教材习题解答

第十六章　二次根式

16.1　二次根式

［教材课上思考答案］

思考(教材 P_2)

解:当 x 为一切实数时,$\sqrt{x^2}$ 都有意义;当 $x\geqslant0$ 时,$\sqrt{x^3}$ 才有意义.

［教材课后习题解答］

练习(教材 P_3)

1. 解:设长方形的长、宽分别为 $3x$ cm,$2x$ cm($x>0$).
   由题意可得 $2x\cdot3x=18$,所以 $x^2=3$.
   所以 $x=\sqrt{3}$(负值舍去).
   所以 $2x=2\sqrt{3}$,$3x=3\sqrt{3}$.
   答:长方形的长、宽应分别为 $3\sqrt{3}$ cm,$2\sqrt{3}$ cm.
2. 解:(1)由 $a-1\geqslant0$,得 $a\geqslant1$.
   所以当 $a\geqslant1$ 时,代数式 $\sqrt{a-1}$ 在实数范围内有意义.
   (2)由 $2a+3\geqslant0$,得 $a\geqslant-\frac{3}{2}$.
   所以当 $a\geqslant-\frac{3}{2}$ 时,代数式 $\sqrt{2a+3}$ 在实数范围内有意义.
   (3)由 $-a\geqslant0$,得 $a\leqslant0$ 时. 所以当 $a\leqslant0$ 时,代数式 $\sqrt{-a}$ 在实数范围内有意义.
   (4)由 $5-a\geqslant0$,得 $a\leqslant5$. 所以当 $a\leqslant5$ 时,代数式 $\sqrt{5-a}$ 在实数范围内有意义.

练习(教材 P_4)

1. 解:(1)$(\sqrt{3})^2=3$. (2)$(3\sqrt{2})^2=3^2\times(\sqrt{2})^2=18$.
2. 解:(1) $\sqrt{0.3^2}=0.3$. (2)$\sqrt{\left(-\frac{1}{7}\right)^2}=\frac{1}{7}$.
   (3) $-\sqrt{(-\pi)^2}=-\pi$. (4) $\sqrt{10^{-2}}=\frac{1}{10}$.

习题 16.1(教材 P_5)

1. 解:(1)由 $a+2\geqslant0$,得 $a\geqslant-2$. 当 $a\geqslant-2$ 时,$\sqrt{a+2}$ 在实数范围内有意义.
   (2)由 $3-a\geqslant0$,得 $a\leqslant3$. 当 $a\leqslant3$ 时,$\sqrt{3-a}$ 在实数范围内有意义.
   (3)由 $5a\geqslant0$,得 $a\geqslant0$. 当 $a\geqslant0$ 时,$\sqrt{5a}$ 在实数范围内有意义.
   (4)由 $2a+1\geqslant0$,得 $a\geqslant-\frac{1}{2}$. 当 $a\geqslant-\frac{1}{2}$ 时,$\sqrt{2a+1}$ 在实数范围内有意义.
2. 解:(1)5. (2)0.2. (3)$\frac{2}{7}$. (4)125. (5)10. (6)14.
   (7)$\frac{2}{3}$. (8)$-\frac{2}{5}$.
3. 解(1)由 $S=\pi r^2$,得 $r=\sqrt{\frac{S}{\pi}}$.
   (2)设长方形两邻边长分别为 $2x$,$3x$,
   由题意得 $2x\cdot3x=S$,所以 $x=\sqrt{\frac{S}{6}}$.
   所以长方形的宽和长分别为 $2\sqrt{\frac{S}{6}}$,$3\sqrt{\frac{S}{6}}$.
4. 解:(1)$9=(\sqrt{9})^2=3^2$. (2)$5=(\sqrt{5})^2$.
   (3)$2.5=\left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2$. (4)$0.25=\left(\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2$.
   (5)$\frac{1}{2}=\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$. (6)$0=(\sqrt{0})^2$.
5. 解:由题意得 $\pi r^2=\pi\times2^2+\pi\times3^2$,所以 $r^2=13$,所以 $r=\sqrt{13}$(负值舍去).
6. 解:设 AB 边长为 x,则 AB 边上的高为 $4x$.
   由题意得 $\frac{1}{2}\cdot x\cdot4x=12$.
   所以 $x=\sqrt{6}$. 所以 AB 的长为 $\sqrt{6}$.
7. 解:(1)当 x 为一切实数时,$\sqrt{x^2+1}$ 有意义.
   (2)当 x 为一切实数时,$(x-1)^2\geqslant0$ 恒成立,$\sqrt{(x-1)^2}$ 都有意义.
   (3)当 $\frac{1}{x}>0$,即 $x>0$ 时,$\sqrt{\frac{1}{x}}$ 有意义.
   (4)当 $x+1>0$ 时,即 $x>-1$ 时,$\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ 有意义.
8. 解:设 $h=at^2(a\neq0)$,由题意得 $20=a\cdot2^2$.
   所以 $a=5$. 所以 $h=5t^2$.
   当 $h=10$ 时,$t=\sqrt{2}$(负值舍去).
   当 $h=25$ 时,$t=\sqrt{5}$(负值舍去).
   答:当 $h=10$ 时,小球落地用 $\sqrt{2}$ s;当 $h=25$ 时,小球落地用 $\sqrt{5}$ s.
9. 解:(1)由题意知 $18-n\geqslant0$,所以 $n\leqslant18$.
   又因为 $\sqrt{18-n}$ 是整数且 n 是自然数,
   所以 $18-n=0,1,4,9,16$,所以 $n=18,17,14,9,2$.
   (2) $\sqrt{24n}=\sqrt{4\times6n}$.
   因为 $\sqrt{24n}$ 是整数,
   所以 $6n$ 是完全平方数,所以正整数 n 的最小值为 6.
10. 解:根据题意,得 $\pi r^2\cdot10=V$.
    所以 $r=\sqrt{\frac{V}{10\pi}}$(负值舍去).

当 $V=5\pi$ 时，$r=\frac{\sqrt{2}}{2}$. 当 $V=10\pi$ 时，$r=1$.

当 $V=20\pi$ 时，$r=\sqrt{2}$.

16.2　二次根式的乘除

［教材课上思考答案］

探究（教材 P_6）

(1)6　6　(2)20　20　(3)30　30　规律：$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}(a\geqslant0,b\geqslant0)$.

探究（教材 P_8）

(1)$\frac{2}{3}$　$\frac{2}{3}$　(2)$\frac{4}{5}$　$\frac{4}{5}$　(3)$\frac{6}{7}$　$\frac{6}{7}$　规律：$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}(a\geqslant0,b>0)$.

［教材课后习题解答］

练习（教材 P_7）

1. 解：(1)$\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{2\times5}=\sqrt{10}$.

(2)$\sqrt{3}\times\sqrt{12}=\sqrt{36}=6$.

(3)$2\sqrt{6}\times\sqrt{\frac{1}{2}}=2\sqrt{6\times\frac{1}{2}}=2\sqrt{3}$.

(4)$\sqrt{288}\times\sqrt{\frac{1}{72}}=\sqrt{288\times\frac{1}{72}}=\sqrt{4}=2$.

2. 解：(1)$\sqrt{49\times121}=\sqrt{49}\times\sqrt{121}=7\times11=77$.

(2)$\sqrt{225}=\sqrt{15^2}=15$.

(3)$\sqrt{4y}=2\sqrt{y}$.

(4)$\sqrt{16ab^2c^3}=\sqrt{16b^2c^2}\cdot\sqrt{ac}=|4bc|\sqrt{ac}$.

3. 解：$S=\sqrt{10}\times2\sqrt{2}=2\sqrt{20}=4\sqrt{5}$.

答：这个长方形的面积为 $4\sqrt{5}$.

练习（教材 P_{10}）

1. 解：(1)$\sqrt{18}\div\sqrt{2}=\sqrt{9}=3$.

(2)$\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{72}{6}}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$.

(3)$\sqrt{2a}\div\sqrt{6a}=\sqrt{\frac{2a}{6a}}=\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(4)$\sqrt{\frac{b}{5}}\div\sqrt{\frac{b}{20a^2}}=\sqrt{\frac{b}{5}}\cdot\sqrt{\frac{20a^2}{b}}=\sqrt{4a^2}=\begin{cases}2a,a>0,\\-2a,a<0.\end{cases}$

2. 解：(1)$\sqrt{32}=\sqrt{16}\times\sqrt{2}=4\sqrt{2}$.

(2)$\sqrt{40}=\sqrt{4}\times\sqrt{10}=2\sqrt{10}$.

(3)$\sqrt{1.5}=\sqrt{\frac{6}{4}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

(4)$\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2}{3}\sqrt{3}$.

3. 解：因为 $S=ab$，所以 $a=\frac{S}{b}=\frac{16}{\sqrt{10}}=\frac{16\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=\frac{16\times\sqrt{10}}{10}=\frac{8}{5}\sqrt{10}$.

习题 16.2（教材 P_{10}）

1. 解：(1)$\sqrt{24}\times\sqrt{27}=\sqrt{648}=18\sqrt{2}$.

(2)$\sqrt{6}\times(-\sqrt{15})=-\sqrt{90}=-3\sqrt{10}$.

(3)$\sqrt{18}\times\sqrt{20}\times\sqrt{75}=\sqrt{18\times20\times75}=\sqrt{27\ 000}=30\sqrt{30}$.

(4)$\sqrt{3^2\times4^3\times5}=3\times8\times\sqrt{5}=24\sqrt{5}$.

2. 解：(1)$\sqrt{18}\div\sqrt{8}=\sqrt{\frac{18}{8}}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$.

(2)$\frac{4\sqrt{15}}{2\sqrt{5}}=2\sqrt{\frac{15}{5}}=2\sqrt{3}$.

(3)$\sqrt{1\frac{2}{3}}\div\sqrt{\frac{5}{6}}=\sqrt{\frac{5}{3}\times\frac{6}{5}}=\sqrt{2}$.

(4)$\frac{2\sqrt{x^2y}}{3\sqrt{xy}}=\frac{2}{3}\cdot\sqrt{\frac{x^2y}{xy}}=\frac{2\sqrt{x}}{3}$.

3. 解：(1)$\sqrt{4\times49}=2\times7=14$.

(2)$\sqrt{300}=\sqrt{10^2\times3}=10\sqrt{3}$.

(3)$\sqrt{\frac{9}{49}}=\frac{3}{7}$.

(4)$\sqrt{\frac{a^2b}{4c^2}}=\frac{|a|\sqrt{b}}{2|c|}$.

4. 解：(1)$\frac{\sqrt{12}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

(2)$\frac{3}{\sqrt{6}}=\frac{3\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

(3)$\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{40}}=\frac{\sqrt{2}}{3\times2\sqrt{10}}=\frac{1}{6}\times\sqrt{\frac{2}{10}}=\frac{1}{6}\times\sqrt{\frac{1}{5}}=\frac{\sqrt{5}}{30}$.

(4)$\frac{5n}{3\sqrt{n}}=\frac{5n\times\sqrt{n}}{3n}=\frac{5}{3}\sqrt{n}$.

(5)$\frac{2xy}{\sqrt{2x}}=\frac{2xy\cdot\sqrt{2x}}{2x}=y\sqrt{2x}$.

(6)$\frac{-\sqrt{45y^2}}{3\sqrt{5y}}=-\frac{1}{3}\cdot\sqrt{9y}=-\sqrt{y}$.

5. 解：(1)将 $a=1,b=10,c=-15$ 代入原代数式，得 $\frac{-10+\sqrt{10^2-4\times1\times(-15)}}{2\times1}=\frac{-10+\sqrt{160}}{2}=\frac{-10+4\sqrt{10}}{2}=-5+2\sqrt{10}$.

(2)将 $a=2,b=-8,c=5$ 代入原代数式，得 $\frac{-(-8)+\sqrt{(-8)^2-4\times2\times5}}{2\times2}=\frac{8+\sqrt{24}}{4}=\frac{8+2\sqrt{6}}{4}=2+\frac{\sqrt{6}}{2}$.

6. 解：(1)$S=ab=\sqrt{8}\times\sqrt{12}=4\sqrt{6}$.

(2) $S=ab=2\sqrt{50}\times3\sqrt{32}=240$.

7. 解:(1) $S=a^2$,所以 $a^2=50$,

所以 $a=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$(cm).

(2)因为 $a^2=242$,所以 $a=\sqrt{242}=11\sqrt{2}$(cm).

8. 解:(1) $\sqrt{0.4}\times\sqrt{3.6}=\sqrt{1.44}=1.2$.

(2) $\sqrt{\frac{2}{3}}\times\sqrt{\frac{27}{8}}=\sqrt{\frac{2}{3}\times\frac{27}{8}}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$.

(3) $\frac{\sqrt{8}}{3\sqrt{40}}\times\sqrt{5}=\frac{\sqrt{8}}{3\sqrt{8}\times\sqrt{5}}\times\sqrt{5}=\frac{1}{3}$.

(4) $\sqrt{27}\times\sqrt{50}\div\sqrt{6}=3\sqrt{3}\times5\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{6}}{6}=15$.

9. 解:因为 $\sqrt{2}\approx1.414$,所以 $\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\sqrt{2}\approx0.707$, $\sqrt{8}=2\sqrt{2}\approx2.828$.

10. 解:由 $S=ab$,得 $b=\frac{S}{a}=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{15}}=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}=\frac{4}{\sqrt{5}}=\frac{4}{5}\sqrt{5}$.

11. 解:由 $V=hS$,得 $S=\frac{V}{h}=\frac{4\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{2}{3}\sqrt{6}$.

12. 解:设截去的较大正方形边长为 a cm,截去的较小的正方形边长为 b cm.

根据题意,得 $a^2=24$, $b^2=15$.

所以 $a=2\sqrt{6}$, $b=\sqrt{15}$,

所以留下部分的面积为 $2\sqrt{6}\times\sqrt{15}+\sqrt{15}\times2\sqrt{6}=12\sqrt{10}$($\text{cm}^2$).

答:留下部分的面积为 $12\sqrt{10}$ cm^2.

13. 略.

16.3 二次根式的加减

[教材课上思考答案]

问题(教材 P_{13})

1. 二次根式的加减与整式的加减相同的地方:合并时都是计算系数,计算的方法相同;二次根式的加减与整式的加减不同的地方:二次根式合并的是化成最简二次根式后被开方数相同的二次根式,整式合并的是同类项.

2. 不能. 因为 $\sqrt{3}$ 与 $\sqrt{5}$ 虽是最简二次根式但被开方数不相同,所以它们不能合并.

[教材课后习题解答]

练习(教材 P_{13})

1. 解:(1)不正确. 因为 $\sqrt{8}-\sqrt{3}=2\sqrt{2}-\sqrt{3}$,而 $\sqrt{8-3}=\sqrt{5}$, $2\sqrt{2}-\sqrt{3}\neq\sqrt{5}$,所以原式不成立.

(2)不正确. 因为 $\sqrt{4}+\sqrt{9}=2+3=5$, $\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$, $\sqrt{13}<5$,所以原式不成立.

(3)正确.

2. 解:(1) $2\sqrt{7}-6\sqrt{7}=(2-6)\sqrt{7}=-4\sqrt{7}$.

(2) $\sqrt{80}-\sqrt{20}+\sqrt{5}=4\sqrt{5}-2\sqrt{5}+\sqrt{5}=(4-2+1)\sqrt{5}=3\sqrt{5}$.

(3) $\sqrt{18}+(\sqrt{98}-\sqrt{27})=3\sqrt{2}+(7\sqrt{2}-3\sqrt{3})=10\sqrt{2}-3\sqrt{3}$.

(4) $(\sqrt{24}+\sqrt{0.5})-\left(\sqrt{\frac{1}{8}}-\sqrt{6}\right)=\left(2\sqrt{6}+\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)-\left(\frac{1}{4}\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)=2\sqrt{6}+\frac{1}{2}\sqrt{2}-\frac{1}{4}\sqrt{2}+\sqrt{6}=3\sqrt{6}+\frac{\sqrt{2}}{4}$.

3. 解:设小圆的半径为 r cm,则大圆的半径为 $(d+r)$ cm,

由题意可得 $\begin{cases}\pi r^2=12.56,\\ \pi(r+d)^2=25.12.\end{cases}$

所以 $r=2$(负值舍去), $r+d=2\sqrt{2}$(负值舍去).

所以 $d=2\sqrt{2}-2\approx0.83$(cm).

答:圆环的宽度 d 约为 0.83 cm.

练习(教材 P_{14})

1. 解:(1) $\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{5})=\sqrt{6}+\sqrt{10}$.

(2) $(\sqrt{80}+\sqrt{40})\div\sqrt{5}=\sqrt{16}+\sqrt{8}=4+2\sqrt{2}$.

(3) $(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}+2)=5+2\sqrt{5}+3\sqrt{5}+6=11+5\sqrt{5}$.

(4) $(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})=(\sqrt{6})^2-(\sqrt{2})^2=6-2=4$.

2. 解:(1) $(4+\sqrt{7})(4-\sqrt{7})=4^2-(\sqrt{7})^2=16-7=9$.

(2) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2=a-b$.

(3) $(\sqrt{3}+2)^2=3+4\sqrt{3}+4=7+4\sqrt{3}$.

(4) $(2\sqrt{5}-\sqrt{2})^2=(2\sqrt{5})^2-2\times2\sqrt{5}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2=22-4\sqrt{10}$.

习题 16.3(教材 P_{15})

1. 解:(1)不正确. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ 的被开方数不相同,不可合并.

(2)不正确. 因为 2 是有理数, $\sqrt{2}$ 是无理数,不能合并.

(3)不正确. 因为漏掉了带根号部分,并且系数应该相减, $3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$.

(4)不正确. 因为 $\frac{\sqrt{18}-\sqrt{8}}{2}=\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

2. 解:(1) $2\sqrt{12}+\sqrt{27}=4\sqrt{3}+3\sqrt{3}=7\sqrt{3}$.

(2) $\sqrt{18}-\sqrt{\frac{9}{2}}=3\sqrt{2}-\frac{3}{2}\sqrt{2}=\frac{3}{2}\sqrt{2}$.

(3) $\frac{2}{3}\sqrt{9x}+6\sqrt{\frac{x}{4}}=2\sqrt{x}+3\sqrt{x}=5\sqrt{x}$.

(4) $a^2\sqrt{8a}+3a\sqrt{50a^3}=2a^2\sqrt{2a}+15a^2\sqrt{2a}=17a^2\sqrt{2a}$.

3. 解:(1) $\sqrt{18}-\sqrt{32}+\sqrt{2}=3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+\sqrt{2}=0$.

(2) $\sqrt{75}-\sqrt{54}+\sqrt{96}-\sqrt{108}=5\sqrt{3}-3\sqrt{6}+4\sqrt{6}-6\sqrt{3}=\sqrt{6}-\sqrt{3}$.

(3) $(\sqrt{45}+\sqrt{18})-(\sqrt{8}-\sqrt{125})=3\sqrt{5}+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+5\sqrt{5}=8\sqrt{5}+\sqrt{2}$.

(4) $\frac{1}{2}(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\frac{3}{4}(\sqrt{2}+\sqrt{27})=\frac{1}{2}\sqrt{2}+\frac{1}{2}\sqrt{3}-$

$\frac{3}{4}\sqrt{2}-\frac{9}{4}\sqrt{3}=-\frac{7}{4}\sqrt{3}-\frac{1}{4}\sqrt{2}$.

4. 解：(1) $(\sqrt{12}+5\sqrt{8})\sqrt{3}=\sqrt{36}+5\sqrt{24}=6+10\sqrt{6}$.

(2) $(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})=(2\sqrt{3})^2-(3\sqrt{2})^2=12-18=-6$.

(3) $(5\sqrt{3}+2\sqrt{5})^2=(5\sqrt{3})^2+(2\sqrt{5})^2+2\times5\sqrt{3}\times2\sqrt{5}=95+20\sqrt{15}$.

(4) $\left(\sqrt{48}+\frac{1}{4}\sqrt{6}\right)\div\sqrt{27}=\sqrt{\frac{48}{27}}+\frac{\sqrt{6}}{4\sqrt{27}}=\frac{4}{3}+\frac{\sqrt{2}}{12}$.

5. 解：$5\sqrt{\frac{1}{5}}-\frac{5}{4}\sqrt{\frac{4}{5}}+\sqrt{45}=\sqrt{5}-\frac{1}{2}\sqrt{5}+3\sqrt{5}=\frac{7}{2}\sqrt{5}\approx7.83$.

6. 解：(1) $x^2+2xy+y^2=(x+y)^2=(\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1)^2=12$.

(2) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=(\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1-\sqrt{3}+1)=4\sqrt{3}$.

7. 解：设 AB 边上的高为 x，则 AB 的长为 $2x$，

根据题意，得 $\frac{1}{2}\cdot a\cdot a=\frac{1}{2}\cdot x\cdot 2x$，解得 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

$\therefore 2x=\sqrt{2}a$.

答：AB 长为 $\sqrt{2}a$.

8. 解：因为 $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=a^2+\frac{1}{a^2}-2=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4=(\sqrt{10})^2-4=6$，所以 $a-\frac{1}{a}=\pm\sqrt{6}$.

9. 解：(1)因为 $2x^2-6=0$，所以 $x^2=3$，

所以 $x=\pm\sqrt{3}$，故选 $\sqrt{3}$，$-\sqrt{3}$.

(2)因为 $2(x+5)^2=24$，所以 $(x+5)^2=12$，

所以 $x+5=\pm2\sqrt{3}$，所以 $x=\pm2\sqrt{3}-5$，

故选 $-5+2\sqrt{3}$，$-5-2\sqrt{3}$.

阅读与思考（教材 P_{16}）

解：因为在 $\triangle ABC$ 中，$BC=4$，$AC=5$，$AB=6$，

所以 $p=\frac{1}{2}(4+5+6)=\frac{15}{2}$，$p-a=\frac{15}{2}-4=\frac{7}{2}$，

$p-b=\frac{15}{2}-5=\frac{5}{2}$，$p-c=\frac{15}{2}-6=\frac{3}{2}$.

所以 $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\sqrt{\frac{15}{2}\times\frac{7}{2}\times\frac{5}{2}\times\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{3^2\times5^2\times7}{4^2}}=\frac{15}{4}\sqrt{7}$.

即 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{15}{4}\sqrt{7}$.

复习题 16（教材 P_{19}）

1. 解：(1)当 $x\geqslant-3$ 时，$\sqrt{3+x}$ 在实数范围内有意义.

(2)当 $x>\frac{1}{2}$ 时，$\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$ 在实数范围内有意义.

(3)当 $x<\frac{2}{3}$ 时，$\sqrt{\frac{1}{2-3x}}$ 在实数范围内有意义.

(4)当 $x\neq1$ 时，$\sqrt{\frac{1}{(x-1)^2}}$ 在实数范围内有意义.

2. 解：(1) $\sqrt{500}=10\sqrt{5}$. (2) $\sqrt{12x}=2\sqrt{3x}$.

(3) $\sqrt{4\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{14}{3}}=\frac{\sqrt{42}}{3}$. (4) $\sqrt{\frac{2}{3a^2}}=\sqrt{\frac{6}{9a^2}}=\frac{\sqrt{6}}{3|a|}$.

(5) $\sqrt{2x^2y^3}=\sqrt{2x^2y^2\cdot y}=|x|\cdot y\sqrt{2y}=y|x|\cdot\sqrt{2y}$.

(6) $\sqrt{\frac{5a^5}{6}}=\frac{\sqrt{30a}}{6}\cdot a^2=\frac{a^2}{6}\sqrt{30a}$.

3. 解：(1) $\left(\sqrt{24}-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)-\left(\sqrt{\frac{1}{8}}+\sqrt{6}\right)=\left(2\sqrt{6}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-\left(\frac{\sqrt{2}}{4}+\sqrt{6}\right)=\sqrt{6}-\frac{3}{4}\sqrt{2}$.

(2) $2\sqrt{12}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\div5\sqrt{2}=3\div5\sqrt{2}=\frac{3}{10}\sqrt{2}$.

(3) $(2\sqrt{3}+\sqrt{6})(2\sqrt{3}-\sqrt{6})=(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{6})^2=12-6=6$.

(4) $(2\sqrt{48}-3\sqrt{27})\div\sqrt{6}=(8\sqrt{3}-9\sqrt{3})\div\sqrt{6}=-\sqrt{3}\div\sqrt{6}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(5) $(2\sqrt{2}+3\sqrt{3})^2=(2\sqrt{2})^2+2\times2\sqrt{2}\times3\sqrt{3}+(3\sqrt{3})^2=8+12\sqrt{6}+27=35+12\sqrt{6}$.

(6) $\left(\frac{3}{2}\sqrt{1\frac{2}{3}}-\sqrt{1\frac{1}{4}}\right)^2=\left(\frac{3}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2-2\times\frac{3}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}\times\sqrt{\frac{5}{4}}+\left(\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2=\frac{9}{4}\times\frac{5}{3}-\frac{5}{2}\sqrt{3}+\frac{5}{4}=5-\frac{5}{2}\sqrt{3}$.

4. 解：由题意可得 $a^2=96\times12$，

所以 $a=\sqrt{96}\times\sqrt{12}=4\sqrt{6}\times2\sqrt{3}=24\sqrt{2}$(cm).

答：a 的值为 $24\sqrt{2}$.

5. 解：因为 $x=\sqrt{5}-1$，所以 $x^2+5x-6=(\sqrt{5}-1)^2+5(\sqrt{5}-1)-6=6-2\sqrt{5}+5\sqrt{5}-5-6=-5+3\sqrt{5}$.

6. 解：因为 $x=2-\sqrt{3}$，所以 $(7+4\sqrt{3})x^2+(2+\sqrt{3})x+\sqrt{3}=(7+4\sqrt{3})(2-\sqrt{3})^2+(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})+\sqrt{3}=(7+4\sqrt{3})\times(7-4\sqrt{3})+4-3+\sqrt{3}=49-48+1+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}$.

7. 解：因为 $Q=I^2Rt$，且 $R=5$，$t=1$，$Q=30$，

所以 $30=I^2\times5\times1$，所以 $I=\sqrt{6}\approx2.45$(安培).

答：电流 I 的值约为 2.45 安培.

8. 解：因为 $\sqrt{189n}=3\sqrt{21n}$，所以 $21n$ 是完全平方数，所以 n 的最小值为 21.

9. 解：(1)略.

(2) $OA=r$，由题意可得

$\pi\cdot OD^2=\frac{1}{4}\pi r^2$，所以 $OD=\frac{1}{2}r$(负值舍去).

$\pi \cdot OC^2 = \frac{1}{2}\pi r^2$，所以 $OC = \frac{\sqrt{2}}{2}r$（负值舍去）.

$\pi \cdot OB^2 = \frac{3}{4}\pi r^2$，所以 $OB = \frac{\sqrt{3}}{2}r$（负值舍去）.

答：三个圆的半径 OB、OC、OD 的长为$\frac{\sqrt{3}}{2}r$，$\frac{\sqrt{2}}{2}r$，$\frac{1}{2}r$.

10. 略.

第十七章　勾股定理

17.1　勾股定理

[教材课上思考答案]

探究（教材 P_{23}）

$S_A = 4$，$S_B = 9$，$S_C = 5^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 13$，

$S_{A'} = 9$，$S_{B'} = 25$，$S_{C'} = 8^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = 34$.

得出结论是 $S_A + S_B = S_C$，$S_{A'} + S_{B'} = S_{C'}$.

也就是说，一般直角三角形也具备这个性质：斜边的平方等于两直角边的平方和.

[教材课后习题解答]

练习（教材 P_{24}）

1. 解：(1) $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.

(2) $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$.

(3) $a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20$.

2. 解：设图中未标记的大正方形为 M，小正方形为 N.

由正方形 A 的边长为 12，正方形 B 的边长为 16，

则正方形 M 的边长为 20.

同理，由正方形 C，D 的边长可得正方形 N 的边长为 15.

由正方形 M，N 的边长可得正方形 E 的边长为 25.

故正方形 E 的面积为 $25^2 = 625$.

练习（教材 P_{26}）

1. 解：由题意得，在 Rt△BAC 中，

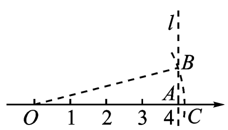
$AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{60^2 - 20^2} \approx 57$（m）.

答：A，B 两点间的距离约为 57 m.

2. 解：$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$.

练习（教材 P_{27}）

1. 解：如答图 1 所示，在数轴上找到点 A，使 $OA = 4$，作直线 l 垂直于 OA，在 l 上取点 B，使 $AB = 1$，以原点 O 为圆心，以 OB 为半径作弧，弧与数轴的交点 C 即为表示 $\sqrt{17}$的点.



答图 1

2. 解：(1) 因为在等边三角形 ABC 中，$AD \perp BC$，所以 $AB = BC = CA = 6$，

$BD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$.

在 Rt△ABD 中，$AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$.

所以高 AD 的长为 $3\sqrt{3}$.

(2) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$.

所以这个三角形的面积为 $9\sqrt{3}$.

习题 17.1（教材 P_{28}）

1. 解：(1) $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$.

(2) $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$.

(3) $a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{10^2 - 9^2} = \sqrt{19}$.

2. 解：由题意得，木杆折断部分长为 $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$（m），所以木杆折断之前有 $5 + 3 = 8$（m）.

3. 解：由题意得，在 Rt△AOB 中，

$AB = \sqrt{AO^2 + OB^2} = \sqrt{2.4^2 + 0.7^2} = 2.5$.

4. 解：由图可知，$AC = 40 - 21 = 19$，$BC = 60 - 21 = 39$.

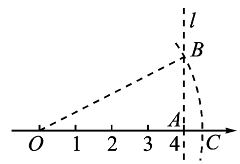
在 Rt△ACB 中，$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{19^2 + 39^2} \approx 43.4$（mm）.

所以两孔中心的距离约为 43.4 mm.

5. 解：由题意得，$AB = \sqrt{7^2 - 5^2} = 2\sqrt{6} \approx 4.9$（m）.

所以地面钢缆固定点 A 到电线杆底部 B 的距离约为 4.9 m.

6. 解：如答图 2 所示，在数轴上找到点 A，使 $OA = 4$，作直线 l 垂直于 OA，在 l 上取点 B，使 $AB = 2$，以原点 O 为圆心，以 OB 为半径作弧，弧与数轴的交点 C 即为表示 $\sqrt{20}$的点.



答图 2

7. 解：(1) 在△ABC 中，$\angle C = 90°$，$\angle A = 30°$，

所以 $BC = \frac{1}{2}c$，

$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{c^2 - \left(\frac{1}{2}c\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}c^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}c$.

(2) 在△ABC 中，$\angle C = 90°$，$\angle A = 45°$，

所以 $\angle B = 90° - \angle A = 45°$.

所以 $AC = BC = \frac{\sqrt{2}}{2}c$.

8. 解：(1) 在△ABC 中，$\angle C = 90°$，

所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2} \times 2.1 \times 2.8 = 2.94$；

(2) $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{2.1^2 + 2.8^2} = 3.5$；

(3) 因为 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}AB \cdot CD$，

所以 $CD = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{2.1 \times 2.8}{3.5} = 1.68$.

9. 解：$l = \sqrt{88^2 - \left(\frac{64}{2}\right)^2} \approx 82$（mm）.

10. 略.

11. 解：因为 $\angle C = 90°$，$\angle A = 30°$，所以 $BC = \frac{1}{2}AB$.

因为 $AB^2=AC^2+BC^2$，$AC=2$，

所以 $BC=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，$AB=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

12. 略.

13. 解：在等腰 Rt$\triangle ACD$ 中，$AC=CD$，$AC^2+CD^2=AD^2$.

因为 $CB\perp AD$，所以 B 为 AD 中点，

且 $AB=BC=BD=\frac{1}{2}AD$.

所以 $S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}BC\cdot AD=\frac{1}{2}AB\cdot 2AB=AB^2$.

因为 $S_{AGCE}=\frac{1}{2}\pi\left(\frac{AC}{2}\right)^2-\left(\frac{\pi AB^2}{4}-\frac{1}{2}AB\cdot AB\right)$，

$S_{DHCF}=\frac{1}{2}\pi\left(\frac{CD}{2}\right)^2-\left(\frac{\pi AB^2}{4}-\frac{1}{2}AB\cdot AB\right)$.

所以 $S_{AGCE}+S_{DHCF}=\frac{\pi AC^2}{8}-\frac{\pi AB^2}{4}+\frac{1}{2}AB\cdot AB+\frac{\pi CD^2}{8}-\frac{\pi AB^2}{4}+\frac{1}{2}AB\cdot AB=\frac{\pi AD^2}{8}-\frac{\pi}{2}AB^2+AB^2=AB^2$.

所以 $S_{AGCE}+S_{DHCF}=S_{\triangle ACD}$.

14. 解：连接 BD.

$\because$ $\triangle ACB$ 和 $\triangle ECD$ 都是等腰直角三角形，

$\therefore$ $EC=CD$，$AC=BC$，$\angle ECD=\angle ACB=90°$.

$\because$ $\angle ECA+\angle ACD=90°$，$\angle ACD+\angle DCB=90°$.

$\therefore$ $\angle ACE=\angle DCB$.

在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle BCD$ 中，$\begin{cases}CE=CD,\\ \angle ECA=\angle DCB,\\ AC=BC,\end{cases}$

$\therefore$ $\triangle ACE\cong\triangle BCD$.

$\therefore$ $AE=BD$，$\angle BDC=\angle E=45°$.

$\because$ $\angle EDC=45°$，$\therefore$ $\angle ADB=\angle ADC+\angle CDB=90°$.

在 Rt$\triangle ADB$ 中，$AD^2+BD^2=AB^2$.

在 Rt$\triangle ACB$ 中，$AB^2=AC^2+BC^2$.

$\therefore$ $AD^2+BD^2=AC^2+BC^2=2AC^2$.

$\therefore$ $AE^2+AD^2=2AC^2$.

17.2 勾股定理的逆定理

[教材课上思考答案]

问题（教材 P_{31}）

命题 1 的题设是：一个直角三角形的两直角边长分别为 a，b，斜边长为 c，其结论是：$a^2+b^2=c^2$；命题 2 的题设是：一个三角形的三边长 a，b，c 满足 $a^2+b^2=c^2$，其结论是：这个三角形是直角三角形.

[教材课后习题解答]

练习（教材 P_{33}）

1. 解：这三条线段组成的三角形是直角三角形.

因为 a，b，c 满足 $a^2=c^2-b^2$，所以 $c^2=a^2+b^2$，

所以 a，b，c 三边组成以 a，b 为直角边长，c 为斜边长的直角三角形.

2. 解：(1) 逆命题：内错角相等，两直线平行. 逆命题成立；

(2) 逆命题：如果两数的绝对值相等，那么这两数相等. 逆命题不成立；

(3) 逆命题：三角对应相等的两个三角形是全等三角形. 逆命题不成立；

(4) 逆命题：角平分线上的点到角两边的距离相等. 逆命题成立.

3. 解：因为 AB = 12，BC = 5，AC = 13，

所以 $AB^2+BC^2=12^2+5^2=13^2=AC^2$.

所以 A、B、C 三地组成直角三角形.

因为 A 地在 B 地的正东方向，所以 C 地在 B 地的正北方向.

习题 17.2（教材 P_{34}）

1. 解：(1) 因为 $a^2+b^2=7^2+24^2=25^2=c^2$，所以是直角三角形；

(2) 因为 $b^2+c^2=4^2+5^2=(\sqrt{41})^2=a^2$，所以是直角三角形；

(3) 因为 $c^2+b^2=\left(\frac{3}{4}\right)^2+1^2=\left(\frac{5}{4}\right)^2=a^2$，所以是直角三角形；

(4) 因为 $a^2+b^2=40^2+50^2\neq 60^2$，所以不是直角三角形.

2. 解：(1) 逆命题：两直线平行，同旁内角互补. 逆命题成立.

(2) 逆命题：如果两个角相等，那么它们是直角. 逆命题不成立.

(3) 逆命题：三边对应相等的两个三角形全等. 逆命题成立.

(4) 逆命题：如果两个实数的平方相等，那么这两个数相等. 逆命题不成立.

3. 小明向东走 80 m 后又向北走或向南走.

4. 解：因为 $BD=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 10=5$，

所以 $BD^2+AD^2=5^2+12^2=13^2=AB^2$.

所以 $\triangle ADB$ 为直角三角形，所以 $AD\perp BC$.

又因为 $BD=CD$，所以 $AC=AB=13$.

5. 解：在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$AB=3$，$BC=4$，

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot BC=6$.

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

在 $\triangle ACD$ 中，$CD=12$，$AD=13$，

所以 $AD^2-CD^2=13^2-12^2=5^2=AC^2$.

所以 $\triangle ACD$ 是直角三角形.

所以 $S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AC\cdot CD=30$.

所以 $S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}=6+30=36$.

6. 解：在正方形 $ABCD$ 中，$AB=BC=CD$，

$\angle B=\angle C=90°$.

$\because$ E 是 BC 中点，$\therefore$ $BE=CE=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}AB$.

$\because CF=\frac{1}{4}CD, \therefore CF=\frac{1}{4}BC=\frac{1}{4}\cdot 2CE=\frac{1}{2}CE.$

$\therefore \frac{AB}{BE}=\frac{CE}{CF}=2. \therefore \triangle ABE \backsim \triangle ECF. \therefore \angle BAE=\angle CEF.$

$\because \angle BAE+\angle BEA=90°, \therefore \angle CEF+\angle BEA=90°.$

$\therefore \angle AEF=90°.$

7. 解：$3k,4k,5k$（k 是正整数）也是一组勾股数.

因为 $(3k)^2+(4k)^2=9k^2+16k^2=25k^2=(5k)^2$，

所以 $3k,4k,5k$ 是一组勾股数.

ak,bk,ck（k 是正整数）也是一组勾股数.

因为 $(ak)^2+(bk)^2=(a^2+b^2)k^2$，

又因为 $a^2+b^2=c^2$，

所以 $(ak)^2+(bk)^2=c^2k^2=(ck)^2$.

所以 ak,bk,ck 也是一组勾股数.

复习题 17（教材 P_{38}）

1. 解：10 分后他们相距 $\sqrt{(30\times 10)^2+(20\times 10)^2}=100\sqrt{13}\approx 361$（米）.

2. 解：因为 AB 是圆 O 的直径，所以 O 为 AB 的中点.

因为 $SA=SB$，所以 $SO\perp AB$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle SOA$ 中，$SA=7\ \mathrm{cm}, AO=\frac{1}{2}AB=2\ \mathrm{cm}$.

所以 $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{7^2-2^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}(\mathrm{cm})$.

所以 $S_{\triangle SAB}=\frac{1}{2}AB\cdot SO=\frac{1}{2}\times 4\times 3\sqrt{5}=6\sqrt{5}(\mathrm{cm}^2)$.

3. 解：由题意得，$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{134^2-77^2}\approx 109.7(\mathrm{mm})$.

所以两孔中心的垂直距离约为 109.7mm.

4. 略.

5. 解：这个三角形是直角三角形.

设三边长分别为 $k,\sqrt{3}k,2k$.

因为 $k^2+(\sqrt{3}k)^2=4k^2=(2k)^2$，

所以这个三角形是直角三角形.

6. 解：(1) 逆命题：同位角相等，两直线平行. 逆命题成立；

(2)逆命题：如果两实数的积为正数，那么这两个实数是正数. 逆命题不成立；

(3)逆命题：锐角三角形是等边三角形. 逆命题不成立；

(4)逆命题：到线段两端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上. 逆命题成立.

7. 解：$c=\sqrt{(2\sqrt{3}+1)^2+(2\sqrt{3}-1)^2}=\sqrt{26}$.

8. 解：因为 AD 为 $\triangle ABC$ 的高，$AB=AC$，

所以 D 为 BC 中点. 所以 $BD=\frac{1}{2}BC$.

因为 $BC=AB, \angle ADB=90°, AD=h$，

所以 $AB^2=\frac{1}{4}AB^2+h^2$，得 $AB=\frac{2\sqrt{3}}{3}h$.

9. 解：(1) 由图可知 $BC=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}, AB=\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}$，

$CD=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}, DA=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$.

所以 $C_{四边形ABCD}=AB+BC+CD+DA=\sqrt{26}+2\sqrt{5}+\sqrt{5}+\sqrt{17}=3\sqrt{5}+\sqrt{17}+\sqrt{26}$，

$S_{四边形ABCD}=5^2-\frac{1}{2}\times 1\times 5-\frac{1}{2}\times 2\times 4-\frac{1}{2}\times 2\times 1-\frac{1}{2}\times 1\times 4-1^2=14.5$.

(2)是. 连接 BD. 所以 $BD=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

因为 $BC^2+CD^2=(2\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2=5^2$，

所以 $\triangle BCD$ 是以 BC,CD 为直角边，BD 为斜边的直角三角形.

所以 $\angle BCD$ 是直角.

10. 解：设折断处离地面的高度为 x 尺，则折断了 $(10-x)$ 尺.

由题意得 $3^2+x^2=(10-x)^2, x=4.55$.

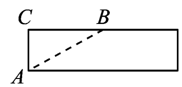
所以折断处离地面的高度为 4.55 尺.

11. 解：a,b,c 是勾股数.

因为 $a^2+b^2=4m^2+m^4-2m^2+1=m^4+2m^2+1=(m^2+1)^2=c^2$.

所以 a,b,c 是勾股数. 如 4,3,5 等.

12. 解：如答图 3 所示，最短路线是侧面展开图中 AB 的长.



答图 3

$BC=\frac{1}{2}\times 2\pi r=6\pi(\mathrm{cm}), AC=10\ \mathrm{cm}$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，由勾股定理得

$AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=\sqrt{36\pi^2+100}\approx 21.3(\mathrm{cm})$.

答：蚂蚁从 A 点爬到 B 点的最短路程约是 21.3 cm.

13. 70 cm 的木棒能放入长、宽、高分别为 50 cm，40 cm 和 30 cm 的长方体木箱中.

14. 解：在直角三角形中，斜边 $c=\sqrt{a^2+b^2}$.

$S_{\triangle}=\frac{1}{2}ab=\frac{1}{2}c\cdot h$，即 $ab=h\sqrt{a^2+b^2}$.

$a^2b^2=h^2(a^2+b^2)$.

两边同时除以 $a^2b^2h^2$，得 $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{h^2}$.

第十八章　平行四边形

18.1　平行四边形

［教材课上思考答案］

思考（教材 P_{45}）

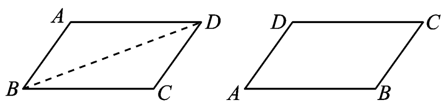
对边相等，或对角相等，或对角线互相平分的四边形是平行四边形. 即：平行四边形性质定理的逆命题成立.

问题（教材 P_{45}）

能根据平行四边形的定义来证明.

(1)两组对边分别相等的四边形是平行四边形.

已知：在四边形 $ABCD$ 中，$AD=BC$，$AB=CD$.
求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形.
证明：如答图 4(1) 所示，连接 BD，
由 $AD=BC$，$AB=CD$，$BD=DB$，可得 $\triangle ABD\cong\triangle CDB$，
得到 $\angle ABD=\angle CDB$，$\angle ADB=\angle CBD$，从而 $AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$.
由定义得到四边形 $ABCD$ 为平行四边形.
(2) 两组对角分别相等的四边形是平行四边形.
已知：如答图 4(2) 所示，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle C$，$\angle B=\angle D$.
求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形.
证明：$\because$ $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$，$\angle A=\angle C$，$\angle B=\angle D$，
$\therefore$ $\angle A+\angle B=180°$，$\angle C+\angle B=180°$.
$\therefore$ $AD\parallel BC$，$AB\parallel CD$，
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形.
(3) 对角线互相平分的四边形是平行四边形. 证明见教材 P_{45}.



(1) (2)

答图 4

问题（教材 P_{46}）

有. 证明如下：
因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形，
所以 $AB=CD$，$AB\parallel CD$，所以 $\angle BAE=\angle DCF$.
在 $\triangle BAE$ 和 $\triangle DCF$ 中，因为 $AB=CD$，$\angle BAE=\angle DCF$，$AE=CF$，
所以 $\triangle BAE\cong\triangle DCF$（SAS）所以 $BE=DF$.
同理可得 $BF=DE$，所以四边形 $BFDE$ 是平行四边形.

问题（教材 P_{46}）

共有 5 种判定平行四边形的方法.

问题（教材 P_{48}）

一个三角形有三条中位线，三角形的中位线和三角形的中线不一样. 三角形的中位线是连接两边中点的线段，而三角形的中线是连接三角形的一个顶点与其对边中点的线段.

[教材课后习题解答]

练习（教材 P_{43}）

1. 解：(1) 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形，
所以 $AB=CD=5$，$BC=AD=3$.
所以▱$ABCD$ 的周长 $=AB+BC+CD+DA=2(AB+BC)=2\times(5+3)=16$.
(2) $\angle B=142°$，$\angle C=38°$，$\angle D=142°$.
2. 解：线段 AD 和 BC 的长度相等.
因为纸条的对边平行，所以构成的四边形为平行四边形.
平行四边形的对应边相等.

练习（教材 P_{44}）

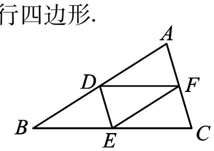
1. 解：因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形，
所以 $AD=BC=10$，$AO=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 8=4$，
$OD=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\times 14=7$.
所以 $\triangle AOD$ 的周长 $=AO+OD+DA=4+7+10=21$.
$\triangle DBC$ 的周长长，长 6.
2. 证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，
$\therefore$ $AB\parallel CD$，$OA=OC$. $\therefore$ $\angle EAO=\angle ACF$.
又 $\because$ $\angle EOA=\angle COF$，$\therefore$ $\triangle AOE\cong\triangle COF$.
$\therefore$ $OE=OF$.

练习（教材 P_{47}）

1. 解：图中互相平行的线段有 $AB\parallel CD\parallel EF$，$AD\parallel BC$，$DE\parallel CF$.
2. 证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，
$\therefore$ $OD=OB$，$OA=OC$.
$\because$ E，F 分别是 OA，OC 的中点，
$\therefore$ $OE=\frac{1}{2}OA$，$OF=\frac{1}{2}OC$. $\therefore$ $OE=OF$.
$\because$ $\angle DOC=\angle AOB$. $\therefore$ $\triangle DOF\cong\triangle BOE$（SAS）. $\therefore$ $BE=DF$.
3. 解：一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，平行四边形的两组对边平行.
4. 证明：在▱$ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AD=BC$.
$\because$ $AE\perp BD$，$CF\perp BD$，$\therefore$ $\angle AED=\angle CFB=\angle AEB=\angle DFC=90°$. $\therefore$ $AE\parallel CF$.
$\because$ $AD\parallel BC$，$\therefore$ $\angle ADB=\angle DBC$.
$\therefore$ $\triangle AED\cong\triangle CFB$（AAS）.
$\therefore$ $AE=CF$. $\therefore$ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形.

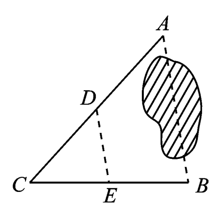
练习（教材 P_{49}）

1. 解：如答图 5 所示，在图中可画出 3 个平行四边形，理由略.



答图 5

2. 解：$AB\mathrel{\underline{\parallel}}CD$. 因为 $l_1\parallel l_2$，所以 $AD\parallel BC$.
因为 $AD=BC$，所以四边形 $ABCD$ 是平行四边形.
所以 $AB\mathrel{\underline{\parallel}}CD$.
3. 解：如答图 6 所示，分别取 CA，CB 的中点 D，E，连接 DE，并测量 DE 的长度，则可求得 $AB=2DE$.
因为 D，E 分别为 CA，CB 的中点，
所以 $AB=2DE$（三角形的中位线等于第三边的一半）.



答图 6

习题 18.1（教材 P_{49}）

1. 解：因为▱$ABCD$ 的周长 $=2(AB+BC)=\frac{16}{3}AB=\frac{16}{3}\times 6=32$，

所以 $BC=\dfrac{32}{2}-AB=16-6=10$.

所以 BC 的长是 10.

2. 解:光线与纸板左上方所成的 $\angle 2$ 是 $72°15'$.

因为两组对边分别平行的四边形是平行四边形,

又因为平行四边形的对角相等,

所以 $\angle 2=\angle 1=72°15'$.

3. 解:因为四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

所以 $CD=AB=11$, $OC=\dfrac{1}{2}AC$, $OD=\dfrac{1}{2}BD$.

又因为 $AC+BD=36$,所以 $OC+OD=\dfrac{1}{2}(AC+BD)=\dfrac{1}{2}\times 36=18$,

所以 $\triangle OCD$ 的周长 $=OC+OD+CD=18+11=29$.

4. 证明:$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,$\therefore AD /\!/ BC$.

$\because$ 点 E,F 分别在 BC,AD 上,$\therefore AF /\!/ CE$.

又$\because AF=CE$,$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

5. 证明:$\because$ 点 E,F,G,H 分别为 AO,BO,CO,DO 的中点,

$\therefore EF \underline{\underline{/\!/}} \dfrac{1}{2}AB$, $GH \underline{\underline{/\!/}} \dfrac{1}{2}CD$.

又$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

$\therefore AB \underline{\underline{/\!/}} CD$,$\therefore EF \underline{\underline{/\!/}} GH$,

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

6. 证明:$\because$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形,$\therefore AD \underline{\underline{/\!/}} EF$.

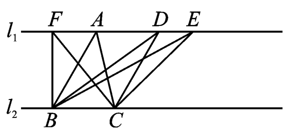
$\because$ 四边形 $EBCF$ 是平行四边形,

$\therefore EF \underline{\underline{/\!/}} BC$. $\therefore AD \underline{\underline{/\!/}} BC$.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

7. 解:$\triangle ABC$ 与 $\triangle DBC$ 的面积相等. 理由略.

如答图 7 所示,$\triangle EBC$,$\triangle FBC$ 都与 $\triangle ABC$ 的面积相等.



答图 7

8. 解:因为四边形 $OABC$ 是平行四边形,

所以 $BC=OA$, $BC /\!/ OA$.

因为 $A(a,0)$, $C(b,c)$,所以 $B(a+b,c)$.

9. 证明:(1)过 C 作 $CF /\!/ AD$,如答图 8 所示.

$\because AB /\!/ DC$,F 在 AB 上,$\therefore AF /\!/ CD$.

$\therefore$ 四边形 $AFCD$ 是平行四边形.

$\therefore AD=CF$. $\therefore \angle A=\angle CFB$.

$\because \angle A=\angle B$,$\therefore \angle B=\angle CFB$.

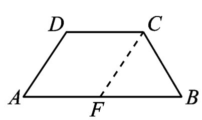
$\therefore CF=BC$,$\therefore AD=BC$.

(2)如答图 8 所示,四边形 $AFCD$ 是平行四边形.

$\therefore AD=CF=BC$. $\therefore \angle B=\angle CFB$.

$\because CF /\!/ AD$,$\therefore \angle CFB=\angle A$.

$\therefore \angle A=\angle B$.



答图 8

10. 解:因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

所以 $AD /\!/ BC$, $\angle A=\angle C$. 所以 $\angle AEB=\angle EBC$.

又因为 BE 平分 $\angle ABC$,

所以 $\angle ABE=\angle EBC=\dfrac{1}{2}\angle ABC=\dfrac{1}{2}\times 70°=35°$.

因为 $DF /\!/ BE$,所以 $\angle EBC=\angle DFC$,

所以 $\angle ABE=\angle DFC$.

所以在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,$\angle 1=\angle AEB=\angle EBC=35°$.

11. 解:$\angle ABC=\angle B'$, $AB'=AC'$.

因为 $AB /\!/ A'B'$, $BC /\!/ B'C'$. C 在 $A'B'$ 上,A 在 $B'C'$ 上,

所以 $AB' /\!/ BC$, $AB /\!/ B'C$.

所以四边形 $ABCB'$ 是平行四边形.

同理四边形 $ACBC'$ 也是平行四边形.

在 $\square ABCB'$ 中,$\angle ABC=\angle B'$, $AB'=BC$.

在 $\square ACBC'$ 中,$BC=AC'$. 所以 $AB'=AC'$.

12. 解:因为 $\angle ADB=90°$,

所以在 $\mathrm{Rt}\triangle ADO$ 中,$AO=\sqrt{AD^2+OD^2}=\sqrt{12^2+5^2}=13$.

因为 $AC=OA+OC=26$,所以 $OC=AC-AO=13$,

所以 $OA=OC$. 又因为 $DO=BO$,

所以四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

所以 $BC=AD=12$.

因为四边形 $ABCD$ 的面积 $=\triangle ABD$ 的面积 $+\triangle DBC$ 的面积,

又因为 $\triangle ABD$ 的面积 $=\triangle DBC$ 的面积 $=\dfrac{1}{2}AD\cdot BD=\dfrac{1}{2}\times 12\times 10=60$,

所以四边形 $ABCD$ 的面积 $=60\times 2=120$.

13. 解:在由 6 个全等的正三角形拼成的图中,有 6 个平行四边形. 利用两组对边分别相等的四边形是平行四边形证明即可.

14. 略.

15. 解:$S_{\square AEPH}=S_{\square PGCF}$, $S_{\square AEFD}=S_{\square HGCD}$, $S_{\square ABGH}=S_{\square EBCF}$.

因为 BD 是 $\square ABCD$ 的对角线,

所以 $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle CDB}$.

因为 $S_{\triangle EBP}=S_{\triangle BPG}$, $S_{\triangle HPD}=S_{\triangle PFD}$,

所以 $S_{\square AEPH}=S_{\square PGCF}$.

所以 $S_{\square AEPH}+S_{\square EBGP}=S_{\square PGCF}+S_{\square EBGP}$,

即 $S_{\square ABGH}=S_{\square EBCF}$.

同理 $S_{\square AEFD}=S_{\square HGCD}$.

18.2　特殊的平行四边形

18.2.1　矩形

[教材课后习题解答]

练习(教材 P_{53})

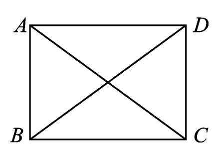
1. 已知:如答图 9,四边形 $ABCD$ 是矩形.

求证:$AC=BD$.

证明:$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$\therefore AB=CD$, $\angle BAD=\angle CDA$.

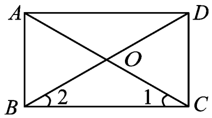
$\because AD=DA$,$\therefore \triangle BAD\cong\triangle CDA$.



答图 9

$\therefore DB=AC.$

2. 解：如答图 10，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O.



答图 10

因为四边形 $ABCD$ 是矩形，

所以 $OB=\frac{1}{2}BD,OC=\frac{1}{2}AC$，$BD=AC$，$\angle ABC=90°$，$AB=CD$，$BC=AD$，所以 $OB=OC$.

因为 $\angle BOC=120°$，

所以 $\angle 1=\angle 2=\frac{180°-120°}{2}=30°$.

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$AB=CD=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 8=4$.

所以 $BC=AD=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{8^2-4^2}\approx 6.93$.

所以矩形的边长分别为 4，6.93，4，6.93.

3. 答：矩形是轴对称图形，有 2 条对称轴.

练习（教材 P_{55}）

1. 略.

2. 解：因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

所以 $OA=\frac{1}{2}AC,OB=\frac{1}{2}BD$.

因为 $\triangle OAB$ 是等边三角形，

所以 $OA=OB=AB,\angle BAO=60°$.

所以 $AC=BD$. 所以▱$ABCD$ 是矩形.

所以 $\angle ABC=90°$.

在 Rt$\triangle ABC$ 中，因为 $\angle BAO=60°$，所以 $\angle ACB=30°$.

所以 $AC=2AB=2\times 4=8$，

所以 $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$.

所以 $S_{▱ABCD}=AB\cdot BC=4\times 4\sqrt{3}=16\sqrt{3}$.

18.2.2 菱形

[教材课上思考答案]

问题（教材 P_{56}）

能. 如果已知菱形的两条对角线的长，那么其面积等于两条对角线长乘积的一半.

[教材课后习题解答]

练习（教材 P_{57}）

1. 解：因为四边形 $ABCD$ 是菱形，

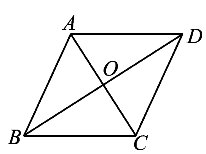
所以 $AC\perp BD,AC=2AO,BD=2OB$.

所以 $AC=2AO=2\times 4=8$.

在 Rt$\triangle ABO$ 中，$BO=\sqrt{AB^2-AO^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$.

所以 $BD=2BO=2\times 3=6$.

2. 解：如答图 11 所示，因为四边形 $ABCD$ 是菱形，



答图 11

所以 $AC\perp BD,OA=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 6=3,OB=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\times 8=4$，

$AB=BC=CD=DA$.

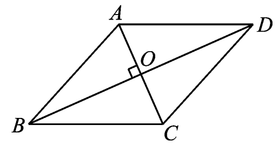
在 Rt$\triangle AOB$ 中，$AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

所以 $C_{菱形ABCD}=4AB=20$，

$S_{菱形ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD=\frac{1}{2}\times 6\times 8=24$.

练习（教材 P_{58}）

1.（1）已知：如答图 12，在▱$ABCD$ 中，AC 与 BD 交于点 O，且 $AC\perp BD$.



答图 12

求证：▱$ABCD$ 是菱形.

证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore OA=OC$.

$\because AC\perp BD$，$\therefore BA=BC$. $\therefore$ ▱$ABCD$ 是菱形.

（2）已知：四边形 $ABCD$ 中，$AB=BC=CD=DA$.

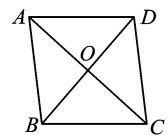
求证：四边形 $ABCD$ 是菱形.

证明：$\because AB=CD,BC=AD$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

$\because AB=BC$，$\therefore$ ▱$ABCD$ 是菱形.

2. 解：是菱形，如答图 13 所示，



答图 13

因为在▱$ABCD$ 中，AC,BD 交于点 O，

所以 $OA=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{5}=3\sqrt{5}$，

$OB=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\times 12=6$.

因为 $OA^2+OB^2=(3\sqrt{5})^2+6^2=81$，且 $AB^2=9^2=81$，

所以 $AB^2=OA^2+OB^2$，

所以 $\triangle AOB$ 是直角三角形，

所以 $AC\perp BD$，所以▱$ABCD$ 是菱形.

所以 $S_{菱形ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{5}\times 12=36\sqrt{5}$.

3. 解：四边形 $ABCD$ 是菱形，理由如下：

作 $AE\perp BC$ 于点 E，$CF\perp AB$ 于点 F.

因为纸条等宽，所以 $AE=CF$.

因为 $AD/\!/BC,AB/\!/CD$，

所以四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

因为 $S_{▱ABCD}=AB\cdot CF=BC\cdot AE,AE=CF$，

所以 $AB=BC$. 所以▱$ABCD$ 是菱形.

18.2.3 正方形

[教材课上思考答案]

问题（教材 P_{58}）

正方形是轴对称图形，它有四条对称轴，即经过两组对边中点的直线和两条对角线所在的直线.

思考（教材 P_{58}）

正方形是特殊的平行四边形，它既是平行四边形，又是矩形和菱形，这说明正方形具有平行四边形、矩形、菱形的所有性质.

①边：四边相等，邻边垂直，对边平行；②角：四个角都是直角；③对角线：相等且互相垂直平分，每条对角线平分一组对角；④正方形既是轴对称图形又是中心对称图

形,对称轴是经过对边中点的直线和两条对角线所在的直线,对称中心是两条对角线的交点.

判定一个四边形为正方形的方法:①一组邻边相等的矩形是正方形;②一个角是直角的菱形是正方形.

由此可知,要判定一个四边形是正方形一般有两种方法:①先证它是矩形,再证有一组邻边相等;②先证它是菱形,再证有一个角是直角.

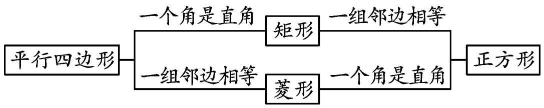
结论证明略.

问题(教材 P_{59})

图中共有 8 个等腰直角三角形.

思考(教材 P_{59})

正方形、菱形、矩形、平行四边形四者之间的关系如答图 14 所示.



答图 14

[教材课后习题解答]

练习(教材 P_{59})

1. 解:(1)因为一组邻边相等的矩形是正方形.

(2)略.

2. 解:因为四边形 $ABCD$ 是正方形,所以 $\angle B=90°$,

在 Rt $\triangle EBC$ 中, $BC=\sqrt{EC^2-EB^2}=\sqrt{30^2-10^2}=20\sqrt{2}$(m).

所以 $S_{\text{正方形}ABCD}=BC^2=(20\sqrt{2})^2=800(\text{m}^2)$.

连接 AC,在 Rt$\triangle ABC$ 中,

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{(20\sqrt{2})^2+(20\sqrt{2})^2}=40(\text{m})$.

所以这块场地的面积是 800 m^2,对角线长是 40 m.

3. 解:(1)对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形,理由略;

(2)对角线互相垂直的矩形是正方形,理由略;

(3)对角线相等的菱形是正方形,理由略;

(4)对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形,理由略.

习题 18.2(教材 P_{60})

1. 解:四边形 $ABCD$ 是一个矩形.

因为 $\angle 1=\angle 2$,所以 $OB=OC$.

因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

所以 $OB=\frac{1}{2}BD$, $OC=\frac{1}{2}AC$.

所以 $AC=BD$. 所以▱$ABCD$ 是矩形.

2. 证明:$\because$ 四边形内角和是 $360°$,且四个角都相等,

$\therefore$ 每一个角都等于 $90°$.

$\because$ 有三个角是直角的四边形是矩形,

$\therefore$ 四个角都相等的四边形是矩形.

3. 解:四个角都是直角的四边形是矩形. 理由略.

4. 解:取 AB 的中点 O,连接 OC,

所以 $OA=OB=\frac{1}{2}AB$.

因为 $\angle C=90°$,所以 $OC=\frac{1}{2}AB$.

因为 $AB=2AC$,所以 $OA=OC=AC$.

所以$\triangle AOC$ 是等边三角形. 所以 $\angle A=60°$.

所以 $\angle B=90°-\angle A=90°-60°=30°$.

5. 解:(1)因为四边形 $ABCD$ 是菱形,

所以 $AD=DC$, $\angle ABC=\angle ADC$, $AD/\!/BC$,

所以 $\angle DAC=\angle DCA=30°$.

所以 $\angle ADC=180°-2\angle DAC=180°-2\times30°=120°$.

所以 $\angle ABC=120°$.

又因为 $AD/\!/BC$,

所以 $\angle BAD=180°-\angle ABC=180°-120°=60°$.

所以 $\angle BAD=60°$, $\angle ABC=120°$.

(2)因为 $\angle BAD=60°$, $AB=AD$,

所以$\triangle ABD$ 是等边三角形,所以 $AB=BD=6$.

若 AC, BD 交于点 O,因为四边形 $ABCD$ 是菱形,

所以 $OB=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\times6=3$, $OA=\frac{1}{2}AC$, $AC\perp BD$.

在 Rt$\triangle OAB$ 中, $OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$.

所以 $AC=2OA=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$.

所以 $AB=6$, $AC=6\sqrt{3}$.

6. 证明:$\because AE/\!/BF$, $\therefore \angle EAC=\angle ACB$.

$\because AC$ 平分$\angle BAD$, $\therefore \angle BAC=\angle DAC$.

$\therefore \angle BAC=\angle ACB$. $\therefore BA=BC$.

同理可得 $BA=DA$. $\therefore BC=AD$.

$\because AD/\!/BC$, $AD=BC$, $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

又$\because AB=BC$, $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形.

7. 解:为得到一个正方形,剪口与折痕应成 45 度角.

8. 解:纸盒的底面是矩形. 因为有三个角是直角的四边形是矩形.

9. 解:因为 $\angle ACB=90°$, $\angle ACD=3\angle BCD$,且 $\angle ACB=\angle ACD+\angle BCD$,

所以 $\angle ACB=4\angle BCD=90°$. 所以 $\angle BCD=22.5°$.

所以 $\angle ACD=3\times22.5°=67.5°$.

因为 $CD\perp AB$,

所以在 Rt$\triangle CDA$ 中, $\angle A=90°-\angle DCA=90°-67.5°=22.5°$.

因为点 E 为 AB 中点,所以 $CE=EA=\frac{1}{2}AB$.

所以 $\angle ECA=\angle A=22.5°$.

所以 $\angle ECD=\angle DCA-\angle ECA=67.5°-22.5°=45°$.

10. 证明:$\because MG/\!/AD$, $NF/\!/AB$,

$\therefore$ 四边形 $AMEN$ 是平行四边形.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore BA=AD$.

$\because BM=ND$, $\therefore BA-BM=AD-ND$,

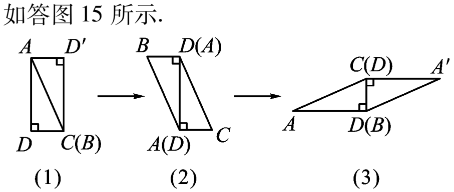
即 $AM=AN$. ∴ ▱$AMEN$ 是菱形.
∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，∴ $AB /\!/ CD$.
∵ $AB /\!/ NF$，∴ $CD /\!/ NF /\!/ AB$.
同理 $BC /\!/ MG /\!/ AD$.
∴ 四边形 $EGDN$，四边形 $BFEM$，四边形 $EFCG$ 是平行四边形.
∴ $DN=EG$，$BM=EF$.
∵ $BM=DN$，∴ $EF=EG$. ∴ ▱$EFCG$ 是菱形.

11. 解：因为四边形 $ABCD$ 是菱形，
所以 $AC\perp BD$，$AO=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 8=4$，
$OB=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\times 6=3$.
在 Rt△AOB 中，$AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$.
因为 $S_{菱形ABCD}=AB\cdot DH=\frac{1}{2}AC\cdot BD$，
所以 $DH=\frac{AC\cdot BD}{2AB}=\frac{6\times 8}{2\times 5}=\frac{24}{5}$.

12. 解：(1)矩形 $OBCD$ 中，$CD\underline{/\!/}OB$，$BC\underline{/\!/}OD$，所以 $C(b,d)$.
(2)在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于 O.
所以 $OA=OC$，$OB=OD$.
由图知 $A(-c,0)$，$B(0,-d)$.
(3)在正方形 $OBCD$ 中，$OD=OB=BC=CD$.
所以 $B(d,0)$，$C(d,d)$.

13. 解：四边形 $EFMN$ 是正方形.
证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，
∴ $AB=BC=CD=DA$，$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90°$.
∵ $AE=BF=CM=DN$，
∴ $AB-AE=BC-BF=CD-CM=DA-DN$，
即 $BE=CF=DM=NA$.
∴ △AEN≌△BFE≌△CMF≌△DNM.
∴ $EF=FM=MN=EN$，$\angle ANE=\angle BEF$.
∴ 四边形 $EFMN$ 是菱形.
∵ $\angle AEN+\angle ANE=90°$，∴ $\angle AEN+\angle BEF=90°$.
∴ $\angle NEF=180°-\angle NEA-\angle BEF=90°$，
∴ 四边形 $EFMN$ 是正方形.

14. 解：如答图 15 所示.



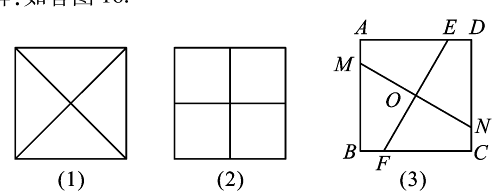
答图 15

图(1)对角线长为 m，m.
图(2)对角线长为 h，$\sqrt{h^2+4n^2}$.
图(3)对角线长为 n，$\sqrt{n^2+4h^2}$.

15. 证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，
∴ $AD=AB$，$\angle BAD=90°$.
∵ $DE\perp AG$，∴ $\angle AED=\angle DEG=90°$.
∴ $\angle EAD+\angle ADE=90°$.
∵ $\angle BAF+\angle EAD=90°$，∴ $\angle BAF=\angle ADE$.
∵ $DE /\!/ BF$，∴ $\angle BFA=\angle DEG=\angle AED=90°$.
∴ △EAD≌△FBA. ∴ $AE=BF$.
∵ $AF-AE=EF$，∴ $AF-BF=EF$.

16. 解：$BO=2OD$. BC 边上的中线一定过点 O.
证明：取 BO 的中点 M，CO 的中点 N，连接 ED，EM，MN，ND.
∵ BD，CE 是边 AC，AB 上的中线，
∴ 点 D，E 分别为 AC，AB 的中点. ∴ $DE\underline{/\!/}\frac{1}{2}BC$.
∵ 点 M，N 分别为 BO，CO 的中点，
∴ $MN\underline{/\!/}\frac{1}{2}BC$，∴ $DE\underline{/\!/}MN$.
∴ 四边形 $EMND$ 是平行四边形.
∴ $OD=OM=\frac{1}{2}DM$.
∵ $OM=\frac{1}{2}OB$，∴ $OB=2OD$.
连接 AO 并延长交 ED，BC 于点 Q，F.
∵ E，D，M，N 分别是 AB，AC，BO，OC 的中点，
∴ $EM /\!/ AO$.
又∵ O 是▱$EMND$ 对角线的交点，
∴ 点 Q 也是 ED 的中点，$EQ\underline{/\!/}\frac{1}{2}BF$，$QD\underline{/\!/}\frac{1}{2}FC$.
∵ $EQ=QD$，∴ $BF=FC$.
∴ AF 是 BC 边上的中线，
即 BC 边上的中线一定过点 O.

17. 解：如答图 16.



答图 16

图(1)：连接对角线，分成的四个三角形形状相同，面积相等.
图(2)：连接对边中点，分成四个完全一样的小正方形.
图(3)：在正方形 $ABCD$ 边上分别截取 $AE=DN=CF=BM=m\left(m\neq\frac{1}{2}AD\right)$，分别连接 EF，MN，EF 与 MN 交于点 O，则可分成四块形状相同、面积相等的四边形.

复习题 18（教材 P_{67}）

1. (1)B (2)C (3)B
2. 证明：连接 AC 交 BD 于点 O.
∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $OA = OC, OB = OD$.

∵ $BE = DF$, ∴ $BE + OB = DF + OD$,

即 $OE = OF$. ∴ 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

3. 略.

4. 略.

5. 证明:∵ $BD // CE, DE // AC$,

∴ 四边形 $OCED$ 是平行四边形.

∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

∴ $OD = \frac{1}{2}BD, OC = \frac{1}{2}AC, AC = BD$.

∴ $OC = OD$. ∴ ▱$OCED$ 是菱形.

6. 解:四边形 $EFGH$ 是正方形.

证明:因为点 E,F,G,H 分别是正方形 $ABCD$ 各边的中点,

所以 $AE = BE = BF = FC = CG = DG = DH = HA$, $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$, $\angle AEH = \angle AHE = 45°$, $\angle BEF = \angle BFE = 45°$,

所以 $\triangle AEH \cong \triangle BFE \cong \triangle CGF \cong \triangle DHG$,

所以 $EF = EH = HG = FG$.

而 $\angle FEH = 180° - \angle AEH - \angle BEF = 90°$.

所以四边形 $EFGH$ 是正方形.

7. 证明:∵ $BE // DF$, ∴ $\angle BEF = \angle DFE$.

∵ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

∴ $AD // BC, AD = BC$, ∴ $\angle DAC = \angle BCA$.

∴ $\triangle DAF \cong \triangle BCE$. ∴ $DF = BE$.

∵ $DF // BE$. ∴ 四边形 $BFDE$ 是平行四边形,

∴ $DE // BF$. ∴ $\angle 1 = \angle 2$.

8. 解:这两条路等长,它们互相垂直.

证明:因为四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴ $AB = AD = DC$, $\angle BAD = \angle D = 90°$.

又∵ $DE = CF$, ∴ $AE = DF$. ∴ $\triangle ABE \cong \triangle DAF$. ∴ $BE = AF$, $\angle AEB = \angle DFA$.

又∵ $\angle DFA + \angle FAD = 90°$,

∴ $\angle AEB + \angle FAD = 90°$, ∴ $AF \perp BE$.

9. 解:(1)平行四边形. 理由略.

(2)平行四边形. 理由略.

(3)矩形的中点四边形是菱形,菱形的中点四边形是矩形,正方形的中点四边形是正方形. 理由略.

10. 解:不一定是菱形,也不一定是正方形,如答图 17 所示,矩形也满足条件.

答图 17

11. 解:两个全等的三角形能拼成平行四边形.

要想拼成一个矩形,需两个全等的直角三角形;要想拼成菱形,需两个全等的等腰三角形;要想拼成正方形,需两个全等的等腰直角三角形. 动手剪拼,说明理由略.

12. 解:四边形 $EFGH$ 为菱形. 理由如下:

在▱$ABCD$ 中, $DC // AB$.

所以 $\angle DCA = \angle CAB$.

因为 O 为 AC 中点. 所以 $OC = OA$.

因为 $\angle COG = \angle AOE$, 所以 $\triangle COG \cong \triangle AOE$.

所以 $OG = OE$.

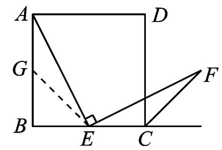
同理: $OH = OF$.

所以四边形 $EFGH$ 为平行四边形.

因为 $FH \perp EG$, 所以四边形 $EFGH$ 为菱形.

13. 略.

14. 证明:如答图 18,取 AB 中点 G,连接 EG.



答图 18

∴ $AG = BG = \frac{1}{2}AB$.

∵ 点 E 是 BC 的中点, ∴ $BE = CE = \frac{1}{2}BC$.

∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴ $AB = BC$, ∴ $AG = CE, BG = BE$.

∴ $\angle BGE = \angle BEG = 45°$,

∴ $\angle AGE = 180° - \angle BGE = 135°$.

∵ $\angle B = 90°$, $\angle AEF = 90°$,

∴ $\angle BAE + \angle BEA = 90°$, $\angle BEA + \angle CEF = 90°$,

∴ $\angle BAE = \angle CEF$.

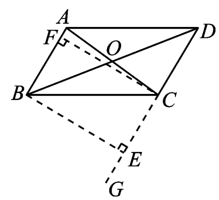
∵ $\angle ECF = \angle ECD + \angle DCF$,

又 $\angle DCF = \frac{1}{2} \times 90° = 45°$,

∴ $\angle ECF = 90° + 45° = 135°$. ∴ $\angle AGE = \angle ECF$.

∴ $\triangle AGE \cong \triangle ECF$, ∴ $AE = EF$.

15. 已知:如答图 19,四边形 $ABCD$ 是平行四边形,对角线 AC, BD 交于 O.



答图 19

求证: $AC^2 + BD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 + AD^2$.

证明:过 C 作 $CF \perp AB$ 于 F 点,过 B 作 $BE \perp CD$ 交 DC 的延长线于点 E.

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, ∴ $AB // CD$.

∴ $BF // CE$. ∴ $\angle ABC = \angle BCE$.

∵ $\angle BFC = 90°$, ∴ $\angle FBC + \angle BCF = 90°$.

∴ $\angle FCB + \angle BCE = 90°$. ∴ $\angle FCE = 90°$.

∴ 四边形 $BECF$ 为矩形.

在 Rt$\triangle AFC$ 中, $AC^2 = CF^2 + AF^2$.

在 Rt$\triangle BFC$ 中, $CF^2 = BC^2 - BF^2$.

在 Rt$\triangle BED$ 中, $BD^2 = BE^2 + DE^2$.

∵ $BE = CF, DE = CE + DC, CE = BF, CD = AB$,

∴ $BD^2 = BC^2 - BF^2 + (BF + AB)^2$.

∴ $AC^2 + BD^2 = BC^2 - BF^2 + AF^2 + BC^2 - BF^2 + (BF + AB)^2 = 2BC^2 + AB^2 + AF^2 + 2BF \cdot AB - BF^2 = 2BC^2 + AB^2 + AF^2 + 2BF(AF + BF) - BF^2 = 2BC^2 + AB^2 + (AF + BF)^2 = 2BC^2 + 2AB^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 + AD^2$.

第十九章　一次函数

19.1　函数

［教材课上思考答案］

思考（教材 P_{73}）

（1）在心电图中，对于 x 的每一个确定的值，y 都有唯一确定的值与其对应.

（2）对于每一个确定的年份 x，都对应着一个确定的人口数 y.

问题（教材 P_{74}）

$0.1x$ 表示这辆汽车行驶 x km 时的耗油量.

问题（教材 P_{75}）

以自变量 x 的一个确定的值为横坐标，以与确定的 x 的值所对应的唯一的函数值 S 为纵坐标，可以在平面直角坐标系内描出一个唯一点 (x,S).

思考（教材 P_{79}）

（1）用图象法表示函数的优点是：可以直观、形象地表示出函数中两个变量之间的关系，同时结合图象也可以直观地研究函数的性质，如函数的最大值、最小值、增减性等.

（2）用列表法表示函数的优点是：根据表格中已列出的自变量的值，可以直接查到与其对应的函数的值，而不需计算，一目了然，因此，使用起来比较方便.

（3）用解析式法表示函数的优点是：简单明了，能准确反映整个变化过程中自变量与函数的关系，便于观察、研究函数的性质，如函数的增减性、最大值、最小值等.

［教材课后习题解答］

练习（教材 P_{71}）

略.

练习（教材 P_{74}）

1. 解：（1）x 是自变量，S 是 x 的函数，$S=x^2$.

（2）x 是自变量，y 是 x 的函数，$y=0.1x$.

（3）n 是自变量，y 是 n 的函数，$y=\frac{10^6}{n}$.

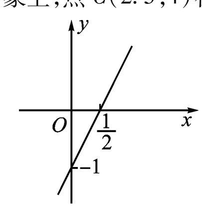
（4）t 是自变量，V 是 t 的函数，$V=10-0.05t$.

2. 解：$S=\frac{3(2+x)}{2}(2<x\leqslant 5)$.

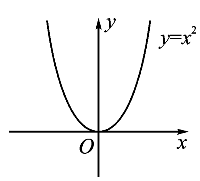
练习（教材 P_{79}）

1. 解：（1）如答图 20 所示.

（2）点 $A(-2.5,-4)$，$B(1,3)$ 不在函数 $y=2x-1$ 的图象上，点 $C(2.5,4)$ 在函数 $y=2x-1$ 的图象上.



答图 20



答图 21

2. （1）7 时，12 时相同.

（2）略.

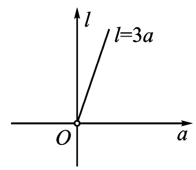
3. 解：（1）如答图 21 所示.

（2）当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小；当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大.

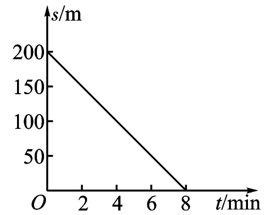
练习（教材 P_{81}）

1. 略.

2. 解：解析式法：$l=3a(a>0)$；图象法：如答图 22 所示.



答图 22



答图 23

3. 解：s 是 t 的函数. $s=200-25t(0\leqslant t\leqslant 8)$. 如答图 23 所示.

当 $s=0$，则 $t=8$.

故船速不变时，8 min 后小船到达码头.

习题 19.1（教材 P_{81}）

1. 解：单价 0.2（元/支）为常量，总价 y（元），支数 x 为变量. x 是自变量，y 是函数.

函数关系式为：$y=0.2x$（x 为正整数）.

2. 解：$S=\frac{5}{2}h$，$\frac{5}{2}$为常量，S、h 为变量，其中 h 为自变量，S 为 h 的函数，$h>0$.

3. 解：表中依次填 7，11，-3，5，207，-5.4.

由于每一个 x 都有唯一的一个 y 值相对应，由函数定义可知，y 是 x 的函数.

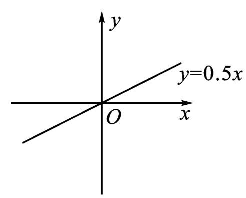
4. 解：（1）（2）（3）都表示 y 是 x 的函数. 对于满足定义域内任何一实数 x，y 都有唯一的一个值相对应. 还可举出一些函数例子如 $y=x^2$，$y=\frac{20}{x}$等.

5. 解：（1）$y=3x-5$，x 为任意实数；

$y=\frac{x-2}{x-1}$，$x\neq 1$；$y=\sqrt{x-1}$，$x\geqslant 1$.

（2）当 $x=5$ 时：$y=3x-5=3\times 5-5=10$；$y=\frac{x-2}{x-1}=\frac{5-2}{5-1}=\frac{3}{4}$；$y=\sqrt{x-1}=2$.

6. 如答图 24 所示，自变量 x 可取任意实数.



答图 24

7. （1）（2）（3）y 是 x 的函数，（4）不是.

8. （2）.

9. (1)体育场离张强家 2.5 千米,张强从家到体育场用了 15 分.

(2)体育场离文具店:$2.5-1.5=1$(千米).

(3)张强在文具店停留了:$65-45=20$(分钟).

(4)回家速度:$1.5\div\dfrac{100-65}{60}=\dfrac{18}{7}$(千米/时).

10. 函数解析式为 $y=100+0.06x$.

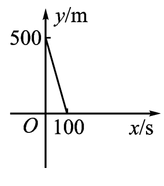
当 $x=4$ 时,$y=100.24$.

11. $y=(x+3)^2-3^2=x^2+6x$,

自变量为 x,函数为 y.

x	1	2	3	4
y	7	16	27	40

12. $y=500-5x(0\leqslant x\leqslant 100)$,图象如答图 25 所示.



答图 25

13. 解:(1)A,B 两城相距 300 km.

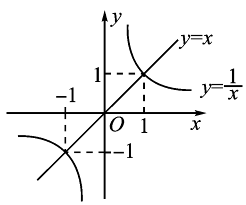
(2)甲车先出发,乙车先到 B 城.

(3)$v_{甲}=\dfrac{300}{5}=60$(km/h),$v_{乙}=\dfrac{300}{3}=100$(km/h).

(4)在 7:30 时,甲、乙两车相遇,随后乙超过甲,先到达 B 城. 答案不唯一.

14. 如答图 26 所示,(1)当 $x>1$ 或 $-1<x<0$ 时,$x>\dfrac{1}{x}$.

(2)当 $x<-1$ 或 $0<x<1$ 时,$x<\dfrac{1}{x}$.



答图 26

15. 五边形有五条对角线,六边形有九条对角线,n 边形有$\dfrac{n(n-3)}{2}$条对角线. 多边形对角线的条数是边数的函数.

19.2 一次函数

19.2.1 正比例函数

[教材课上思考答案]

思考(教材 P_{89})

经过原点与点$(1,k)$(k 是常数,$k\neq 0$)的直线是正比例函数 $y=kx(k\neq 0)$的图象. 画正比例函数的图象时,用两点法画最简单,因为两点确定一条直线.

思考(教材 P_{95})

(1)$\because 0<1.5<2$,

$\therefore$ 当 $x=1.5$ 时,$y=5x=5\times 1.5=7.5$.

即一次购买 1.5 kg 种子,需付款 7.5 元.

(2)$\because 3>2$,$\therefore$ 当 $x=3$ 时,$y=4x+2=4\times 3+2=14$.

即一次购买 3 kg 种子,需付款 14 元.

由函数图象也能解决这些问题. 分别过 x 轴上表示数 1.5和 3 的点作 x 轴的垂线,与函数图象相交于两点,再过这两点作 y 轴的垂线,则垂足的纵坐标即为需付款钱数.

[教材课后习题解答]

练习(教材 P_{87})

1. 解:(1)(2)表示 y 是 x 的正比例函数.

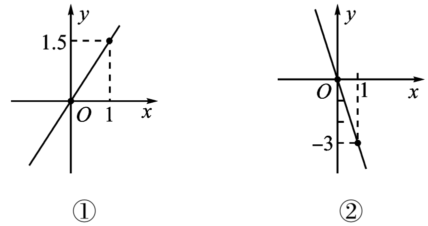
2. 解:(1)$y=4x$,是正比例函数.

(2)$y=12x$,是正比例函数.

(3)$y=2\times 1.5\times x=3x$,是正比例函数.

练习(教材 P_{89})

(1)过点(0,0),(1,1.5)画直线,如答图 27①所示.



答图 27

(2)过点(0,0),(1,-3)画直线,如答图 27②所示.

19.2.2 一次函数

[教材课上思考答案]

思考(教材 P_{91})

直线　相同　(0,5)　上　5

[教材课后习题解答]

练习(教材 P_{90})

1. (1)(4)是一次函数,(1)是正比列函数.

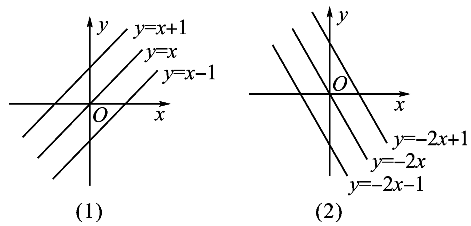
2. $k=2$,$b=3$.

练习(教材 P_{93})

1. $\left(\dfrac{3}{2},0\right)$　$(0,-3)$　一、三、四　增大

2. (1)如答图 28(1),它们均互相平行.

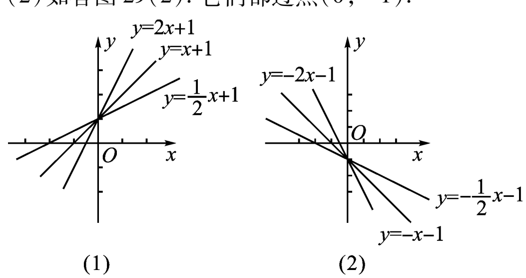
(2)如答图 28(2),它们均互相平行.



答图 28

3. (1)如答图 29(1). 它们都过点(0,1).

(2)如答图 29(2). 它们都过点(0,-1).



答图 29

练习(教材 P_{95})

1. $y=\frac{4}{3}x-12$.

2. 略.

19.2.3 一次函数与方程、不等式

[教材课后习题解答]

练习(教材 P_{98})

解:设通话时间为 t min,话费共用 y 元,则根据题意:

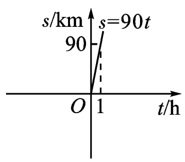
方式一:$y=30+0.3t(t\geqslant0)$.

方式二:$y=0.4t(t\geqslant0)$.

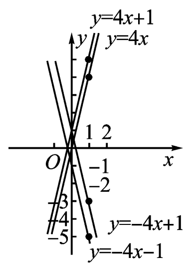
令 $30+0.3t=0.4t$,得 $t=300$. 故当通话 300 min 时,两种方式的费用相等.

习题 19.2(教材 P_{98})

1. $s=90t(t\geqslant0)$,图象如答图 30 所示.



答图 30



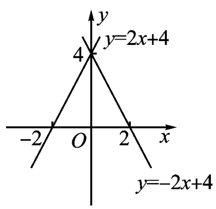
答图 31

2. 二、四　0　−5　减小

3. 解:$y=12+2x(x\geqslant0)$.

4. 图象如答图 31 所示.

5. 如答图 32 所示. $y=2x+4$,当 x 增大时,y 增大. $y=-2x+4$,当 x 增大时,y 减小.



答图 32

6. 解:由题意得$\begin{cases}2k+b=4,\\-2k+b=-2.\end{cases}$ 解得 $k=\frac{3}{2}$,$b=1$.

7. 解:设这个函数解析式为 $y=kx+b(k\neq0)$,

由题意得$\begin{cases}9=-4k+b,\\3=6k+b,\end{cases}$解得 $k=-0.6$,$b=6.6$,

所以 $y=-0.6x+6.6$.

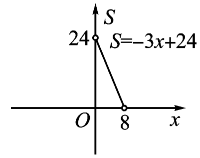
8. 解:由题意,得$\frac{5}{2}x+1=5x+17$.

解得 $x=-\frac{32}{5}$. $y=\frac{5}{2}\times\left(-\frac{32}{5}\right)+1=-15$.

当 $x=-\frac{32}{5}$时,两个函数的值相等,均为 -15.

9. 解:(1) $S=\frac{1}{2}\times6(8-x)=-3x+24(0<x<8)$,

图象如答图 33 所示.



答图 33

(2)当 $x=5$ 时,$S=-3\times5+24=9$.

(3)不能,∵ 点 $P(x,y)$在第一象限,∴ $x>0$,∴ $-3x+24<24$.

10. 平行.

11. 解:$y=\begin{cases}2.4(x\leqslant3),\\2.4+(x-3),(x>3)\end{cases}$

令 $2.4+(x-3)\leqslant10$,得 $x\leqslant10.6$. 又 x 取整数,故 x 最大取 10.

答:有 10 元时,打一次电话最多可通话 10 min.

12. (1)一、二、三象限. (2)二、三、四象限.

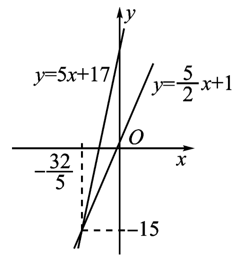
(3)一、二、三象限. (4)一、二、四象限.

13. 解:如答图 34 所示.

当 $x<-\frac{32}{5}$时,$\frac{5}{2}x+1>5x+17$;

当 $x=-\frac{32}{5}$时,$\frac{5}{2}x+1=5x+17$;

当 $x>-\frac{32}{5}$时,$\frac{5}{2}x+1<5x+17$.



答图 34

14. (1)12:30~13:30　45 千米

(2)10:30 时　半个小时　离家 30 千米

(3)15 千米.

(4)20 千米/时　7.5 千米/时

(5)30 千米/时.

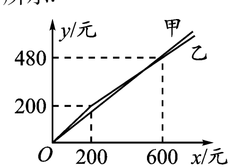
(6)18 千米　9:27 和 14:30

15. 解:(1)根据题意,得

甲:$y=0.8x(x\geqslant0)$.

乙:$y=\begin{cases}x(x\leqslant200),\\200+0.7(x-200)(x>200).\end{cases}$

(2)如答图 35 所示.



答图 35

(3)若商品原价少于 600 元,选择甲商场;若商品原价恰好为 600 元时,甲、乙商场均可选择;若商品原价多于 600 元,选择乙商场.

复习题 19(教材 P_{107})

1. $y=100+10x(0\leqslant x\leqslant36)$,常量是存款 100(元),每月

存款10(元),变量是 y,x,自变量是 x,函数是 y.

2. 点$(-5,-4)$,$\left(\frac{2}{3},7\frac{1}{3}\right)$在 $y=2x+6$ 上,$(-7,20)$与$\left(-\frac{7}{2},1\right)$不在 $y=2x+6$ 上. 直线与坐标轴交点分别为$(0,6)$,$(-3,0)$.

3. (1)一、二、四　减少

(2)一、三、四　增大

4. 解:(1)y 与 x 成正比例,故 $y=kx$,把 $x=5$,$y=6$ 代入得 $k=\frac{6}{5}$. 即 $y=\frac{6}{5}x$.

(2)由题意得$\begin{cases}6=3k+b,\\ -\frac{1}{2}=\frac{1}{2}k+b,\end{cases}$

解得 $k=\frac{13}{5}$,$b=-\frac{9}{5}$,即 $y=\frac{13}{5}x-\frac{9}{5}$.

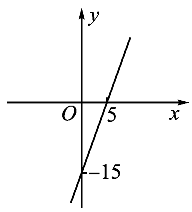
5. 解:如答图36所示.

(1)由图象可知:当 $x>5$ 时,$y>0$.

(2)由图象可知:当 $x<5$ 时,$y<0$.

6. 解:$c=\begin{cases}2(0<p\leqslant 1),\\ 2+(p-1)\times 0.5(p>1\text{ 且 }p\text{ 为整数}).\end{cases}$

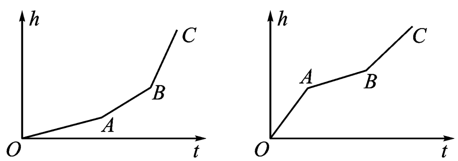
7. 解:$y=3\ 000-2.5x(100\leqslant x\leqslant 1\ 200)$.



答图36

8. 选择(3).

(1)的图象如答图37(1)所示.

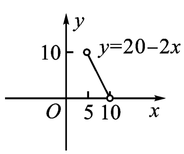


(1)　　(2)

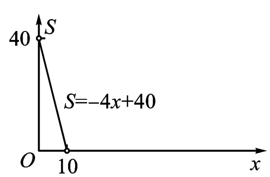
答图37

(2)的图象如答图37(2)所示.

9. 解:(1)$y=20-2x$. (2)$5<x<10$. (3)如答图38所示.



答图38



答图39

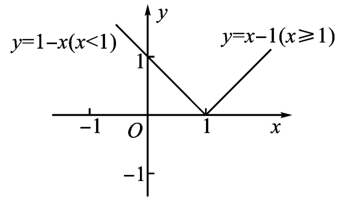
10. 解:(1)$S=-4x+40$.

(2)$0<x<10$.

(3)$12=-4x+40$,$x=7$,所以 $P(7,3)$.

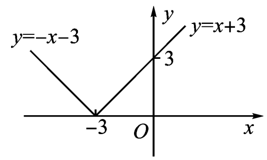
(4)如答图39所示.

11. (1)当 $x\geqslant 1$ 时,$y=x-1$;当 $x<1$ 时,$y=1-x$. 图象如答图40所示.



答图40

(2)$y=|x+3|$,当 $x\geqslant -3$ 时,$y=x+3$;当 $x<-3$ 时,$y=-x-3$. 图象如答图41所示.



答图41

12. 略.

13. 解:(1)$y=5x(0\leqslant x\leqslant 4)$.

(2)设 $y=kx+b$,将$(4,20)$,$(12,30)$代入,得

$\begin{cases}20=4k+b,\\ 30=12k+b.\end{cases}$解得$\begin{cases}k=\frac{5}{4},\\ b=15.\end{cases}$

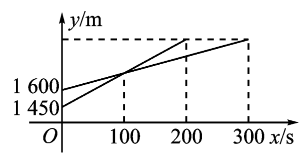
所以 $y=\frac{5}{4}x+15(4<x\leqslant 12)$.

(3)每分进水$\frac{20}{4}=5(\mathrm{L})$.

设每分出水 a L,则$(12-4)(5-a)=30-20$,

解得 $a=3.75$. 所以每分出水3.75 L.

14. 解:根据题意,画示意图如答图42所示.



答图42

设跑的路程为 y m,时间为 x s,则小刚:$y=bx+1\ 450$.

小明:$y=ax+1\ 600$.

根据题意列方程,得$\begin{cases}100b+1\ 450=100a+1\ 600,\\ 200b+1\ 450=300a+1\ 600.\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=\frac{3}{2}.\\ b=3.\end{cases}$

则小刚:$y=3x+1\ 450$,小明:$y=\frac{3}{2}x+1\ 600$.

对于小刚,令 $x=200$,得 $y=2\ 050$.

答:这次越野赛跑的全程为2 050米.

15. 解:设总运费为 y 元,A 城运往 C 乡的肥料量为 x t,

则运往 D 乡的肥料量为 $(200-x)$ t;B 城运往 C,D 乡的肥料量分别为 $(240-x)$ t 与 $(60+x)$ t. 由总运费与各运输量的关系可知,反映 y 与 x 之间关系的函数为 $y=20x+25(200-x)+15(240-x)+24(60+x)$,化简得 $y=4x+10\ 040(0\leqslant x\leqslant 200)$.

当 $x=0$ 时,y 有最小值 10 040. 因此,从 A 城运往 C 乡 0 t,运往 D 乡 200 t;从 B 城运往 C 乡 240 t,运往 D 乡 60 t,此时总运费最少,总运费最小值为 10 040 元.

第二十章 数据的分析

20.1 数据的集中趋势

20.1.1 平均数

[教材课上思考答案]

思考(教材 P_{112})

甲的平均成绩为 $\dfrac{85\times3+78\times3+85\times2+73\times2}{3+3+2+2}=80.5$.

乙的平均成绩为 $\dfrac{73\times3+80\times3+82\times2+83\times2}{3+3+2+2}=78.9$.

因为甲的平均成绩比乙高,所以应录取甲.

数据的权能够反映数据的相对"重要程度".

问题(教材 P_{115})

不合适,因为调查灯泡的平均使用寿命本身带有破坏性,全面调查就失去了实际意义.

[教材课后习题解答]

练习(教材 P_{113})

1. 解:(1)甲候选人的测试平均成绩为 $\dfrac{86+90}{2}=88$(分).

乙候选人的测试平均成绩为 $\dfrac{92+83}{2}=87.5$(分).

由上可知,当公司认为面试和笔试成绩同等重要时,甲将被录取.

(2)甲候选人的测试平均成绩为 $\dfrac{86\times6+90\times4}{6+4}=87.6$(分).

乙候选人的测试平均成绩为 $\dfrac{92\times6+83\times4}{6+4}=88.4$(分).

由上可知,乙将被录取.

2. 解:小桐这学期的体育成绩是 $95\times20\%+90\times30\%+85\times50\%=88.5$(分).

答:小桐这学期的体育成绩是 88.5 分.

练习(教材 P_{115})

1. 解:该校女子排球队队员的平均年龄为 $\dfrac{13\times1+14\times4+15\times5+16\times2}{1+4+5+2}=14\dfrac{2}{3}\approx15$(岁).

答:该校女子排球队队员的平均年龄约为 15 岁.

2. 解:这批法国梧桐树干的平均周长为 $\dfrac{45\times8+55\times12+65\times14+75\times10+85\times6}{8+12+14+10+6}=63.8\approx64$(cm),

答:这批法国梧桐树干的平均周长约为 64 cm.

练习(教材 P_{116})

解:由题图可知,样本平均数

$\bar{x}=\dfrac{10\times10+13\times15+14\times20+15\times18}{10+15+20+18}\approx13$(根).

因此可估计这个新品种黄瓜平均每株结 13 根黄瓜.

20.1.2 中位数和众数

[教材课上思考答案]

思考(教材 P_{116})

因为平均数的计算要用到所有的数据,但这组数据中,有一个极端值"45 000",平均数受此极端值的影响较大,而中位数不受其影响,所以出现"员工月收入的平均数比中位数高得多"的情况.

问题(教材 P_{117})

有. 样本数据的平均数为

$\dfrac{136+140+129+180+124+154+146+145+158+175+165+148}{12}=150$(min),

而这位选手的成绩是 142 min,所以他的成绩比平均成绩好.

问题(教材 P_{118})

由表中的数据可以看出,尺码为 22 cm,22.5 cm,25 cm 的鞋销售量很低,在进货时应少进这几种尺码的鞋子.

问题(教材 P_{120})

因为平均数受极端值的影响较大,去掉一个最高分和一个最低分,可减小极端值对平均数的影响,使比赛公平.

[教材课后习题解答]

练习(教材 P_{117})

这些工人日加工零件的中位数为 6 件. 这个中位数的意义略.

练习(教材 P_{118})

1. 解:由题意得,这种运动服销售量组成的数据中,M 号是这组数据中的众数,即 M 号的运动服销售量最大,因此建议商场多进 M 号运动服.

2. 由条形图可知,年龄的平均数:

$\bar{x}=\dfrac{13\times2+14\times6+15\times8+16\times3+17\times2+18\times1}{2+6+8+3+2+1}=15$(岁),

众数为 15 岁,中位数为 15 岁.

平均数、众数、中位数的意义略.

练习(教材 P_{121})

解:(1)$\overline{x_1}=\dfrac{35+36+38+40+42+42+75}{7}=44$(kg),

$\overline{x_2}=\dfrac{35+36+38+40+42+42+45}{7}\approx40$(kg).

所以这两组数据的平均数分别为44 kg、40 kg；众数都为42 kg；中位数都为40 kg. 可估计这两组女生的平均体重分别为44 kg、40 kg，大部分女生体重为42 kg，有一半女生体重不足40 kg，另一半女生体重超过40 kg.

(2)略.

习题20.1(教材 P_{121})

1. 解：$\bar{x}=\dfrac{10\times1+8\times3+5\times7+3\times4}{1+3+7+4}=5.4$(万元)，所以这个公司平均每人所创年利润是5.4万.

2. 解：$\bar{x}=(1.50\times2+1.60\times3+1.65\times2+1.70\times3+1.75\times4+1.80\times1)\div(2+3+2+3+4+1)\approx1.67$(m)，

 中位数为1.70 m，众数为1.75 m.

 所以这些运动员成绩的平均数为1.67 m，中位数为1.70 m，众数为1.75 m.

3. 解：$\bar{x}=(22.32+22.33+22.34+22.35\times3+22.36\times2+22.37+22.38)\div10\approx22.35$(mm)，

 所以可估计这批零件的平均长度为22.35 mm.

4. 解：去掉一个最高分9.8分，去掉一个最低分8.8分，这位歌手的最后得分为

 $\dfrac{9.5\times3+9.2+9.3+9.4+9.6\times2}{8}=9.45$(分)，

 所以这位歌手的最后得分为9.45分.

5. 解：(1)$\bar{x}_{甲}=\dfrac{70\times2+50\times3+80\times5}{2+3+5}=69$，

 $\bar{x}_{乙}=\dfrac{90\times2+75\times3+45\times5}{2+3+5}=63$，

 $\bar{x}_{丙}=\dfrac{50\times2+60\times3+85\times5}{2+3+5}=70.5$.

 因为$\bar{x}_{丙}>\bar{x}_{甲}>\bar{x}_{乙}$，所以应录取丙.

 (2)$\bar{x}_{甲}=70\times50\%+50\times30\%+80\times20\%=66$，

 $\bar{x}_{乙}=90\times50\%+75\times30\%+45\times20\%=76.5$，

 $\bar{x}_{丙}=50\times50\%+60\times30\%+85\times20\%=60$.

 因为$\bar{x}_{乙}>\bar{x}_{甲}>\bar{x}_{丙}$，所以应录取乙.

6. 解：(1)$\bar{x}_1=(12+13\times2+14\times3+15+16+17+18\times2+20\times2+21\times2+22\times3+23+24+25+26+27+28\times2+29\times2+30+31\times2)\div30\approx21$(℃).

 这个月中午12时的平均气温为21 ℃.

 (2)频数分布表如下：(数组中包含最小值但不包含最大值)

气温/℃	频数
12~16	7
16~20	4
20~24	8
24~28	4
28~32	7

 $\bar{x}_2=\dfrac{14\times7+18\times4+22\times8+26\times4+30\times7}{30}=22$(℃).

 $\bar{x}_2\neq\bar{x}_1$，利用频数分布表求平均值与一般方法求平均值所得结果可能不等.

7. 解：(1)$\dfrac{1.0\times112+1.2\times226+1.5\times323+1.8\times241+2\times98}{1\ 000}\approx1.5$(kg)，

 出售时这些鸡的平均质量为1.5 kg.

 (2)质量在1.5 kg的鸡最多.

 (3)中间的质量为1.5 kg.

8. 略.

9. 解：因为$\bar{x}=(4.0\times1+4.1\times2+4.2\times5+4.3\times4+4.4\times3+4.5\times5+4.6\times1+4.7\times1+4.8\times5+4.9\times9+5.0\times6)\div(1+2+5+4+3+5+1+1+5+9+6)\approx4.6$，

 中位数为4.65，众数为4.9.

 由此可以看出，这批学生右眼视力的平均数约为4.6，右眼视力为4.9的人数最多，右眼视力的中位数为4.65，有一半学生的右眼视力低于4.65，另一半学生的右眼视力高于4.65.

10. 请同学们自己查阅资料，并整理、归纳、分析数据，得出结论.

20.2 数据的波动程度

[教材课后习题解答]

练习(教材 P_{126})

1. 略.

2. $s^2_{乙}$ 大.

练习(教材 P_{127})

解：$\bar{x}_{甲}=6.01$，$\bar{x}_{乙}=6$；

$s^2_{甲}=0.009\ 54$，$s^2_{乙}=0.024\ 34$.

因为甲、乙平均成绩相同，$s^2_{甲}<s^2_{乙}$，所以选择甲运动员参赛.

习题20.2(教材 P_{128})

1. 解：(1)$\bar{x}_{甲}=\dfrac{0+1+0+2+2+0+3+1+2+4}{10}=1.5$，

 $s^2_{甲}=1.65$；

 $\bar{x}_{乙}=\dfrac{2+3+1+1+0+2+1+1+0+1}{10}=1.2$，

 $s^2_{乙}=0.76$.

 (2)从计算结果看，在10天中，乙机床出次品的平均数较小；乙机床出次品的波动较小.

2. 解：(1)$\bar{x}_{甲}=504.8$，$s^2_{甲}=15.76$；$\bar{x}_{乙}=504.8$，$s^2_{乙}=5.56$.

 (2)因为$s^2_{甲}>s^2_{乙}$，

 所以乙台包装机包装的10袋糖果的质量比较稳定.

3. 解：(1)$\bar{x}_{甲}=\dfrac{12+13+14+15+10+16+13+11+15+11}{10}=13$(cm)，

$$\bar{x}_{乙}=\frac{11+16+17+14+13+19+6+8+10+16}{10}=13(\text{cm}).$$

所以甲种小麦的平均苗高为 13 cm,乙种小麦的平均苗高为 13 cm.

(2)因为 $s_{甲}^2=3.6,s_{乙}^2=15.8,s_{甲}^2<s_{乙}^2$,

所以甲种小麦的长势比较整齐.

4. 解:(1)$\bar{x}_1\approx8.88,s_1^2\approx0.06$.

(2)$\bar{x}_2\approx8.83,s_2^2\approx0.01$.

(3)因为 $s_1^2>s_2^2$,所以采用(2)方法比较合理.

5. 略.

复习题20(教材 P_{136})

1. 解:样本平均数为

$\bar{x}=(1.15+1.04+1.11+1.07+1.10+1.32+\cdots+1.16)\div20=1.1715\approx1.17(\text{kg})$.

由此可估计水库里这种鱼的平均质量为 1.17 kg.

2. 解:这四个小组平均回答正确的题目为:$\frac{8+12+16+10}{4}=11.5\approx12$(道).

3. 解:$\bar{x}=(183+209+195+178+204+215+191+208+167+197)\div10\approx195$(辆),

所以在该时段中,可估计平均约有 195 辆汽车通过这个路口.

4. 解:(1)数据的平均数

$$\bar{x}=\frac{8\,000+6\,000+2\,550+1\,700+\cdots+2\,500}{14}$$

$=6\,003.5$(元),

中位数为 4 300 元,众数为 2 550 元.

(2)由此可知这家公司员工的平均月薪为 6 003.5 元,月薪 2 550 元的员工数最多,中间月薪为 4 300 元,有一半员工的月薪低于 4 300 元,另一半员工的月薪高于 4 300 元.

5. 解:(1)$\bar{x}_A=\frac{-4+19+9-10}{4}=3.5(^\circ\text{C})$,

$\bar{x}_B=\frac{16+30+24+11}{4}=20.25(^\circ\text{C})$.

所以 A、B 两座城市的年平均气温分别为 3.5 ℃和 20.25 ℃.

(2)$s_A^2=\frac{1}{4}[(-4-3.5)^2+(19-3.5)^2+(9-3.5)^2+(-10-3.5)^2]=127.25$,

$s_B^2=\frac{1}{4}[(16-20.25)^2+(30-20.25)^2+(24-20.25)^2+(11-20.25)^2]=53.1875$.

因为 $s_A^2>s_B^2$,

所以 B 城市四季的平均气温较为接近.

6. 解:平均数:$\bar{x}_A=(11.62+11.51+11.39+11.94+11.17)\div5\approx11.53$,

$\bar{x}_B=(13.53+14.07+13.49+13.84+14.80)\div5\approx13.95$;

$s_A^2\approx0.07$,

$s_B^2\approx0.28$.

从以上数据可知,A 股票的平均价格为 11.53 元,B 股票的平均价格为 13.95 元,A 股票平均价格低于 B 股票;由于 $s_A^2<s_B^2$,这两种股票在这段时间内 A 涨跌不大,较稳定.

7. 解:(1)$\bar{x}_{甲}=\frac{40\times0+30\times1+20\times3+10\times7+0\times39}{50}=3.2(\text{m})$,

$\bar{x}_{乙}=\frac{1\times40+3\times30+2\times20+3\times10+41\times0}{50}=4(\text{m})$.

(2)略.

8. 略.

9. 略.