平方根, 等于算术平方根的积; 商的算术平方根, 等于算术平方根的商.

$$(2) \sqrt{6 \times 7} = \sqrt{6} \times \sqrt{7}, \sqrt{\frac{6}{7}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$$

[议一议](教材 P₄₂)

(1) 因为 $\sqrt{25} = 5$, $50 = 25 \times 2$, 所以 $\sqrt{50}$ 含有开得尽方的因数. $\sqrt{14}$ 不能再化简了, 所以 $\frac{\sqrt{14}}{7}$ 是最简二次根式.

(2) 将二次根式化成最简二次根式时, 根号下不能含有开得尽方的数, 分母中不能含有根号.

[随堂练习](教材 P₄₂)

$$(1) \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}.$$

$$(2) \sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}.$$

$$(3) \sqrt{\frac{12}{7}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{4 \times 3 \times \sqrt{7}}}{\sqrt{7 \times \sqrt{7}}} = \frac{2\sqrt{21}}{7}.$$

$$(4) \sqrt{1.5} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

$$(5) \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

[习题 2.9](教材 P₄₃)

知识技能

$$1. (1) \sqrt{9 \times 49} = \sqrt{9} \times \sqrt{49} = 3 \times 7 = 21.$$

$$(2) \sqrt{16 \times 7} = \sqrt{16} \times \sqrt{7} = 4\sqrt{7}.$$

$$(3) \sqrt{\frac{12}{25}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{25}} = \frac{2\sqrt{3}}{5}.$$

$$(4) \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}.$$

$$(5) \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}.$$

$$(6) \sqrt{\frac{3}{13}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{13}}{\sqrt{13} \times \sqrt{13}} = \frac{\sqrt{39}}{13}.$$

$$(7) \sqrt{\frac{9}{50}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{50}} = \frac{3}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{10}.$$

$$(8) \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

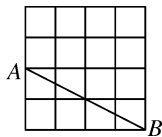
2. 另一条直角边长为 $\sqrt{15^2 - 10^2} = \sqrt{125} = \sqrt{25 \times 5} = 5\sqrt{5}$ (cm).

数学理解

3. 面积为 8 的正方形的边长为 $\sqrt{8}$, 面积为 2 的正方形的边长为 $\sqrt{2}$. 由图知面积为 8 的正方形的边长是面积为 2 的正方形的边长的 2 倍, 所以 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

问题解决

4. 如答图 11 中线段 AB 的长为 $\sqrt{20}$.



答图 11

[随堂练习](教材 P₄₅)

$$1. (1) \sqrt{5} \times \sqrt{\frac{9}{20}} = \sqrt{5 \times \frac{9}{20}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}.$$

$$(2) \frac{\sqrt{12} \times \sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12 \times 6}{3}} = \sqrt{12 \times 2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}.$$

$$(3) (1 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{3} - 1.$$

$$(4) (2\sqrt{3} - 1)^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2 \times 2\sqrt{3} + 1 = 12 - 4\sqrt{3} + 1 = 13 - 4\sqrt{3}.$$

$$(5) \left(\sqrt{27} + \sqrt{\frac{1}{3}} \right) \times \sqrt{3} = \sqrt{27 \times 3} + \sqrt{\frac{1}{3} \times 3} = 9 + 1 = 10.$$

$$(6) \frac{\sqrt{27} - \sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1.$$

$$(7) 3\sqrt{3} - \sqrt{75} = 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -2\sqrt{3}.$$

$$(8) \left(\sqrt{\frac{9}{2}} - \frac{\sqrt{98}}{3} \right) \times 2\sqrt{2} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{2} - \frac{7\sqrt{2}}{3} \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{9} - \frac{28}{3} = 6 - \frac{28}{3} = -\frac{10}{3}.$$

2. (1) 不正确. (2) 不正确. (3) 不正确.

[习题 2.10](教材 P₄₅)

知识技能

$$1. (1) 1. (2) 3. (3) 7 + 2\sqrt{10}. (4) -1.$$

$$(5) \sqrt{5} - 1. (6) -14\sqrt{2}. (7) \frac{20}{3}\sqrt{3}.$$

$$(8) \frac{5}{2}\sqrt{10}.$$

数学理解

2. (1) 是有理数. 理由略.

(2) 不一定是无理数, 例如 $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$, $\sqrt{3} - \sqrt{3} = 0$, $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$, $\frac{\pi}{\pi} = 1$.

问题解决

$$3. S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(1+3) \times 4 - \frac{1}{2} \times 1 \times 3 \times 2 = 5.$$

$$4. \frac{\sqrt{3}}{2} \approx \frac{1.732}{2} \approx 1.225, \text{ 也可以这样计算: } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \approx$$

$$\frac{2.449}{2} \approx 1.225.$$

[议一议](教材 P₄₇)

$$\left(\sqrt{\frac{1}{a}} - \sqrt{b}\right) \cdot \sqrt{ab} = \sqrt{\frac{1}{a}} \cdot \sqrt{ab} - \sqrt{b} \cdot \sqrt{ab} = \sqrt{b} - b\sqrt{a},$$

当 $a=3, b=2$ 时, 原式 $=\sqrt{2}-2\sqrt{3}$.

[做一做](教材 P₄₇)

将梯形进行分割, 过 B 作 $BE \perp AD$ 于 E , 过 C 作 $CF \perp BE$ 于 F , 则 $S_{\text{梯形}ABCD} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle BCF} + S_{\text{梯形}CDEF} = \frac{1}{2} \times$

$$5 \times 5 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} (1+2) \times 1 = 18.$$

[随堂练习](教材 P₄₇)

$$(1) \sqrt{\frac{2}{5}} - \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{\sqrt{10}}{5} - \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

$$(2) \sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{\frac{1}{3}} = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3}.$$

$$(3) \left(\sqrt{18} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right) \times \sqrt{8} = \left(3\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times 2\sqrt{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \times 2\sqrt{2} = 10.$$

$$(4) 2\sqrt{75} + \sqrt{8} - \sqrt{27} = 2 \times 5\sqrt{3} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} = 7\sqrt{3} + 2\sqrt{2}.$$

[习题 2.11](教材 P₄₈)

知识技能

$$(1) \sqrt{28} - \sqrt{\frac{4}{7}} = 2\sqrt{7} - \frac{2}{7}\sqrt{7} = \frac{12}{7}\sqrt{7}.$$

$$(2) \sqrt{\frac{4}{5}} - \sqrt{5} + \sqrt{\frac{1}{6}} = \frac{2}{5}\sqrt{5} - \sqrt{5} + \frac{\sqrt{6}}{6} = -\frac{3}{5}\sqrt{5} + \frac{\sqrt{6}}{6}.$$

$$(3) \left(\sqrt{\frac{5}{3}} + \sqrt{\frac{3}{5}}\right) \times \sqrt{20} = \left(\frac{\sqrt{15}}{3} + \frac{\sqrt{15}}{5}\right) \times 2\sqrt{5} = \frac{8}{15}\sqrt{15} \times 2\sqrt{5} = \frac{16}{3}\sqrt{3}.$$

$$(4) \sqrt{\frac{49}{2}} + \sqrt{108} - \sqrt{12} = \frac{7}{2}\sqrt{2} + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \frac{7}{2}\sqrt{2} + 4\sqrt{3}.$$

问题解决

$$2. AB = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}, BC = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}, CD = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}, DA = 6, \text{ 则梯形 } ABCD \text{ 的周长为 } 5\sqrt{2} + 2\sqrt{5} + \sqrt{2} + 6 = 6\sqrt{2} + 2\sqrt{5} + 6.$$

联系拓广

$$\ast 3. \sqrt{4a^2b^3} = 2ab\sqrt{b}.$$

$$\ast 4. \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 2-\sqrt{3}.$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \sqrt{5}+\sqrt{3}.$$

[复习题](教材 P₄₉)

知识技能

$$1. (1) \left\{ \sqrt[3]{11}, 0.3, \frac{\pi}{2}, \sqrt{25}, 0.5757757775 \dots \right\} \text{ (相邻}$$

两个 5 之间 7 的个数逐次加 1), \dots \}.

$$(2) \left\{ -\frac{1}{7}, \sqrt[3]{-27}, \dots \right\}.$$

$$(3) \left\{ -\frac{1}{7}, 0.3, \sqrt{25}, \sqrt[3]{-27}, 0, \dots \right\}.$$

$$(4) \left\{ \sqrt[3]{11}, \frac{\pi}{2}, 0.5757757775 \dots \right\} \text{ (相邻两个 5 之间 7 的个数逐次加 1), \dots \}.$$

$$2. (1) \pm 1.5, 1.5. \quad (2) \pm 19, 19.$$

$$(3) \pm \frac{7}{6}, \frac{7}{6}. \quad (4) \pm 10^{-2}, 10^{-2}.$$

$$3. (1) -8. \quad (2) 0.2. \quad (3) -\frac{3}{4}. \quad (4) 10^2.$$

$$4. (1) \frac{5}{11}. \quad (2) 0.5. \quad (3) -\frac{2}{9}. \quad (4) -1.$$

$$(5) -\frac{5}{3}. \quad (6) -10^{-2}.$$

$$5. (1) 8.66. \quad (2) -5.37. \quad (3) 2.49. \quad (4) 10.48. \quad (5) -89.44.$$

$$6. (1) 6.6 \text{ 或 } 6.7. \quad (2) 4 \text{ 或 } 5.$$

$$7. (1) |-1.5| < 1.5. \quad (2) -\sqrt{2} < 1.414.$$

$$(3) \sqrt[3]{9} > \sqrt{3}.$$

$$8. (1) 1. \quad (2) 5. \quad (3) 1. \quad (4) 16\sqrt{3}.$$

$$(5) -\frac{55}{7}\sqrt{7}. \quad (6) \frac{7}{2}\sqrt{2}.$$

$$9. (1) 4\sqrt{10}. \quad (2) 2\sqrt{6}.$$

$$10. (1) \text{点 } A \text{ 表示 } -\sqrt{5}. \quad (2) -\sqrt{5} > -2.5.$$

$$11. \text{面积为 } \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1; \text{ 周长为 } 2 + 2\sqrt{2} \approx 4.83.$$

\ast 12. 略.

数学理解

13. 略.

$$14. (1) 0, 1. \quad (2) 0. \quad (3) 0, 1. \quad (4) 0, \pm 1.$$

$$(5) 1, 2, 3. \quad (6) -1, 0, 1, 2.$$

$$15. (1) \text{错(如 } \pi \text{ 是无理数)}.$$

$$(2) \text{错(如 } \sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0).$$

$$16. \text{不对, 如无理数 } \pi, 0.101001000100001 \dots \text{ (相邻两个 1 之间 0 的个数逐次加 1)}.$$

$$17. \text{图略, 这个正方形的边长是 } \sqrt{5}.$$

问题解决

$$18. x^2 = \pi, x = \sqrt{\pi} \approx 1.77 \text{ (cm)}.$$

$$19. x^3 = 4, x = \sqrt[3]{4} \approx 1.6 \text{ (m)}.$$

$$20. \frac{4}{3}\pi r^3 = 9850, r = \sqrt[3]{\frac{9850 \times 3}{4\pi}} \approx 13.3 \text{ (cm)}.$$

$$21. \text{长约为 } 7.1 \text{ cm, 宽约为 } 4.2 \text{ cm}.$$

$$22. \text{略.} \quad 23. 42 \text{ 次.} \quad 24. \text{约为 } 78.4 \text{ km/h}.$$

$$\ast 25. U^2 = PR, U = \sqrt{PR}, U_{\text{甲}} = \sqrt{1500 \times 18.4} \approx$$

$166.1(\text{V}), U_Z = \sqrt{1500 \times 20.8} \approx 176.6(\text{V})$.
该用电器是甲.

- ※26. 连接油桶堆三角处的油桶圆心, 构成一个边长为 200 cm 的等边三角形, 可求得其高为 $100\sqrt{3}$ cm, 则遮雨棚起码要高 $100\sqrt{3} + 50 \approx 223.2(\text{cm})$.

第三章 位置与坐标

1 确定位置

[议一议](教材 P₅₄)

- (1) 在电影院内, 确定一个座位一般需要排号与座位号两个数据, 只有这样才能确定某人的准确位置.
- (2) 生活中确定物体位置的方法还有极坐标定位法、区域定位法等.

[做一做](教材 P₅₅)

- (1) 先在地图上找到北纬 31° 的纬线, 再寻找东经 103.4° 的经线, 两条线的交点位置附近即可找到震中的大致位置.
- (2) “广州起义烈士陵园”在 C4 区, “广州火车站”在 B3 区.

[议一议](教材 P₅₅)

- (1) 生活中利用类似方法确定位置的实例还有很多, 如小明住在 7 号楼 1 单元 3 层 302 号.
- (2) 在平面内, 确定一个物体的位置一般需要两个数据.

[随堂练习](教材 P₅₆)

1. 略. (答案不唯一)
2. (1) “将”的位置在第 9 行第 5 列, “帅”的位置在第 1 行第 5 列.
(2) 第 5 行第 4 列.

[习题 3.1](教材 P₅₇)

知识技能

1. 先确定北京等四个城市的位置, 估计它们的经纬度. 然后, 按照要求, 在经度线或纬度线上寻找符合要求的城市.
2. 略.

联系拓广

3. 略.
- ※4. 例如教室中的一个吊扇距南墙 3 米, 距西墙 3 米, 距地面 3 米, 该表示方法用到了三个数据.

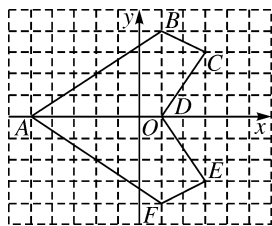
2 平面直角坐标系

[做一做](教材 P₅₈)

- (1) 钟楼的位置表示为 $(3, 8)$, $(2, 5)$ 表示大成殿的位置, $(5, 2)$ 表示影月湖的位置.
- (2) “碑林”表示为 $(3, 1)$, “大成殿”表示为 $(-3, -2)$.

[做一做](教材 P₆₀)

- (1) 如答图 12.
- (2) 如答图 12, 所得图形是飞机.
- (3) 在平面直角坐标系下, 点与实数对是一一对应的.



答图 12

[随堂练习](教材 P₆₀)

- (1) 教学楼 $(2, 4)$, 实验楼 $(9, 3)$, 图书馆 $(-3, 3)$.
- (2) 略.

[习题 3.2](教材 P₆₁)

知识技能

1. 各个顶点的坐标依次为 $(0, 5)$, $(5, 2)$, $(3, -4)$, $(-3, -4)$, $(-5, 2)$.
2. (1) $A(3, 8)$, $L(6, 7)$, $N(9, 5)$, $P(9, 1)$, $E(3, 5)$.
(2) $(4, 7)$ 表示点 C, $(5, 5)$ 表示点 F, $(3, 5)$ 表示点 E.
3. 答案不唯一, 以正中间的儿童为坐标原点, 建立平面直角坐标系, 则五个儿童的坐标依次为 $(0, 0)$, $(0, 3)$, $(4, 0)$, $(0, -4)$, $(-5, 0)$.

数学理解

- ※4. 图略, 碑林 $(8, 1)$, 映月湖 $(-4, -4)$, 游乐园 $(-7, 2)$.

问题解决

- ※5. 略.

[议一议](教材 P₆₃)

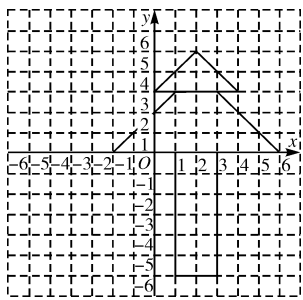
在平面直角坐标系中, 横坐标轴上的点的纵坐标为 0, 纵坐标轴上的点的横坐标为 0, 原点的坐标为 $(0, 0)$.

[做一做](教材 P₆₃)

- (1) $(1, 1)$, $(2, 1)$, $(2, 2)$, $(1, 2)$, $(5, 2)$, $(2, 3)$, 在第一象限的点的横纵坐标都为正.
- (2) 第二象限内的点有 $(-1, 1)$, $(-1, 2)$, $(-2, 1)$, $(-2, 2)$, $(-5, 2)$, $(-2, 3)$, 其内点的横坐标为负, 纵坐标为正.
第三象限内的点有 $(-1, -1)$, $(-3, -3)$, 其内点的横纵坐标均为负.
第四象限内的点有 $(1, -1)$, $(3, -3)$, 其内点的横坐标为正, 纵坐标为负.
- (3) 点 A 在第一象限, 点 B 在第三象限, 点 C 在第四象限, 点 D 在第二象限.

[随堂练习](教材 P₆₃)

- 如答图 13. (1) 这个图形像一棵树.
- (2) 位于坐标轴上的点有 $(0, 2)$, $(0, 3)$, $(-2, 0)$, $(-1, 0)$, $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(2, 0)$, $(3, 0)$, $(4, 0)$, $(5, 0)$, $(6, 0)$.
 - (3) 第一象限的点有 $(2, 5)$, $(4, 3)$, $(2, 5)$, $(1, 3)$, $(3, 3)$. 第四象限的点有 $(1, -6)$, $(3, -6)$.



答图 13

(4) 点(0,3)与点(4,3),点(1,3)与点(3,3),点(-2,0)与点(6,0)都关于直线 $x=2$ 对称.

[习题 3.3](教材 P₆₄)

知识技能

1. 如答图 14. (1) 是英文字母“M”, (2) 是英文字母“W”.

2. (1) 第一象限: (3,1), (4,1), (2,2), (1,2),

其横纵坐标均为正.

第二象限: (-1,3), (-1,5), (-3,4), (-4,5),

其横坐标为负,纵坐标为正.

第三象限: (-3,-1), (-4,-1), (-3,-2), (-4,-2), 其横纵坐标均为负.

第四象限: (2,-1), (2,-2), (3,-1), (3,-2), 其横坐标为正,纵坐标为负.

(2) 与 x 轴平行的线段上的点的坐标有 (0,2), (1,2), (2,2), (3,2), (3,1), (4,1) 等. 在同一线段上, 与 x 轴平行的线段上的点的纵坐标相同.

与 y 轴平行的线段上的点的坐标有 (5,4), (5,2), (5,-2), (-6,4), (-6,1), (-6,-2) 等. 在同一线段上, 与 y 轴平行的线段上的点的横坐标相同.

3. (1) 各顶点的坐标依次为 (3,6), (6,3), (6,-2), (3,-5), (-2,-5), (-5,-2), (-5,3), (-2,6).

(2) 点(-2,6)与点(3,6),点(-5,3)与点(6,3),点(-5,-2)与点(6,-2),点(-2,-5)与点(3,-5)都关于直线 $x=1$ 对称.

问题解决

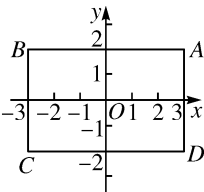
4. 略.

[议一议](教材 P₆₅)

还可以建立如答图 15 的平面直角坐标系, $A(3,2)$, $B(-3,2)$, $C(-3,-2)$, $D(3,-2)$.

[议一议](教材 P₆₅)

连接已知的两个点, 其垂直平分线为 x 轴, 其交点向左 3 个单位长度即为原点位置, 可建立平面直角坐标系, 从而确定藏宝的地点.



答图 15

[随堂练习](教材 P₆₆)

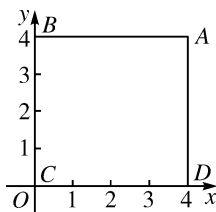
答案不唯一, 可以以这个四角星的中心位置为坐标原点建立直角坐标系, 其各个顶点的坐标依次为 (0,6), (2,2), (6,0), (2,-2), (0,-6), (-2,-2), (-6,0), (-2,2).

[习题 3.4](教材 P₆₆)

知识技能

1. (2,1)

2. 可建立如答图 16 的直角坐标系, 其各个顶点的坐标分别为 $A(4,4)$, $B(0,4)$, $C(0,0)$, $D(4,0)$.

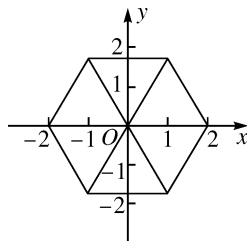


答图 16

问题解决

3. 略.

※4. 答案不唯一, 可建立如答图 17 的直角坐标系, 各顶点的坐标依次为 (1, $\sqrt{3}$), (2, 0), (1, $-\sqrt{3}$), (-1, $-\sqrt{3}$), (-2, 0), (-1, $\sqrt{3}$).



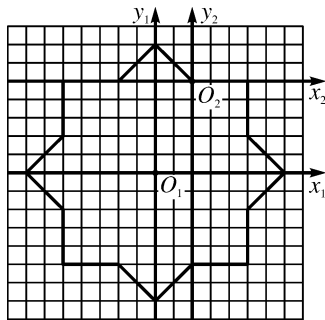
答图 17

联系拓广

5. 答案不唯一, 如答图 18.

(1) 建立坐标系 $x_1O_1y_1$, 以一个方格长为 1 个单位长度, 则 8 个“角”的顶点坐标分别为 (0,7), (-5,5), (-7,0), (-5,-5), (0,-7), (5,-5), (7,0), (5,5);

(2) 以一个方格长为 1 个单位长度, 建立坐标系 $x_2O_2y_2$, 则 8 个“角”的顶点坐标分别是 (-2,2), (-7,0), (-9,-5), (-7,-10), (-2,-12), (3,-10), (5,-5), (3,0). 比较同一顶点在不同的坐标系中的坐标可以发现由 $x_1O_1y_1$ 中的坐标变到 $x_2O_2y_2$ 中的坐标横坐标减少 2 个单位长度, 纵坐标减少 5 个单位长度.

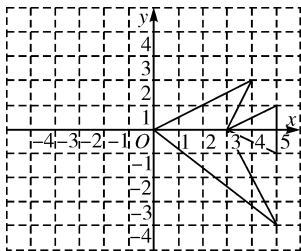


答图 18

► 3 轴对称与坐标变化

[做一做](教材 P₆₉)

顺次连接各点所得到的图案如答图 19, 这个图案与原图案关于 x 轴对称.



答图 19

[议一议](教材 P₆₉)

关于 x 轴对称的两个点的坐标,横坐标相同,纵坐标互为相反数.

关于 y 轴对称的两个点的坐标,纵坐标相同,横坐标互为相反数.

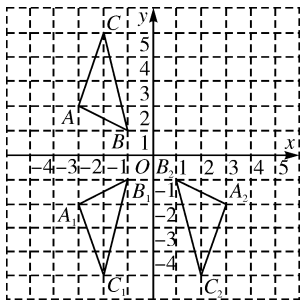
[习题 3.5](教材 P₆₉)

知识技能

1. $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称,它们相应顶点的坐标也关于 y 轴对称; $\triangle PMN$ 与 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称,它们相应顶点的坐标关于 x 轴对称.

数学理解

2. 如答图 20, $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称, $\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于 y 轴对称. 可先描出关于对称轴对称的三角形的顶点,再连线即可.



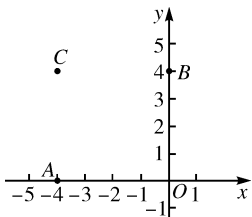
答图 20

3. 可先读出 x 轴及 x 轴上方各个点的坐标,再由对称性可直接说出 x 轴下方各个点的坐标. $(-6, 0)$, $(-3, 3)$, $(-2, 1)$, $(-1, 2)$, $(0, 6)$, $(1, 2)$, $(2, 1)$, $(3, 3)$, $(6, 0)$, $(-3, -3)$, $(-2, -1)$, $(-1, -2)$, $(0, -6)$, $(1, -2)$, $(2, -1)$, $(3, -3)$.
4. 略.

[复习题](教材 P₇₁)

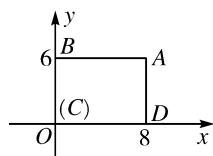
知识技能

1. 如答图 21.
2. 点 $(0, a)$ 在 y 轴的正半轴上,点 $(b, 0)$ 在 x 轴的正半轴上.
3. 如答图 22, 四个顶点的坐标分别为 $A(8, 6)$, $B(0, 6)$, $C(0, 0)$, $D(8, 0)$.

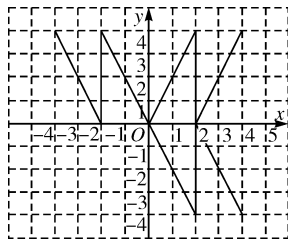


答图 21

答案不唯一.



答图 22



答图 23

4. 如答图 23.

- (1) 这个图案与原图案关于 y 轴对称.
- (2) 这个图案与原图案关于 x 轴对称.

5. 略.

6. 图略. (1) 所得图案与原图案关于 y 轴对称.

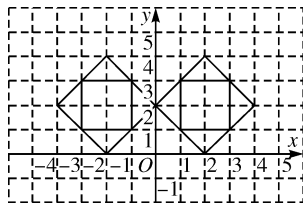
- (2) 所得图案与原图案关于 x 轴对称.

数学理解

7. 可能. 例如本身是关于 y 轴对称的图形.
8. 略.
9. (1) 与 x 轴平行的直线上的点的纵坐标相同, 与 y 轴平行的直线上的点的横坐标相同.
- (2) 如果 a, b 同号, 那么点 $P(a, b)$ 在第一象限或第三象限. 如果 a, b 异号, 则点 $P(a, b)$ 在第二象限或第四象限.

问题解决

10. 略. 11. 略. 12. 略.
13. 如答图 24, 它与原图中对应点的纵坐标相同, 横坐标互为相反数.



答图 24

14. 过点 B 作 $BE \perp AD$ 于 E , 过点 C 作 $CF \perp AD$ 于 F .

$$\text{则 } S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9, S_{\triangle CDF} = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8,$$

$$S_{\text{梯形}BCFE} = \frac{1}{2} \times (6 + 8) \times 11 = 77.$$

$$\text{所以 } S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ABE} + S_{\text{梯形}BCFE} + S_{\triangle CDF} \\ = 9 + 77 + 8 = 94.$$

联系拓广

15. 略.

第四章 一次函数

1 函数

[做一做](教材 P₇₆)

1. 表中依次填入: 1, 3, 6, 10, 15.
2. (1) 相应的热力学温度 T 分别是 230 K, 246 K, 273 K, 291K. (2) 能.

[想一想](教材 P₇₆)

第1个问题自变量 n 为正整数,第2个问题自变量 t 取大于等于 -273 的实数.

[随堂练习](教材 P₇₇)

(1)有2个变量,可将温度 t 看成时间 t 的函数,时间 $t \geq 0$.

(2)有2个变量,可将刹车前汽车的速度 v 看成滑行距离 s 的函数, $v \geq 0$.

(3)有2个变量,可将信件质量 m 看成邮资 y 的函数, $0 < m \leq 100$.

[习题 4.1](教材 P₇₇)

知识技能

1. (1)反映了抛射距离 s 与高度 h 之间的关系.

(2)依次为 2.0, 2.5, 2.65, 2.5, 2.0, 1.2, 0.

(3)确定. (4)可以.

2. (1)当 $x=3$ 时, $y=9$. (2) $y=3x$, x 为正整数.

数学理解

3. 略.

联系拓广

4. 略.

► 2 一次函数与正比例函数

[做一做](教材 P₇₉)

(1)表中依次填入:0, 6, 12, 18, 24, 36.

(2)略.

(3) $z = 60 - \frac{3}{25}x$.

[随堂练习](教材 P₈₀)

1. $y=2.2x$, y 是 x 的一次函数,也是正比例函数.

2. (1) $y=100+80x$, y 是 x 的一次函数.

(2)当 $x=0.5$ 时, $y=140$.

[习题 4.2](教材 P₈₂)

知识技能

1. $y = -3x$.

2. (1) $y=3t$, y 是 t 的一次函数,也是正比例函数.

(2) $y=x(5-x)$, y 不是 x 的一次函数,也不是正比例函数.

问题解决

3. (1) $y=12+0.2x$.

(2)应缴费 $12+0.2 \times 180 = 48$ (元).

(3)由 $12+0.2x=100$, 解得 $x=440$. 故该用户本月可通话 440 min.

4. (1) $y=0.25x$.

(2)应缴费 $0.25 \times 180 = 45$ (元).

(3)由 $0.25x=100$, 解得 $x=400$.

故该用户本月可通话 400 min.

※5. (1)若每月平均通话时间为 300 min 时, A 类应

收费 $y_A = 12 + 0.2 \times 300 = 72$ (元),

B 类应收费 $y_B = 0.25 \times 300 = 75$ (元).

应选择 A 类收费方式.

(2)由 $12+0.2x=0.25x$, 解得 $x=240$.

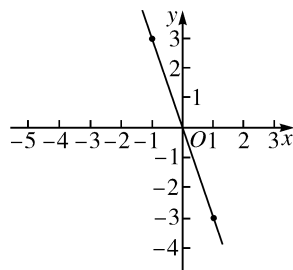
当每月通话 240 min 时,按 A、B 两类收费标准缴

费,所缴话费相同.

► 3 一次函数的图象

[做一做](教材 P₈₃)

(1)如答图 25.



答图 25

(2)如函数图象上的点 $(-1, 3)$, $(0, 0)$, $(1, -3)$ 都满足函数关系式 $y = -3x$.

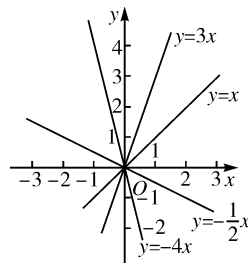
[议一议](教材 P₈₄)

(1)都在. (2)满足.

(3)正比例函数 $y=kx$ 的图象是一条经过原点 $(0, 0)$ 的直线.

[做一做](教材 P₈₄)

如答图 26.



答图 26

[议一议](教材 P₈₄)

函数 $y=x$, 随着 x 值的增大, y 的值增大.

函数 $y=3x$, 随着 x 值的增大, y 的值增大.

函数 $y = -\frac{1}{2}x$, 随着 x 值的增大, y 的值减小.

函数 $y = -4x$, 随着 x 值的增大, y 的值减小.

[想一想](教材 P₈₄)

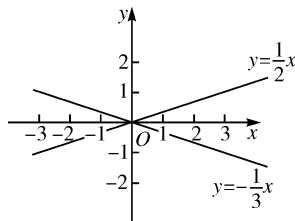
(1) $y=3x$ 的函数值增加得更快.

(2) $y = -4x$ 的函数值减小得更快.

[随堂练习](教材 P₈₅)

如答图 27. 函数 $y = \frac{1}{2}x$, 随着 x 的增大, y 的值增大;

函数 $y = -\frac{1}{3}x$, 随着 x 的增大, y 的值减小.



答图 27

[习题 4.3](教材 P₈₅)
知识技能

1. 点 $(-1, 5)$, $(0.5, -2.5)$ 在 $y = -5x$ 的图象上; 点 $(1, 5)$, $(-5, 1)$ 不在 $y = -5x$ 的图象上.
 2. 略. 3. (2)(4) 4. $y = 3x$.

数学理解

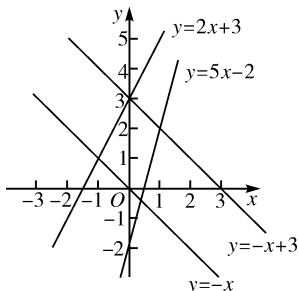
※5. 略.

[议一议](教材 P₈₆)

 一次函数 $y = kx + b$ 的图象是一条直线.

[做一做](教材 P₈₆)

如答图 28.



答图 28

[议一议](教材 P₈₇)

- (1) 函数 $y = 2x + 3$, 随着 x 值的增大, y 的值增大.
 函数 $y = -x$, 随着 x 值的增大, y 的值减小.
 函数 $y = -x + 3$, 随着 x 值的增大, y 的值减小.
 函数 $y = 5x - 2$, 随着 x 值的增大, y 的值增大.
 (2) 直线 $y = -x$ 与 $y = -x + 3$ 平行. 将直线 $y = -x$ 延 y 轴正方向平移 3 个单位变为直线 $y = -x + 3$. 一般地, 直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = kx$ 平行, 将直线 $y = kx$ 向上 ($b > 0$) 或向下 ($b < 0$) 平移 $|b|$ 个单位, 得到直线 $y = kx + b$.
 (3) 直线 $y = 2x + 3$ 与直线 $y = -x + 3$ 相交, 它们的图象都经过点 $(0, 3)$. 函数 $y = kx + b$ 的图象与 y 轴交点的纵坐标即为 b 的值.

[随堂练习](教材 P₈₇)

1. 略. 2. 增大 $(0, -3)$
 3. 函数 $y = 2x + 6$ 的值先到达 10, 函数 $y = 5x - 2$ 的值先到达 20. 这说明函数 $y = 5x - 2$ 的值增加得越来越快.

[习题 4.4](教材 P₈₇)
知识技能

1. 点 $(2, 1)$ 在函数 $y = 2x - 3$ 的图象上, 点 $(2, 3)$, $(0, 3)$, $(3, 0)$ 不在函数 $y = 2x - 3$ 的图象上.
 2. 略. 3. (1) (2) (2)(3)
 4. 直线 OA 是正比例函数图象, 经过点 $(2, 4)$, 则直线 OA 为直线 $y = 2x$, 向上平移 1 个单位, 得到直线 $y = 2x + 1$.

数学理解

5. (1) 只要 $m < 0$ 即可, 如 $m = -1$ 或 $m = -2$.
 (2) 只要 $2m - 1 < 0$, 即 $m < \frac{1}{2}$ 即可, 如 $m = 0$ 或 $m = -1$.

4 一次函数的应用
[想一想](教材 P₈₉)

确定正比例函数的表达式需要 1 个条件, 确定一次函数的表达式需要 2 个条件.

[随堂练习](教材 P₈₉)

1. 点 $A(-4, 12)$, $B(3, -9)$ 在该函数的图象上.
 2. 点 A, B 在该函数的图象上, 点 C 不在.
 3. (1) -18 (2) -42

[习题 4.5](教材 P₉₀)
知识技能

1. $a = 2$. 2. $\frac{3}{8}$.

数学理解

 ※3. 有道理. 因为在式子 $y = kx + b$ 中 x 增加 1 变为 $x + 1$, 则 $y = k(x + 1) + b = kx + k + b$, 即 y 比原来增加了 k .

问题解决

4. (1) $v = 25 - 10t$ (2) $2.5 s$.

[做一做](教材 P₉₂)

- (1) -2 . (2) $y = 0.5x + 1$.

[议一议](教材 P₉₂)

 一次函数 $y = 0.5x + 1$, 当 $y = 0$ 时, 即可得一元一次方程 $0.5x + 1 = 0$. 方程 $0.5x + 1 = 0$ 的根就是函数 $y = 0.5x + 1$ 的函数值等于 0 时自变量的值.

[习题 4.6](教材 P₉₂)
知识技能

1. 约 2.5 kg .
 2. (1) 约 5.1 cm . (2) 约 11.4 cm . (3) 约 10 天.
 (4) k 表示植物高度 y 随天数 t 的变化速度, b 表示该植物的原始高度.

数学理解

3. (1) 120 km .
 (2) $k = 60$, k 的含义是表示汽车行驶的速度.

[想一想](教材 P₉₄)

k_1 的实际意义是每吨该产品的销售收入, b_1 的实际意义是该产品的原始销售收入.
 k_2 的实际意义是每吨该产品的销售成本, b_2 的实际意义是该产品的原始销售成本.

[想一想](教材 P₉₅)

略.

[习题 4.7](教材 P₉₅)
知识技能

1. $3\ 000$ 元 $3\ 500$ 元 -500 元

问题解决

2. (1) 1 (2) 1.5 20 (3) $40 \frac{40}{3}$
 3. (1) 甲厂: $y = x + 1\ 500$, 乙厂: $y = 2.5x$. (2) 略.
 (3) 印制 800 份宣传材料时, 选择乙厂合算; 付出 3 000 元印刷费时, 找甲厂印制的宣传材料能多一些.

[复习题](教材 P₉₇)
知识技能

1. A、F、G B、E、I C、D、H

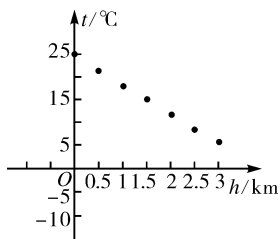
2. 图(2)表示一次函数.
3. (1) $y = 15 + 0.6x$. (2) 一次项系数 0.6 表示弹簧每多挂 1 kg 物体, 弹簧多伸长的长度; 常数项 15 表示弹簧不挂物体时的长度.
4. $y = -2x$, 表中依次填入: 2, 0, -2.
5. 图略. (1) 减小 (2) $(\frac{3}{2}, 0)$ (0, 3) (3) $< \frac{3}{2}$
6. 略.
7. (1) $V = 10 + 5t, 0 \leq t \leq 16$.
(2) 当 $t = 10$ 时, $V = 60$.
8. D

数学理解

9. 设购买 x 本练习本需付钱 y 元.
- (1) 买 20 本练习本, 甲商店需付钱 $y_{甲} = 10 \times 1 + (20 - 10) \times 0.7 = 17$ (元), 乙商店需付钱 $y_{乙} = 0.85 \times 20 = 17$ (元). 所以到两商店购买所花钱数一样.
- (2) 24 元钱, 在甲商店可买练习本 $10 + \frac{24 - 10}{0.7} = 30$ (本), 在乙商店可买练习本 $\frac{24}{0.85} = 28 \frac{4}{17} \approx 28$ (本). 故最多可在甲商店买 30 本练习本.
10. (1) 不相同, 因为路程不变, 从甲地航行到乙地比返航时所用的时间短. (2) 略.
11. 略. ※12. 略.
- ※13. (1) $y = 1.8x + 32$. (2) 略. (3) 略.
- ※14. (1) A 点表示目前亏损 1 万元, B 点表示收支差额为 0 时的乘客量. (2) c b

问题解决

15. (1) l_2 . (2) 10 m. (3) 小明. (4) 一次项系数是 6, 它的实际意义是小亮的跑步速度.
- ※16. (1) 如答图 29.



答图 29

- (2) 这些点近似地在同一条直线上.
- (3) $t = 25 - 6.5h$. (4) 约 2.25 °C.
- ※17. 称出一枚硬币的质量, 再称出储蓄罐与所装硬币的总质量, 计算出所有硬币的质量, 因为相同硬币的质量相同, 用硬币的总质量除以每一枚硬币的质量就可以估算出储蓄罐中的硬币数.

联系拓广

- ※18. (1) 图略, 这两个图象相交于点(0, 2).
- (2) 这两个图象相交于点(0, 2). 一般地, b 的值确定, 任意的一次函数 $y = kx + b$ 的图象都经过点(0, b).

第五章 二元一次方程组

1 认识二元一次方程组

[想一想](教材 P₁₀₄)

含有两个未知数, 并且所含未知数的项的次数都是 1.

[议一议](教材 P₁₀₄)

x, y 所代表的对象相同.

[做一做](教材 P₁₀₅)

(1) $x = 6, y = 2$ 适合方程 $x + y = 8$. $x = 5, y = 3; x = 4, y = 4$ 等都适合方程 $x + y = 8$. 还能找到无数对 x, y 的值适合方程 $x + y = 8$.

(2) 适合. (3) 能, 是 $\begin{cases} x = 5, \\ y = 3. \end{cases}$

[随堂练习](教材 P₁₀₅)

1. 设小明买了面值 50 分的邮票 x 枚和面值 80 分的邮票 y 枚, 则可列方程组 $\begin{cases} 0.5x + 0.8y = 6.3, \\ x + y = 9. \end{cases}$

2. (2)(4). 3. (3)

[习题 5.1](教材 P₁₀₆)

知识技能

1. (1) $4x + 7y = 76$ (2) 4 (3) 5 2. (2).

3. (1) 设该班有男生 x 名, 女生 y 名,

$$\text{则可列方程组} \begin{cases} x + y = 45, \\ x = 2y - 9. \end{cases}$$

(2) 设有 x 个同学, y 本笔记本,

$$\text{则可列方程组} \begin{cases} 5x + 8 = y, \\ 8x - 7 = y. \end{cases}$$

数学理解

4. (1) 无数组. (2) 无数组. (3) $x = 1, y = -1$.

$$(4) \begin{cases} x = 1, \\ y = -1. \end{cases}$$

5. 都正确. 产生分歧的原因是设的未知数不同, 小明设的是每千克苹果 x 元, 梨 y 元, 而小丽设每千克梨 x 元, 苹果 y 元.

2 求解二元一次方程组

[议一议](教材 P₁₀₉)

(1) “消元”, 把“二元”变为“一元”.

(2) 主要步骤是: 将其中一个方程中的某个未知数用另一个未知数的代数式表示出来, 并代入另一个方程中, 从而消去一个未知数, 化二元一次方程组为一元一次方程.

[随堂练习](教材 P₁₀₉)

$$1. (1) \begin{cases} x = 4, \\ y = 8. \end{cases} (2) \begin{cases} x = 5, \\ y = 15. \end{cases} (3) \begin{cases} x = 9, \\ y = 2. \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x = 3, \\ y = 0. \end{cases}$$

[习题 5.2](教材 P₁₁₀)

知识技能

$$1. (1) \begin{cases} x = -1, \\ y = -1. \end{cases} (2) \begin{cases} x = 3, \\ y = 2. \end{cases} (3) \begin{cases} x = 2, \\ y = -1. \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} m=3, \\ n=2. \end{cases}$$

数学理解

2. 略.

[议一议](教材 P₁₁₁)

基本思路是“消元”. 主要步骤是通过两式相加(减)消去其中一个未知数.

[随堂练习](教材 P₁₁₂)

$$(1) \begin{cases} x=-1, \\ y=-5. \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x=-2, \\ y=-3. \end{cases} \quad (3) \begin{cases} s=-1, \\ t=3. \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x=-3, \\ y=-4. \end{cases}$$

[习题 5.3](教材 P₁₁₃)

知识技能

$$1. (1) \begin{cases} x=5, \\ y=2. \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x=2, \\ y=5. \end{cases} \quad (3) \begin{cases} x=\frac{1}{2}, \\ y=-3. \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x=5, \\ y=7. \end{cases}$$

数学理解

2. $\begin{cases} x=5, \\ y=2. \end{cases}$ 两种方法的共同点是: 都是消去一个未知数, 把二元一次方程组转化为一元一次方程.

$$3. (1) \begin{cases} x=5, \\ y=3. \end{cases}$$

(2) 可以先去括号整理再求解, 也可以用换元法解, 解题过程略.

联系拓广

4. 解二元一次方程组就能求出这两个数.

► 3 应用二元一次方程组——鸡兔同笼

[随堂练习](教材 P₁₁₆)

设每头牛值“金” x 两, 每只羊值“金” y 两, 则有方程

$$\begin{cases} 5x+2y=10, \\ 2x+5y=8. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=\frac{34}{21}, \\ y=\frac{20}{21}. \end{cases}$$

所以每头牛值 $\frac{34}{21}$ “金”, 每只羊值 $\frac{20}{21}$ “金”.

[习题 5.4](教材 P₁₁₆)

数学理解

1. 略.

问题解决

2. 设绳子有 x 尺, 环绕大树一周需要 y 尺,

$$\text{则} \begin{cases} 3y+4=x, \\ 4y-3=x. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=25, \\ y=7. \end{cases}$$

故这根绳子有 25 尺, 环绕大树一周需要 7 尺.

3. 设有 x 匹大马, y 匹小马, 则

$$\begin{cases} x+y=100, \\ 3x+\frac{y}{3}=100. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=25, \\ y=75. \end{cases}$$

所以有 25 匹大马, 75 匹小马.

4. 设有 x 人, 该物品价值 y 元, 则

$$\begin{cases} 8x-3=y, \\ 7x+4=y. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=7, \\ y=53. \end{cases}$$

所以有 7 人, 该物品价值 53 元.

► 4 应用二元一次方程组——增收节支

[随堂练习](教材 P₁₁₈)

1. 学生人数表内依次填: $x, y, 100$; 达标学生人数表内依次填: $87.5\%x, 75\%y, 100 \times 81\%$. 可求得 $x=48, y=52$.

2. 第一种情况: 表内依次填 $(2+2.5)x, 2.5y, 36$;

第二种情况: 表内依次填 $3x, (2+3)y, 36$.

可求得甲每时走 6 km, 乙每时走 3.6 km.

[习题 5.5](教材 P₁₁₉)

数学理解

1. 略.

问题解决

2. 设租住三人间 x 间, 二人间 y 间, 则

$$\begin{cases} 3x+2y=50, \\ 25 \times 3x+35 \times 2y=1510. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=8, \\ y=13. \end{cases}$$

所以租住三人间 8 间, 二人间 13 间.

3. 设甲的速度为 x m/s, 乙的速度为 y m/s, 则

$$\begin{cases} 30(x+y)=400, \\ 80(y-x)=400. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=\frac{25}{6}, \\ y=\frac{55}{6}. \end{cases}$$

所以甲的速度为 $\frac{25}{6}$ m/s, 乙的速度为 $\frac{55}{6}$ m/s.

4. 设批发黄瓜 x kg, 茄子 y kg, 则

$$\begin{cases} x+y=40, \\ 2.4x+2y=90. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=25, \\ y=15. \end{cases}$$

所以卖完这些黄瓜和茄子可赚 $(3.6-2.4) \times 25 + (2.8-2) \times 15 = 42$ (元).

► 5 应用二元一次方程组——里程碑上的数

[议一议](教材 P₁₂₁)

列二元一次方程组解决实际问题的步骤: (1) 审: 审题, 分析题中已知条件和所求问题, 明确各数量之间的关系; (2) 设: 设未知数(一般求什么, 就设什么); (3) 找: 找出能够表示应用题全部意义的等量关系; (4) 列: 根据等量关系列出两个方程, 组成方程组; (5) 解: 解所列方程组, 求得未知数的值; (6) 答: 检验所求未知数的值是否符合题意, 写出答案(包括单位名称).

[随堂练习](教材 P₁₂₁)

这个两位数是 56.

[习题 5.6](教材 P₁₂₂)

数学理解

1. 略.

问题解决

2. 原来两个加数分别为 21 和 32.

3. 小颖上坡用了 11 min, 下坡用了 5 min.
4. 每千克 36 元的糖果需 50 千克, 每千克 20 元的糖果需 50 千克.

► 6 二元一次方程与一次函数

[做一做](教材 P₁₂₃)

有交点, 交点坐标即为方程组的解.

[想一想](教材 P₁₂₄)

两直线平行, 方程组无解. 发现: 二元一次方程组解的情况与相应的一次函数图象的交点个数相同.

[随堂练习](教材 P₁₂₄)

1. $\begin{cases} x=1, \\ y=2. \end{cases}$ 2. 没有, 两图象平行.

[习题 5.7](教材 P₁₂₄)

知识技能

1. 交点坐标是 $(\frac{4}{3}, 1)$.

2. 由题意知方程组的解为 $\begin{cases} x=1, \\ y=a. \end{cases}$

代入方程 $2x - y = 0$, 得 $2 \times 1 - a = 0$.

所以 $a = 2$.

把 $x = 1, y = 2$ 代入方程 $x + y - b = 0$, 得 $1 + 2 - b = 0$.

所以 $b = 3$.

所以方程组的解为 $\begin{cases} x=1, \\ y=2. \end{cases}$

3. 方程组的解为 $\begin{cases} x=1, \\ y=-2. \end{cases}$

把 $(1, -2)$ 代入 $y = 2x + b$, 得 $-2 = 2 \times 1 + b$, 所以 $b = -4$.

数学理解

- ※4. (1) 如 $\begin{cases} x + y = 1, \\ x + y = 2. \end{cases}$

(2) 能写出, 只要这些方程组中两个方程对应的一次函数的图象平行即可.

► 7 用二元一次方程组确定一次函数表达式

[做一做](教材 P₁₂₇)

这个函数的表达式为 $y = 2x + 5$.

[随堂练习](教材 P₁₂₇)

1. $\begin{cases} x + y = 4, \\ 2x - y = -1. \end{cases}$

2. $y = 0.5x + 14.5$.

当 $x = 4$ 时, $y = 16.5$. 即所挂物体的质量为 4 kg 时弹簧长 16.5 cm.

[习题 5.8](教材 P₁₂₈)

问题解决

1. (1) $y = 7.5x + 0.5$. (2) 75.5 cm.

2. 设标准内水价为 x 元/ m^3 , 超过标准部分的水价为 y 元/ m^3 .

$$\text{则} \begin{cases} 8x + (11 - 8)y = 28, \\ 8x + (15 - 8)y = 44. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = 2, \\ y = 4. \end{cases}$$

即标准内水价为 2 元/ m^3 , 超过标准部分的水价为

4 元/ m^3 .

3. (1) 3 31

(2) 设 $y = kt + b$, 代入点 $(0, 50), (3, 14)$,

$$\text{得} \begin{cases} b = 50, \\ 3k + b = 14. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = -12, \\ b = 50. \end{cases}$$

所以 $y = -12t + 50$.

- (3) 从加油站到目的地需 $\frac{210}{70} = 3$ (h),

由 k 的实际意义知汽车每小时的耗油量为 12 L. 因为 $12 \times 3 < 45$, 所以油够用.

联系拓广

4. 略.

► * 8 三元一次方程组

[做一做](教材 P₁₃₀)

- (1) 由②得 $y = x - 1$. ④

$$\text{把④代入①③, 得} \begin{cases} 2x + z = 24, \\ 3x - z = 21. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = 9, \\ z = 6. \end{cases}$$

把 $x = 9$ 代入④, 得 $y = 8$.

所以原方程组的解为 $\begin{cases} x = 9, \\ y = 8, \\ z = 6. \end{cases}$

(2) 还可以通过加减消元法求解.

$$\text{①} + \text{②, 得} 2x + z = 24. \quad \text{④}$$

$$\text{②} + \text{③, 得} 3x - z = 21. \quad \text{⑤}$$

$$\text{联立④⑤, 解得} \begin{cases} x = 9, \\ z = 6. \end{cases}$$

把 $x = 9$ 代入②, 得 $y = 8$.

所以原方程组的解为 $\begin{cases} x = 9, \\ y = 8, \\ z = 6. \end{cases}$

[议一议](教材 P₁₃₀)

上述不同解法的共同点都是经过“消元”, 把三元一次方程组化成二元一次方程组再求解. 解三元一次方程组的基本思路是“消元”——把“三元”化为“二元”, 再化为“一元”.

[随堂练习](教材 P₁₃₁)

1. 设这个三位数个位数字为 x , 十位数字为 y , 百位数字为 z , 则

$$\begin{cases} x + z = y, \\ 7z = x + y + 2, \\ x + y + z = 14. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = 5, \\ y = 7, \\ z = 2. \end{cases}$$

所以这个三位数是 275.

2. $\begin{cases} x = 10, \\ y = 9, \\ z = 7. \end{cases}$

[习题 5.9](教材 P₁₃₁)

知识技能

1. (1) $\begin{cases} x = 2, \\ y = -3, \\ z = \frac{1}{2}. \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x = 3, \\ y = 2, \\ z = 5. \end{cases}$

$$2. \begin{cases} x+y=15, & \textcircled{1} \\ y+z=5, & \textcircled{2} \\ z+x=20. & \textcircled{3} \end{cases}$$

用代入消元法求解:

由①得 $x=15-y$. ④

把④代入③,得 $z-y=5$. ⑤

联立②⑤,解得 $\begin{cases} y=0, \\ z=5. \end{cases}$

把 $y=0$ 代入④,得 $x=15$.

所以原方程组的解为 $\begin{cases} x=15, \\ y=0, \\ z=5. \end{cases}$

用加减消元法求解:

①-②,得 $x-z=10$. ④

联立③④,解得 $\begin{cases} x=15, \\ z=5. \end{cases}$

把 $x=15$ 代入①,得 $y=0$.

所以原方程组的解为 $\begin{cases} x=15, \\ y=0, \\ z=5. \end{cases}$

可以发现用加减消元法求解较简便.

问题解决

3. 设七年级有学生 x 人, 八年级有 y 人, 九年级有

$$z \text{ 人, 则 } \begin{cases} x+y+z=651, \\ y=(1+10\%)z, \\ x=(1+5\%)y. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=231, \\ y=220, \\ z=200. \end{cases}$$

答: 七年级有 231 人, 八年级有 220 人, 九年级有 200 人.

4. 设原来的三位数个位数字为 x , 十位数字为 y , 百位数字为 z , 则

$$\begin{cases} y-x=2, \\ z=2y, \\ 100z+10y+x-(100x+10y+z)=495. \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x=1, \\ y=3, \\ z=6. \end{cases}$

所以原来的三位数是 631.

[复习题](教材 P₁₃₂)

知识技能

1. C

$$2. (1) \begin{cases} x=5, \\ y=5. \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x=2, \\ y=7. \end{cases} \quad (3) \begin{cases} x=\frac{5}{8}, \\ y=-\frac{9}{8}. \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x=-\frac{11}{13}, \\ y=-\frac{23}{13}. \end{cases} \quad (5) \begin{cases} x=2, \\ y=3, \\ z=5. \end{cases}$$

3. $a=5, b=2$.

* 4. (1) $a=11, b=-30, c=19$.

(2) 当 $x=-1$ 时, 代数式 $11x^2-30x+19=60$.

数学理解

$$5. \begin{cases} x-y=-1, \\ 2x-y=1 \end{cases}$$

6. 可先分别求出直线 l_1, l_2 的方程. 如设 l_2 的方程为 $y=kx+b$, 因为 l_2 经过点 $(0, 5), (1, 3)$, 所以

$$\begin{cases} 5=b, \\ 3=k+b, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=-2, \\ b=5. \end{cases} \text{ 即 } l_2 \text{ 的方程为 } y=-2x+5.$$

同理可求出 l_1 的方程 $y=x$. 联立, 得

$$\begin{cases} y=x, \\ y=-2x+5, \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x=\frac{5}{3}, \\ y=\frac{5}{3}. \end{cases}$ 所以点 A 的坐标为 $(\frac{5}{3}, \frac{5}{3})$.

7. 答案不唯一. 这样的方程组很多,

如 $\begin{cases} x+y=2, \\ 2x-y=-8 \end{cases}$ 等.

问题解决

8. 设长方形的长和宽分别为 x cm 和 y cm, 则

$$\begin{cases} 2(x+y)=44, \\ 3y-x=6. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=15, \\ y=7. \end{cases}$$

故长方形的长为 15 cm, 宽为 7 cm.

9. 设地砖的长和宽分别为 x cm 和 y cm, 由图知长是宽的 3 倍, 则

$$\begin{cases} x+y=60, \\ x=3y, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=45, \\ y=15. \end{cases}$$

故长方形地砖的长为 45 cm, 宽为 15 cm.

10. $\angle A=40^\circ, \angle B=70^\circ$.

11. 设甲组每天生产 x 个产品, 乙组每天生产 y 个产品, 则

$$\begin{cases} 6x=5y, \\ 300+4x+100=4y, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=500, \\ y=600. \end{cases}$$

故甲组每天生产 500 个产品, 乙组每天生产 600 个产品.

12. 设船在静水中的速度为 x km/h, 水流速度为 y km/h, 则

$$\begin{cases} 4(x+y)=80, \\ 5(x-y)=80, \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x=18, \\ y=2. \end{cases}$$

故船在静水中的速度为 18 km/h, 水流速度为 2 km/h.

13. 设该专业户去年计划生产水稻 x t, 小麦 y t, 则

$$\begin{cases} x+y=15, \\ (1+15\%)x+(1+10\%)y=17, \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x=10, \\ y=5. \end{cases}$

$$(1+15\%)x=1.15 \times 10=11.5,$$

$$(1+10\%)y=1.1 \times 5=5.5.$$

故实际生产水稻 11.5 t, 小麦 5.5 t.

14. 设投中 x 个两分球, y 个罚球, 则

$$\begin{cases} x+y+2=14, \\ 2 \times 3+2x+y=22, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=4, \\ y=8. \end{cases}$$

故他还投中了4个两分球和8个罚球.

15. 设商品进价为 x 元, 定价为 y 元, 则

$$\begin{cases} y - x = 45, \\ 8(85\%y - x) = 12(y - 35 - x), \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 155, \\ y = 200. \end{cases}$$

故商品进价为155元, 定价为200元.

16. 设甲、乙商品的进价分别为 x 元和 y 元, 则

$$\begin{cases} 0.7(1 + 40\%)x + 0.9(1 + 40\%)y = 399, \\ (1 + 40\%)x + (1 + 40\%)y = 490, \end{cases}$$

$$\text{化简, 得} \begin{cases} 0.98x + 1.26y = 399, \\ 1.4x + 1.4y = 490, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0.98x + 1.26y = 399, \\ x + y = 350. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = 150, \\ y = 200. \end{cases}$$

故甲、乙商品进价分别为150元和200元.

17. 设甲带钱 x , 乙带钱 y , 则有方程组

$$\begin{cases} x + \frac{y}{2} = 50, \\ \frac{2}{3}x + y = 50, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = 37\frac{1}{2}, \\ y = 25. \end{cases}$$

故甲带钱 $37\frac{1}{2}$, 乙带钱25.

18. 设七年级(1)、(2)两班分别有 x 人和 y 人, 则有

$$\begin{cases} x + y = 102, \\ 12x + 10y = 1118, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = 49, \\ y = 53. \end{cases}$$

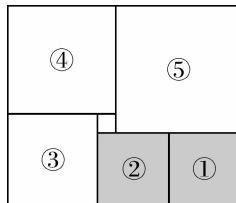
$1118 - 102 \times 8 = 302$ (元).

即七年级(1)班有学生49人, (2)班有学生53人, 联合起来购票能省302元.

- ※19. 如答图30, 设①、⑤两个正方形的边长分别为 x 和 y , 由图则有②③④正方形的边长依次为 x , $x+1$, $y-1$, 有

$$\begin{cases} 2x - y = 1, \\ 2x + x + 1 = y + y - 1. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = 4, \\ y = 7. \end{cases}$$

这个矩形的长、宽分别为13和11, 面积为143.



答图30

联系拓广

- ※20. 方程组有无数组解. 两个方程对应的两个一次函数的图象重合. 由此可知方程组与对应的一次函数图象的关系: 当方程组有唯一解时, 两函数图象交于一点; 方程组无解时, 两函数图象平行; 方程组有无数组解时, 两函数图象重合. 反之也成立.

第六章 数据的分析

1 平均数

[想一想] (教材 P₁₃₇)

小明计算平均年龄在求和时把相同加数的和用乘法简便计算, 也就是考虑了各数据不同的权重.

[随堂练习] (教材 P₁₃₈)

1. (1) $\bar{x} = \frac{9.5 \times 2 + 9.3 \times 2 + 9.1 + 9.4}{6} = 9.35$ (分).

(2) $\bar{x} = \frac{9.3 \times 2 + 9.4 + 9.5}{4} = 9.375$ (分).

2. 小颖这学期的体育成绩:

$$92 \times 20\% + 80 \times 30\% + 84 \times 50\% = 84.4$$
 (分).

[习题 6.1] (教材 P₁₃₈)

知识技能

1. $\bar{x} = \frac{21 \times 550 + \dots + 24 \times 1050}{400} = 798.75$ (h).

2. 这两个班95名学生的平均分:

$$\frac{50 \times 81.5 + 45 \times 83.4}{95} = 82.4$$
 (分).

数学理解

3. 不一定. 因为平均水深1.3m, 很可能有的地方水深超过1.3m甚至超过1.6m.

解决问题

4. 甲种农作物长得高. 因为 $\bar{x}_{甲} = 10.6$ (cm),

$$\bar{x}_{乙} = 9.9$$
 (cm), 所以 $\bar{x}_{甲} > \bar{x}_{乙}$.

5. $\bar{x} = \frac{15 + 18 + \dots + 12}{20} = 14.85$ (字/min).

[议一议] (教材 P₁₃₉)

(1) 平均速度是 $\frac{15 \times 1 + 5 \times 1}{2} = 10$ (km/h).

(2) 平均速度是 $\frac{15 \times 2 + 5 \times 3}{2 + 3} = 9$ (km/h).

- (3) 略.

[随堂练习] (教材 P₁₄₀)

1. 平均获奖年龄为 $\frac{28 \times 1 + 29 \times 3 + \dots + 45 \times 1}{53} \approx 35.6$ (岁).

2. 面试成绩是 $80 \times 30\% + 70 \times 30\% + 85 \times 40\% = 79$ (分).

[习题 6.2] (教材 P₁₄₀)

知识技能

1. $\bar{x} = \frac{4 \times 8250 + 3 \times 7875 + 1 \times 7125 + 2 \times 6375}{4 + 3 + 1 + 2} =$

$$7650$$
 (kg/hm²).

2. 略.

数学理解

- ※3. 估计该年级学生的平均身高在1.60m与1.70m之间, 不能计算出具体平均身高.

- ※4. 可能. 20个同学比他矮的有几个特别矮, 故平均身高随之降低.

问题解决

5. 因为 $\bar{x}_{甲} = 7 \times \frac{1}{5} + 8 \times \frac{2}{5} + 6 \times \frac{2}{5} = 7$,

$$\bar{x}_{乙} = 9 \times \frac{1}{5} + 7 \times \frac{2}{5} + 8 \times \frac{2}{5} = 7.8,$$

$$\bar{x}_{丙} = 8 \times \frac{1}{5} + 7 \times \frac{2}{5} + 5 \times \frac{2}{5} = 6.4,$$

因为 $\bar{x}_{乙} > \bar{x}_{甲} > \bar{x}_{丙}$, 所以乙将被录用.

6. (1) $x_1 = 95 \times 15\% + 90 \times 10\% + 90 \times 35\% + 85 \times 40\% = 88.75$,

$$\bar{x}_2 = 90 \times 15\% + 95 \times 10\% + 85 \times 35\% + 90 \times 40\% = 88.75.$$

$$\bar{x}_3 = 85 \times 15\% + 90 \times 10\% + 95 \times 35\% + 90 \times 40\% = 91.$$

所以三班的成绩最高.

(2) 地面卫生最为重要. 设计评分方案略.

2 中位数与众数

[议一议](教材 P₁₄₃)

- (1) 用中位数表示该公司员工收入的集中趋势更合适.
 (2) 因为该公司经理、副经理工资太高, 影响了员工收入的平均数.

[做一做](教材 P₁₄₃)

(1) 略. (2) 略.

[议一议](教材 P₁₄₃)

平均数、中位数和众数都是描述数据集中趋势的统计量. 平均数反映一组数据的平均水平, 受极端数值的影响; 中位数是处于最中间的一个数据(或最中间两个数据的平均数), 众数是一组数据中出现次数最多的数据.

[习题 6.3](教材 P₁₄₄)

知识技能

1. 应多进领口大小为 40 cm 的衬衫.

2. $x_A = 15, x_B = 15$.

(1) 人群 A 年龄的平均数是 15 岁, 中位数是 15 岁, 众数是 15 岁. 平均数、中位数、众数都可以较好地描述该人群年龄的集中趋势.

(2) 人群 B 年龄的平均数是 15 岁, 中位数是 5.5 岁, 众数是 6 岁. 中位数可以较好地描述该人群年龄的集中趋势.

数学理解

3. 略.

问题解决

4. (1) 平均收入是

$$\bar{x} = \frac{4\,700 \times 1 + 1\,900 \times 2 + \cdots + 1\,200 \times 2}{1 + 2 + \cdots + 2} = 1\,700(\text{元}),$$

收入的中位数是 1 450 元, 众数是 1 400 元.

(2) 用众数描述该饭店员工的月收入水平更为恰当. 因为大部分人的收入情况达不到平均收入水平及中位数水平.

(3) 辞职的员工的收入应低于平均工资, 可能是洗碗工或服务员或厨师助理或迎宾.

3 从统计图分析数据的集中趋势

[议一议](教材 P₁₄₅)

(1) 三支球队队员年龄的众数分别是 20 岁、19 岁、21 岁, 中位数分别是 20 岁、19 岁、21 岁.

(2) 丙队队员的平均年龄最大, 乙队队员的平均年龄最小.

(3) $\bar{x}_{甲} = 20$ 岁, $\bar{x}_{乙} \approx 19.3$ 岁, $\bar{x}_{丙} \approx 20.6$ 岁.

[做一做](教材 P₁₄₅)

(1) 50 元.

$$(2) \bar{x} = \frac{100 \times 20 \times 10\% + 80 \times 20 \times 25\% + \cdots + 20 \times 20 \times 5\%}{20} = 57(\text{元}).$$

[想一想](教材 P₁₄₆)

由(2)中的算式知若不知道调查的总人数, 也能求平均数.

[随堂练习](教材 P₁₄₆)

某题得分的平均数是 $\frac{0 \times 2 + 1 \times 7 + 3 \times 21 + 5 \times 10}{2 + 7 + 21 + 10} =$

3(分), 众数是 3 分, 中位数是 3 分.

学生给学校食堂打分的平均数是 $1 \times 3\% + 2 \times 4\% + 3 \times 51\% + 4 \times 32\% + 5 \times 10\% = 3.42$ (分), 众数是 3 分, 中位数是 3 分.

[习题 6.4](教材 P₁₄₇)

知识技能

1. 这题得分的众数是 3 分, 中位数是 3 分, 平均数是 $0 \times 6\% + 1 \times 8\% + 2 \times 16\% + 3 \times 40\% + 4 \times 24\% + 5 \times 6\% = 2.86$ (分).

2. 平均成绩是

$$\frac{9.4 + 8.4 + 9.2 + 9.2 + 8.8 + 9 + 8.6 + 9 + 9 + 9.4}{10} =$$

9(环).

3. (1) 男生鞋号数据的平均数是

$$\frac{37 \times 3 + 38 \times 4 + 39 \times 4 + 40 \times 7 + 41 + 42}{20} = 39.1(\text{码}),$$

中位数是 39 码, 众数是 40 码.

(2) 鞋厂最感兴趣的是众数.

联系拓广

4. (1)(2)班成绩好.

(2)(1)班体育成绩的众数是“中”, (2)班体育成绩的众数是“中”.

$$(3) \bar{x}_1 = \frac{55 \times 5 + 65 \times 10 + 75 \times 20 + 85 \times 10 + 95 \times 5}{50}$$

$$= 75(\text{分}),$$

$$\bar{x}_2 = \frac{55 \times 1 + 65 \times 10 + 75 \times 20 + 85 \times 11 + 95 \times 8}{50}$$

$$= 78(\text{分}).$$

(4) 九年级(1)班学生体育成绩的平均数、中位数、众数都相同.

$$5. \bar{x} = \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 8 + 65 \times 4 + 75 \times 3}{20}$$

$$= 56.5(\text{kW} \cdot \text{h}).$$

▶ 4 数据的离散程度

[做一做](教材 P₁₅₀)

- (1) 平均数是 75.1 g, 极差是 7 g.
 (2) 略.
 (3) 因为甲厂鸡腿质量的平均数是 75 g, 极差是 6 g, 所以甲厂更符合要求的.

[做一做](教材 P₁₅₀)

- (1) $s_{丙}^2 = 4.39$.
 (2) 因为 $s_{甲}^2 < s_{丙}^2$, 所以甲厂的产品更符合规格.

[随堂练习](教材 P₁₅₁)

$\bar{x}_{甲} = 178, s_{甲}^2 = 0.6, \bar{x}_{乙} = 178, s_{乙}^2 = 1.8, s_{甲}^2 < s_{乙}^2$, 所以甲队更整齐.

[习题 6.5](教材 P₁₅₁)

知识技能

1. $\bar{x}_{甲} = 60, s_{甲}^2 = 0.152, \bar{x}_{乙} = 60, s_{乙}^2 = 0.051, s_{甲}^2 > s_{乙}^2$, 所以应买乙厂的螺丝.
 2. $\bar{x}_{甲} = 401.5, s_{甲}^2 = 38.05, \bar{x}_{乙} = 400.8, s_{乙}^2 = 7.96, s_{甲}^2 > s_{乙}^2$, 所以乙包装机包装的奶粉质量比较稳定.
 3. (1) $\bar{x}_{甲} = 7, s_{甲}^2 = 3, \bar{x}_{乙} = 7, s_{乙}^2 = 1.2$.
 (2) 甲、乙两名战士命中的平均环数相同, 但是乙战士的射击水平比较稳定.

数学理解

4. 小华是新手, 因为小华的成绩波动较大.

[议一议](教材 P₁₅₃)

- (1) $\bar{x}_{甲} = 601.6, \bar{x}_{乙} = 599.3$.
 (2) $s_{甲}^2 = 65.84, s_{乙}^2 = 284.21$.
 (3) 甲的平均成绩比乙的高, 且发挥较稳定, 但乙能跳得更远, 但成绩波动较大.
 (4) 成绩达到 5.96 m 就可能夺冠, 应选甲参赛. 若成绩达到 6.10 m 就可能打破记录, 为了打破记录应选乙参赛.

[随堂练习](教材 P₁₅₃)

$\bar{x}_{甲} = 7.9, \bar{x}_{乙} = 7.9, \bar{x}_{丙} = 5.2, s_{甲}^2 = 3.29, s_{乙}^2 = 0.49, s_{丙}^2 = 0.36$. 所以乙的射击成绩更好, 丙更稳定.

[习题 6.6](教材 P₁₅₅)

解决问题

1. (1) 对阵“超音速”平均得分是 25.25 分, 对阵“快船”平均得分是 23.25 分.
 (2) 对阵“超音速”得分的方差是 6.6875, 对阵“快船”得分的方差是 19.1875, 所以对阵“超音速”时的发挥比较稳定.
 (3) 对阵“超音速”的综合得分是 $25.25 + 11 \times 1.2 - 2.75 = 35.7$, 对阵“快船”的综合得分是 $23.25 + 12.75 \times 1.2 - 2 = 36.55$. 所以对阵“快船”表现更好.

数学理解

2. (1) $\bar{x}_{甲} = 1.69, \bar{x}_{乙} = 1.68$.
 (2) $s_{甲}^2 = 0.0006, s_{乙}^2 = 0.00315$, 所以甲的成绩更稳定.
 (3) 甲的成绩都大于 1.65 m, 为了获取跳高比赛冠军, 应选甲, 若预测 1.70 m 方可夺冠, 应选乙.

3. 略.

4. (1) $\bar{x}_{甲} = 8, \bar{x}_{乙} = 8$. (2) $s_{甲}^2 > s_{乙}^2$.
 (3) $s_{甲}^2 = 1.4, s_{乙}^2 = 1.2$. (4) $\bar{x}_{丙} = 8, s_{丙}^2 = 2.6$.
 所以三人射击成绩的方差丙的最大, 乙的最小.

[复习题](教材 P₁₅₇)

知识技能

1. 400 g.
 2. (1) 平均数是 185 cm, 中位数是 185.5 cm, 众数是 187 cm.
 (2) 估计秦兵马俑的平均高度是 185 cm.
 3. 1.985 元. 4. 88.4 分.
 5. $\bar{x}_1 = 80, s_1^2 = 9.1, \bar{x}_2 = 80.1, s_2^2 = 13.79$.
 $s_1^2 < s_2^2$, 所以第一批苹果的大小更为整齐.
 6. $\bar{x} = 12.01, s^2 = 0.0539$, 标准差 $s \approx 0.23 > 0.2$, 所以可以要求退货.
 7. (1) 84%. (2) 6 050 t.

数学理解

8. 不正确. 平均身高不等于个人身高, 不能盲目判定小亮一定比小明矮.
 9. (1) 尺码的平均数是 23.6 cm, 中位数是 23.5 cm, 众数是 23.5 cm.
 (2) 对众数最感兴趣, 众数表示这个尺码的鞋卖出的最多.
 10. (1) 平均数是 320, 中位数是 210, 众数是 210.
 (2) 不合理. 因为 15 人中只有 2 人达到这个数, 大多数人都完成不了.
 ※11. (1) $\bar{x}_1 = 2.9, s_1^2 = 1.39; \bar{x}_2 = 1.1, s_2^2 = 1.39$;
 $\bar{x}_3 = 2.25, s_3^2 = 0.9875$.
 (2) 略.

问题解决

12. 平均身高是 170 cm. 13. 略.
 14. $\bar{x} = 205, s^2 = 69.4$, 标准差 $s \approx 8.3 > 8$, 所以该包装机运行不正常.
 15. 3 360.
 ※16. 略.

第七章 平行线的证明

▶ 1 为什么要证明

[做一做](教材 P₁₆₂)

- (1) $n=0$ 时, $n^2 - n + 11 = 11$; $n=1$ 时, $n^2 - n + 11 = 11$; $n=2$ 时, $n^2 - n + 11 = 13$; $n=3$ 时, $n^2 - n + 11 = 17$; $n=4$ 时, $n^2 - n + 11 = 23$; $n=5$ 时, $n^2 - n + 11 = 31$. 所以当 $n=0, 1, 2, 3, 4, 5$ 时, 代数式 $n^2 - n + 11$ 的值都是质数.
 当 $n=11$ 时, $n^2 - n + 11 = 11^2 = 121$, 121 不是质数. 所以对于所有自然数 $n, n^2 - n + 11$ 的值不都是质数.

- (2) $DE \parallel BC$ 且 $DE = \frac{1}{2}BC$. 对所有的 $\triangle ABC$ 都成立.

[随堂练习](教材 P₁₆₃)

1. (1) 线段 b 和线段 d 在同一条直线上.
 (2) 相等.

2. 不一定, 当 $n=6$ 时, $n^2 + 3n + 1 = 55 = 5 \times 11$, 不是质数.

[习题 7.1] (教材 P₁₆₄)

数学理解

1. 不正确. 当 $n=40$ 时, $n^2 + n + 41 = 41^2$, 不是质数. 所以“对于所有的自然数, 式子 $n^2 + n + 41$ 的值都是质数”的猜想是错误的.
2. 能得到结论, 因为 $2n - 1 = n^2 - (n - 1)^2$. 不是任意偶数都能表示为两个自然数的平方差.
3. $\angle ABC = \angle DEF$. 想法不正确, 因为如果两个角的两边分别平行, 那么这两个角相等或互补.

► 2 定义与命题

[议一议] (教材 P₁₆₅)

(1)(2)(3)(4) 对事情作出了判断, (5)(6) 没有作出判断.

[想一想] (教材 P₁₆₆)

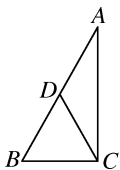
这些命题都写成“如果……那么……”的形式, 由条件和结论两部分组成.

[做一做] (教材 P₁₆₆)

- (1) 条件是两个角相等, 结论是这两个角是对顶角. 不正确. 例如等腰三角形的两个底角相等, 但它们不是对顶角.
- (2) 条件是 $a \neq b, b \neq c$, 结论是 $a \neq c$. 不正确. 例如 $a=1, b=2, c=1$, 满足 $a \neq b, b \neq c$, 但 $a=c$.
- (3) 条件是两三角形全等, 结论是两三角形面积相等. 正确.
- (4) 条件是室外气温低于 0°C , 结论是地面上的水一定会结冰. 不正确. 由生活常识可判断.

[随堂练习] (教材 P₁₆₆)

1. (1) 如“三角形”的定义、“平行四边形”的定义等.
(2) 判断一件事情的句子叫做命题. 如“同位角相等”是命题, “你快乐吗?”不是命题.
2. (1) 条件: 5月4日是星期一, 结论: 5月11日是星期一. 是真命题.
(2) 条件: 三角形的三个内角相等, 结论: 三角形是等边三角形. 是真命题.
(3) 条件: $\frac{x-5}{2} = \frac{3-x}{3}$, 结论: $x=4$. 是假命题. 当 $x=4$ 时, $\frac{x-5}{2} = -\frac{1}{2}, \frac{3-x}{3} = -\frac{1}{3}, -\frac{1}{2} \neq -\frac{1}{3}$.
(4) 条件: 两个锐角的和, 结论: 其和是钝角. 是假命题, 如取锐角 $45^\circ, 45^\circ$, 它们的和是 90° , 不是钝角.
(5) 条件: $x^2 > 0$, 结论: $x > 0$. 是假命题, 如 $(-1)^2 > 0, -1 < 0$.
(6) 条件: 两个三角形有两边分别相等且其中一组等边的对角相等, 结论: 这两个三角形全等. 假命题. 如答图 31, $\triangle ABC$ 与 $\triangle ACD$ 中, $AC = AC, BC = CD, \angle A = \angle A$, 显然 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ACD$ 不全等.



答图 31

[习题 7.2] (教材 P₁₆₇)

知识技能

1. 略.
2. (1)(2)(3)(5)(6)(8)(10) 是命题.

数学理解

3. (1) 条件: 两个三角形的两边及其夹角对应相等; 结论: 这两个三角形全等.
(2) 条件: 一个三角形中有两个角相等; 结论: 这个三角形是等腰三角形.
(3) 条件: 三角形是直角三角形; 结论: 它的两锐角互余.
(4) 条件: 两直线平行; 结论: 同位角相等.

[想一想] (教材 P₁₆₇)

可以通过演绎推理的方法进行判断.

[随堂练习] (教材 P₁₇₀)

由公理: 两点之间线段最短, 可直接得出定理: 三角形两边之和大于第三边.

[习题 7.3] (教材 P₁₇₁)

数学理解

1. 已知 $\angle 2, \angle 3$ 是 $\angle 1$ 的补角 (已知),
求证: $\angle 2 = \angle 3$.
证明: $\because \angle 2, \angle 3$ 是 $\angle 1$ 的补角 (已知),
 $\therefore \angle 2 + \angle 1 = 180^\circ, \angle 3 + \angle 1 = 180^\circ$ (补角的定义).
 $\therefore \angle 2 = \angle 3$ (同角的补角相等).
 \therefore 同角的补角相等. 同理可证等角的补角相等.

2. 略.

联系拓广

3. 略. 4. 略.

► 3 平行线的判定

[想一想] (教材 P₁₇₃)

根据内错角相等, 两直线平行, 作出平行线.

[随堂练习] (教材 P₁₇₃)

这三个四边形的对边互相平行. 因为 $\angle \alpha + \angle \beta = 109^\circ 28' + 70^\circ 32' = 180^\circ$, 由同旁内角互补, 两直线平行, 可得四边形的对边互相平行.

[习题 7.4] (教材 P₁₇₃)

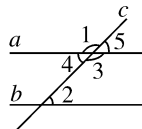
知识技能

1. (1) 正确. 因为同位角相等, 两直线平行.
(2) 不正确. 因为 $\angle 4, \angle 5$ 是两条直线 l_1, l_2 被直线 l_3 所截得到的同旁内角, 由 $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$, 应得 $l_1 \parallel l_2$.
(3) 正确. 因为内错角相等, 两直线平行.
(4) 正确. 因为同旁内角互补, 两直线平行.

数学理解

2. $\because CD$ 平分 $\angle ACB, \angle DCB = 40^\circ$ (已知),
 $\therefore \angle ACB = 2\angle DCB = 80^\circ$ (角平分线的定义).
 $\therefore \angle AED = \angle ACB$ (等量代换).
 $\therefore DE \parallel BC$ (同位角相等, 两直线平行).

3. 如答图 32, 证法 1: $\because \angle 1 = \angle 3$ (对顶角相等), 且 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (已知), $\therefore \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ (同角的补角相等), $\therefore a \parallel b$. (同旁内角互补, 两直线平行)



答图 32

证法 2: $\because \angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ (平角的定义),
 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (已知),

$\therefore \angle 2 = \angle 4$ (同角的补角相等),

$\therefore a \parallel b$ (内错角相等, 两直线平行).

证法 3: $\because \angle 1 + \angle 5 = 180^\circ$ (平角的定义),

$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (已知),

$\therefore \angle 2 = \angle 5$ (同角的补角相等),

$\therefore a \parallel b$ (同位角相等, 两直线平行).

问题解决

4. 同位角相等, 两直线平行.

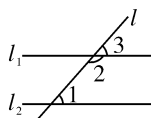
► 4 平行线的性质

[议一议] (教材 P₁₇₇)

先将命题写成数学语言, 即画出图形, 写出已知、求证, 再进行证明.

[随堂练习] (教材 P₁₇₇)

已知: 如答图 33, $l_1 \parallel l_2$, $\angle 1, \angle 2$ 是直线 l_1, l_2 被直线 l 截出的同旁内角.



求证: $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.

证明: $\because l_1 \parallel l_2, \therefore \angle 1 = \angle 3$ (两直线平行, 同位角相等). 又 $\because \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ (平角的定义), $\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (等量代换).

答图 33

[习题 7.5] (教材 P₁₇₇)

知识技能

- $\because AB \parallel PQ$ (已知),
 $\therefore \angle ABO = \angle BOP = 45^\circ$ (两直线平行, 内错角相等).
 $\because CD \parallel PQ$ (已知),
 $\therefore \angle DCO + \angle QOC = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补),
 又 $\because \angle QOC = 88^\circ$ (已知),
 $\therefore \angle DCO = 92^\circ$ (等式的性质).
- $\because AD \parallel BC$ (已知),
 $\therefore \angle D = \angle CBD$ (两直线平行, 内错角相等).
 又 $\because \angle ABD = \angle D$ (已知),
 $\therefore \angle ABD = \angle CBD$ (等量代换), 即 BD 平分 $\angle ABC$.

数学理解

- $\because AB \parallel CD$ (已知), $\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补). $\because AD \parallel BC$ (已知), $\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ, \angle C + \angle D = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补).
 $\therefore \angle A = \angle C, \angle B = \angle D$ (同角的补角相等).
- (1) $AB \parallel CD, CE \parallel BF$.
 由 $\angle 1 = \angle 2$ (已知) 得 $CE \parallel BF$ (同位角相等, 两直线平行), 由 $CE \parallel BF$ (已证) 得 $\angle B = \angle AEC$ (两直线平行, 同位角相等).
 又 $\because \angle B = \angle C$ (已知), 则 $\angle C = \angle AEC$ (等量代换), $\therefore AB \parallel CD$ (内错角相等, 两直线平行).
 (2) $\because AB \parallel CD$ (已证), $\therefore \angle A = \angle D$ (两直线平行, 内错角相等).

► 5 三角形内角和定理

[想一想] (教材 P₁₇₉)

想法可行. $\because PQ \parallel BC$ (已知), $\therefore \angle B = \angle BAP, \angle C = \angle CAQ$ (两直线平行, 内错角相等).
 又 $\because \angle PAQ$ 是平角 (已知),

$\therefore \angle BAP + \angle BAC + \angle CAQ = 180^\circ$ (平角的定义),
 $\therefore \angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (等量代换).

[随堂练习] (教材 P₁₇₉)

- 直角三角形两锐角之和是 90° , 证明略.
- 正三角形的一个内角是 60° , 证明略.
- 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (三角形内角和定理),
 $\because \angle A = 60^\circ, \angle C = 70^\circ$ (已知),
 $\therefore \angle B = 50^\circ$ (等式的性质).
 $\because DE \parallel BC$ (已知),
 $\therefore \angle ADE = \angle B = 50^\circ$ (两直线平行, 同位角相等).

[习题 7.6] (教材 P₁₈₀)

知识技能

- (1) $\angle A = 40^\circ, \angle B = \angle C = 70^\circ$.
 (2) $\angle A = 90^\circ, \angle B = 58^\circ, \angle C = 32^\circ$.
 (3) $\angle A = 80^\circ, \angle B = 60^\circ, \angle C = 40^\circ$.

数学理解

- 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$ (三角形内角和定理), $\angle ACB = 90^\circ$ (已知), $\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ$ (等式的性质). 在 $\triangle BCD$ 中, $\angle B + \angle DCB + \angle BDC = 180^\circ$ (三角形内角和定理), $\angle BDC = 90^\circ$ (已知), $\therefore \angle B + \angle DCB = 90^\circ$ (等式的性质), $\therefore \angle A = \angle DCB$ (同角的余角相等).
- $\because AB \parallel CD$ (已知), $\therefore \angle A + \angle ACD = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补). 在 $\triangle CDE$ 中, $\angle ACD + \angle CED + \angle D = 180^\circ$ (三角形内角和定理).
 $\therefore \angle A = \angle CED + \angle D$ (等量代换).
- 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$ (三角形内角和定理), $\angle A = 65^\circ$ (已知), $\therefore \angle ABC + \angle ACB = 115^\circ$ (等式的性质). $\because BF$ 平分 $\angle ABC, CF$ 平分 $\angle ACB$ (已知), $\therefore \angle CBF = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle BCF = \frac{1}{2} \angle ACB$ (角平分线的定义). $\therefore \angle CBF + \angle BCF = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB) = 57.5^\circ$ (等式的性质). 在 $\triangle BCF$ 中, $\angle F + \angle CBF + \angle BCF = 180^\circ$ (三角形内角和定理), $\therefore \angle F = 180^\circ - 57.5^\circ = 122.5^\circ$ (等式的性质).

联系拓广

※5. 略.

[议一议] (教材 P₁₈₁)

$\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ, \angle 1 = \angle 2 + \angle 3$.

[想一想] (教材 P₁₈₂)

有, 可证同位角相等或同旁内角互补. 证法略.

[随堂练习] (教材 P₁₈₃)

- $\angle B = 55^\circ, \angle ACB = 80^\circ$.
- $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$.

[习题 7.7] (教材 P₁₈₃)

知识技能

- (1) 不正确.
- $\because \angle ADC$ 是 $\triangle ABD$ 的一个外角 (已知),

$\therefore \angle ADC = \angle B + \angle BAD$ (三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和).

$\therefore \angle DAC = \angle B$ (已知).

$\therefore \angle ADC = \angle DAC + \angle BAD = \angle BAC$ (等量代换).

联系拓广

3. (1) 延长 CD 交 AB 于点 F , 则有

$\angle BDC = \angle B + \angle BFD$, $\angle BFD = \angle A + \angle C$ (三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和).

$\therefore \angle BDC > \angle BFD > \angle A$ (等式的性质).

(2) 由(1)知 $\angle BDC = \angle B + \angle BFD = \angle B + \angle A + \angle C$ (等量代换).

※4. 如果点 D 在线段 BC 的另一侧, 则有 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$.

[复习题] (教材 P₁₈₄)

知识技能

1. \therefore 四边形 $ABCD$ 是正方形 (已知),

$\therefore \angle DAB = 90^\circ$ (正方形的性质).

又 $\therefore \angle DAE = 30^\circ$ (已知),

$\therefore \angle EAB = 60^\circ$ (等式的性质).

又 $\therefore \angle AEF = 120^\circ$ (已知),

$\therefore \angle AEF + \angle EAB = 180^\circ$ (等式的性质),

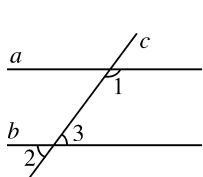
$\therefore AB \parallel EF$ (同旁内角互补, 两直线平行).

2. 如答图 34, $\therefore a \parallel b$ (已知),

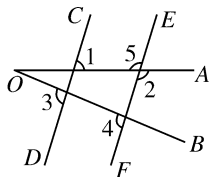
$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补).

又 $\therefore \angle 2 = \angle 3$ (对顶角相等),

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (等量代换).



答图 34



答图 35

3. 如答图 35. $\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (已知),

$\angle 2 = \angle 5$ (对顶角相等),

$\therefore \angle 1 + \angle 5 = 180^\circ$ (等量代换),

$\therefore CD \parallel EF$ (同旁内角互补, 两直线平行),

$\therefore \angle 3 = \angle 4$ (两直线平行, 同位角相等).

4. $\therefore AB \perp BC$, 且 $BC \perp AC$ (已知),

$\therefore \angle BCA = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - \alpha = \angle ABP$ (余角的定义).

$\therefore BC \perp CD$ (已知),

$\therefore \angle PCD = 90^\circ - \angle BCA = 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$ (等式的性质).

5. $\therefore \angle EGH$ 是 $\triangle FBG$ 的一个外角 (外角的定义),

$\therefore \angle EGH > \angle B$ (三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角).

又 $\therefore DE \parallel BC$ (已知), $\therefore \angle B = \angle ADE$ (两直线平行, 同位角相等), $\therefore \angle EGH > \angle ADE$ (等量代换).

6. $\therefore DE \parallel BC$, $\angle EBC = 25^\circ$ (已知),

$\therefore \angle BED = 25^\circ$ (两直线平行, 内错角相等)

又 $\therefore \angle DBE = 30^\circ$ (已知),

$\angle ADE$ 是 $\triangle DBE$ 的一外角 (外角的定义),

$\therefore \angle ADE = \angle DBE + \angle BED = 55^\circ$ (三角形的一个

外角等于和它不相邻的两个内角的和).

$\therefore \angle BDE = 180^\circ - \angle ADE = 125^\circ$ (平角的定义).

7. $\angle AOC = 120^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$.

数学理解

8. (1) 三角形的一个内角一定小于 180° , 不一定小于 90° .

(2) 一个三角形中最多有一个直角, 最多有一个钝角.

(3) 因为当最大角小于 60° 时, 三个角的和不可能等于 180° . 最小角不会大于 60° , 同样的道理, 当最小角大于 60° 时, 三个角的和大于 180° .

9. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (三角形内角和定理), $\therefore \angle B = 40^\circ$, $\angle C = 60^\circ$ (已知),

$\therefore \angle BAC = 80^\circ$ (等式的性质). $\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$

(已知), $\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 40^\circ$ (角平分线的定义).

$\therefore AE \perp BC$ (已知), $\therefore \angle BAE = 90^\circ - \angle B = 50^\circ$ (等式的性质).

$\therefore \angle DAE = \angle BAE - \angle BAD = 10^\circ$ (等式的性质).

10. (1) $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, $a \parallel b$.

(2) $\angle 1 = \angle 3$, $a \parallel b$.

(3) $\angle 2 = \angle 6$, $a \parallel b$.

(4) $\angle 5 = \angle 1$, $a \parallel b$.

.....

11. $\therefore \angle 1$ 是 $\triangle ABC$ 的一个外角 (已知), $\therefore \angle 1 > \angle 3$ (三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角).

$\therefore \angle 3$ 是 $\triangle CDE$ 的一个外角 (外角的定义), $\therefore \angle 3 > \angle 2$ (三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角).

$\therefore \angle 1 > \angle 2$ (不等式的性质).

12. 由题意知两平面镜片平行, 因其与水平面成 45° 角放置, 所以当光线 a 水平照射到镜片时, 其入射角等于反射角, 可知 $\angle 3 = 90^\circ$, 进而 $\angle 1 = \angle 2 = 45^\circ$.

同理可得 $\angle 4 = 90^\circ$, 所以入射光线 a 经过上下平行的平面镜片连续两次反射后沿直线 b 平行射出.

13. $AB \parallel CD$. 又 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$ (已知), 因为 $MN \parallel EF$ (已知), 所以 $\angle 2 = \angle 3$ (两直线平行, 内错角相等), 所以 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$ (等式的性质).

又因为 $\angle 1 + \angle ABC + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 3 + \angle BCD + \angle 4 = 180^\circ$ (平角的定义), 所以 $\angle ABC = \angle BCD$ (等式的性质), 所以 $AB \parallel CD$ (内错角相等, 两直线平行).

14. 设 AE 交 CD 于点 F . $\therefore AB \parallel CD$ (已知),

$\therefore \angle DFE = \angle BAE = 45^\circ$ (两直线平行, 同位角相等).

又 $\therefore \angle DFE$ 是 $\triangle CEF$ 的一个外角 (外角的定义).

$\therefore \angle DFE = \angle C + \angle E$ (三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和). 又 $\therefore \angle C = \angle E$ (已知),

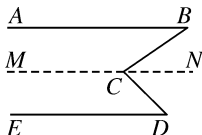
$\therefore \angle C = \frac{1}{2} \angle DFE = 22.5^\circ$ (等式的性质).

联系拓广

15. (1) 如答图 36, 过 C 作 $MN \parallel AB$. $\therefore AB \parallel ED$ (已知),

$\therefore AB \parallel MN \parallel ED$ (平行于同一条直线的两直线平行).

$\therefore \angle ABC = \angle BCN$, $\angle CDE =$



答图 36

$\angle DCN$ (两直线平行,内错角相等),
 $\therefore \angle ABC + \angle CDE = \angle BCN + \angle DCN = \angle BCD$ (等式的性质).

(2) $\angle ABC = \angle BCD + \angle CDE$,
 则 $\angle BCD = \angle ABC - \angle CDE$.

16. (1) $2\angle D - \angle A = 180^\circ$. $\therefore \angle D + \frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle ACB = 180^\circ$ (角平分线的定义,三角形内角和定理), $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A$ (三角形内角和定理,等式的性质), $\therefore \angle D + \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 180^\circ$ (等量代换), $\therefore 2\angle D - \angle A = 180^\circ$ (等式的性质).

(2) $\angle A = 2\angle E$. $\therefore \angle ECM = \angle EBM + \angle E$ (三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和), $2\angle ECM = \angle A + 2\angle EBM$ (角平分线的定义,三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和), $\therefore \angle A = 2\angle E$ (等式的性质).

(3) $\angle A + 2\angle F = 180^\circ$. $\therefore 2\angle CBF = \angle A + \angle ACB$, $2\angle BCF = \angle A + \angle ABC$ (角平分线的定义,三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和), 又 $\angle CBF + \angle BCF + \angle F = 180^\circ$ (三角形内角和定理), $\therefore \angle A + \angle ACB + \angle A + \angle ABC + 2\angle F = 180^\circ \times 2$ (等量代换), $\therefore \angle A + \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ$ (三角形内角和定理), $\therefore \angle A + 2\angle F = 180^\circ$ (等式的性质).

$$\begin{aligned} \text{※17. } \angle BEC &= 180^\circ - \frac{2}{3}(\angle ABC + \angle ACB) \\ &= 180^\circ - \frac{2}{3}(180^\circ - \angle A) = 110^\circ, \\ \angle BFC &= 180^\circ - \frac{1}{3}(\angle ABC + \angle ACB) \\ &= 180^\circ - \frac{1}{3}(180^\circ - \angle A) = 145^\circ. \end{aligned}$$

[总复习](教材 P₁₉₃)

知识技能

1. 1 000 m.

2. (1) 有理数:

$$\left\{ -3.141\ 59, 2.\dot{5}, \sqrt[3]{-1}, -3.\dot{7}5, \frac{11}{5}, \dots \right\}.$$

(2) 无理数:

$$\left\{ \sqrt{0.9}, 2\pi, -3.747\ 747\ 774\dots, \dots \right\}.$$

$$(3) \text{正实数: } \left\{ 2.\dot{5}, \sqrt{0.9}, \frac{11}{5}, 2\pi, \dots \right\}.$$

(4) 负实数:

$$\left\{ -3.141\ 59, \sqrt[3]{-1}, -3.\dot{7}5, -3.747\ 747\ 774\dots, \dots \right\}.$$

$$3. (1) \pm 0.2, 0.2. \quad (2) \pm \frac{3}{16}, \frac{3}{16}.$$

$$(3) \pm \sqrt{7}, \sqrt{7}. \quad (4) \pm 10^{-4}, 10^{-4}.$$

$$4. (1) \sqrt[3]{-2}. \quad (2) 0.8. \quad (3) -\frac{5}{2}. \quad (4) 10^3.$$

$$5. (1) 4.5. \quad (2) 10. \quad (3) 5.7. \quad (4) 5.$$

$$6. (1) -8.41. \quad (2) 8.21.$$

$$7. (1) \text{原式} = \frac{5\sqrt{2} \times 4\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} - 4 = 10\sqrt{2} - 4.$$

$$(2) \text{原式} = \frac{2\sqrt{6} \times 6\sqrt{6}}{\sqrt{6}} + 5 = 12\sqrt{6} + 5.$$

$$(3) \text{原式} = \sqrt{18} - 2\sqrt{45} - 3\sqrt{2} \\ = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{5} - 3\sqrt{2} = -6\sqrt{5}.$$

$$(4) \text{原式} = \frac{\sqrt{6}}{3} - 24\sqrt{6} + 7\sqrt{6} = -\frac{50}{3}\sqrt{6}.$$

8. 7.9 km/s.

9. 码头(4,3), 营房(6,2), 雷达(9,6), 小广场(5,6), 哨所1(5,9), 哨所2(1,6).

10. $A(-3, -2), B(-5, 0), C(-3, 2), D(0, 2), E(2, 0), F(4, 0), G(2, -2), H(-1, -2), I(-3, 0), A(-3, -2)$.

11. 图略. (1) 它像“四角星”.

(2) 所得图形与原图形关于 x 轴对称.

(3) 所得图形与原图形关于 y 轴对称.

12. 每对对应点的坐标都关于 x 轴对称.

13. 不能将 y 看成 x 的一次函数. 提示: 若 y 是 x 的一次函数, 设 $y = kx + b$,

$$\text{则} \begin{cases} 38 = 1 \times k + b, \\ 68 = 2 \times k + b. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = 30, \\ b = 8. \end{cases}$$

所以 $y = 30x + 8$. 当 $x = 3$ 时, $y = 30 \times 3 + 8 = 98 \neq 90$.

14. v 能看成 t 的一次函数, h 不能看成 t 的一次函数.

$$\text{提示: 设 } v = kt + b, \text{ 则} \begin{cases} 9.8 = 1 \times k + b, \\ 19.6 = 2 \times k + b. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 9.8, \\ b = 0. \end{cases} \text{ 所以 } v = 9.8t.$$

$$15. (1) \begin{cases} x = 2, \\ y = 5. \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x = -4, \\ y = -1. \end{cases} \quad (3) \begin{cases} x = \frac{1}{2}, \\ y = 5. \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} m = 1, \\ n = -2. \end{cases} \quad (5) \begin{cases} x = 10, \\ y = 10. \end{cases} \quad (6) \begin{cases} x = 370, \\ y = 110. \end{cases}$$

$$(7) \begin{cases} x = 6, \\ y = 4. \end{cases} \quad (8) \begin{cases} x = -3, \\ y = -1. \end{cases} \quad * (9) \begin{cases} x = 1, \\ y = 1, \\ z = 2. \end{cases}$$

$$* (10) \begin{cases} x = 2, \\ y = -1, \\ z = 1. \end{cases}$$

16. 月工资的平均数为 2 144 元, 中位数为 1 800 元, 众数为 1 800 元.

17. 小钱将被录用. 提示:

$$\text{小赵: } \frac{70 \times 4 + 50 \times 3 + 80 \times 2}{4 + 3 + 2} \approx 65.6;$$

$$\text{小钱: } \frac{90 \times 4 + 75 \times 3 + 35 \times 2}{4 + 3 + 2} \approx 72.8;$$

$$\text{小孙: } \frac{65 \times 4 + 55 \times 3 + 80 \times 2}{4 + 3 + 2} = 65.$$

$$18. \bar{x}_{\text{甲}} = 5\ 200, s_{\text{甲}}^2 = 462\ 500,$$

$$\bar{x}_乙 = 5\ 200, s_乙^2 = 50\ 000.$$

所以乙品种的小麦对气候等条件的适应性较强.

19. 如答图 37,

$\therefore \angle 1 = \angle 5, \angle 4 = \angle 8$ (对顶角相等), $\angle 1 = \angle 4$ (已知),

$\therefore \angle 5 = \angle 8$ (等量代换),

$\therefore \angle 5 + \angle 6 = \angle 7 + \angle 8$ (两直线平行, 内错角相等),

$\therefore \angle 6 = \angle 7$ (等式的性质).

$\therefore c \parallel d$ (内错角相等, 两直线平行).

20. $\because AB \parallel CD$ (已知),

$\therefore \angle BPF = \angle DQF$ (两直线平行, 同位角相等).

$\because PR$ 平分 $\angle BPF, QS$ 平分 $\angle DQF$ (已知),

$$\therefore \angle BPR = \frac{1}{2} \angle BPF,$$

$$\angle DQS = \frac{1}{2} \angle DQF \text{ (角平分线的定义),}$$

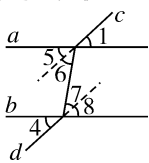
$\therefore \angle BPR = \angle DQS$ (等量代换).

21. $\because AB \parallel CD$ (已知), $\therefore \angle AEN = \angle CFN$ (两直线平行, 同位角相等).

$\therefore \angle AEP = \angle CFQ$ (已知),

$\therefore \angle AEN - \angle AEP = \angle CFN - \angle CFQ$ (等式的性质), 即 $\angle PEN = \angle QFN$.

$\therefore PE \parallel QF$ (同位角相等, 两直线平行). $\therefore \angle EPM = \angle FQM$ (两直线平行, 同位角相等).



答图 37

数学理解

22. 没有最小的实数, 绝对值最小的实数是 0.

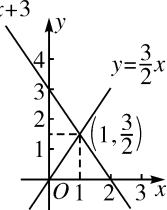
23. 规定向上为正北方向, 向右为正东方向.

A: 正北方向, 距 O 点 2 个单位长度; B: 北偏东 60° , 距 O 点 5 个单位长度; C: 南偏西 30° , 距 O 点 4 个单位长度; D: 南偏东 30° , 距 O 点 3 个单位长度; E: 北偏西 30° , 距 O 点 6 个单位长度.

24. 如答图 38, 交点是 $(1, \frac{3}{2})$.

$$\text{方程组 } \begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + 3, \\ y = \frac{3}{2}x \end{cases} \text{ 的}$$

$$\text{解是 } \begin{cases} x = 1, \\ y = \frac{3}{2}. \end{cases}$$



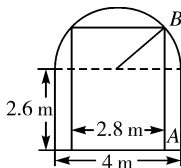
答图 38

问题解决

25. 至少飞了 $\sqrt{41} \approx 6.4$ (m).

26. 设旗杆高 x m, 则由勾股定理得 $x^2 + 6^2 = (x+2)^2$, 解得 $x = 8$, 即旗杆高 8 m.

27. 如答图 39.



答图 39

$AB = 2.6 + \sqrt{2^2 - 1.4^2} \approx 4.03 \text{ m} > 4 \text{ m}$. 所以卡车能通过此隧道.

$$28. (1) t = \sqrt{\frac{d^3}{900}} = \frac{d}{30} \sqrt{d} = \frac{6}{30} \times \sqrt{6} = \frac{\sqrt{6}}{5} \approx 0.5 \text{ (h)}.$$

所以这场雷雨大约能持续 0.5 h.

$$(2) d = \sqrt[3]{900t^2} = \sqrt[3]{900} \approx 9.65 \text{ (km)}.$$

29. 略.

30. (1) $y = x + 2$. (2) 12 cm.

31. (1) 1 1.5 -0.5 (2) 2 (3) $y = x$

(4) 设销售 x 件时的利润为 p 万元, 则 $p = 0.5x - 1$.

32. 有大宿舍 16 间, 小宿舍 14 间. 提示: 设大宿舍 x 间, 小宿舍 y 间. 依题意得

$$\begin{cases} x + y = 30, \\ 8x + 5y = 198. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = 16, \\ y = 14. \end{cases}$$

33. 甲商品原价 40 元, 乙商品原价 60 元. 提示: 设甲商品原价 x 元, 乙商品原价 y 元.

依题意得

$$\begin{cases} x + y = 100, \\ (1 - 10\%)x + (1 + 40\%)y = (1 + 20\%) \times 100. \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x = 40, \\ y = 60. \end{cases}$$

34. 小明现在的年龄为 15 岁, 妈妈现在的年龄为 40 岁. 提示: 设小明现在的年龄为 x 岁, 妈妈现在的年龄为 y 岁.

$$\text{依题意得 } \begin{cases} y - 10 = 6(x - 10), \\ y + 10 = 2(x + 10). \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = 15, \\ y = 40. \end{cases}$$

联系拓广

35. $\because AD \parallel BC$ (长方形的一组对边平行),

$\therefore \angle ECB = \angle F$ (两直线平行, 内错角相等).

$\therefore \angle AGC = \angle GAF + \angle F$ (三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和),

$\therefore \angle GAF = \angle F$ (已知),

$\therefore \angle AGC = 2\angle F = 2\angle ECB$ (等式的性质).

$\therefore \angle ACG = \angle AGC$ (已知),

$\therefore \angle ACG = 2\angle ECB$ (等量代换).

$\therefore \angle ECB = \frac{1}{3} \angle ACB$ (等式的性质).

※36. (1) 勾股数组中, 最大数的平方是另两个数的平方和, 勾股数组的倍数仍是勾股数组等.

(2) 如 $8 = 2 \times 4 \times 1, 15 = 4^2 - 1, 17 = 4^2 + 1$ 等. 满足这个规律的数组都是勾股数组.

※37. 如答图 40, 由于 $\angle 1 = \angle 6 + \angle 8 +$

$\angle 10, \angle 2 = \angle 6 + \angle 7 + \angle 9$. 又

因为 $\angle 1$ 是三角形的一个外角,

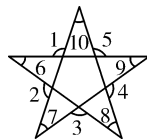
所以 $\angle 1 = \angle 6 + (180^\circ - \angle 2)$.

所以 $\angle 6 + \angle 8 + \angle 10 = \angle 6 +$

$180^\circ - (\angle 6 + \angle 7 + \angle 9)$, 所以 $\angle 6 + \angle 7 +$

$\angle 8 + \angle 9 + \angle 10 = 180^\circ$.

即五角星五个“角”的和是 180° .



答图 40