

教材习题解答

上册

第21章 二次函数与反比例函数

► 21.1 二次函数

[教材课上思考答案]

练习(P₃)

1. (1) $2\pi r$ 一次 (2) πr^2 二次
2. (1) 是一次函数, (2)(3)(4) 是二次函数.

[教材课后习题答案]

习题 21.1 (P₄)

1. 解: $y = 3x^2 - 1$, $y = 5x^2 - 2x$, $y = -2x^2 + x - 1$, $y = (x - 2)(2x + 1)$ 是二次函数.
2. 解: $y = (5 + x)^2 - 5^2 = x^2 + 10x (x \geq 0)$.
3. 解: $S = 2(x^2 + 8x + 8x) = 2x^2 + 32x (x > 0)$.
4. 解: $S = \pi R^2 - \pi r^2 = -\pi r^2 + \pi R^2 (0 < r < R)$.
5. 解: $y = (35 - 2x)(20 - 2x) = 4x^2 - 110x + 700$, 由小路的宽度以及花坛的长、宽均为正数, 可得
$$\begin{cases} x > 0, \\ 35 - 2x > 0, \\ 20 - 2x > 0. \end{cases}$$
解得 $0 < x < 10$.

6. 解: $y = 50(1 + x)^2$, 即 $y = 50x^2 + 100x + 50 (x \geq 0)$.

► 21.2 二次函数的图象和性质

[教材课上思考答案]

练习(P₁₀)

1. 略.
2. 解: 因为 $\left| -\frac{1}{3} \right| < \left| -\frac{1}{2} \right| < \left| \frac{5}{3} \right| < |2 + \sqrt{2}|$, 所以抛物线 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 的开口最大, 抛物线 $y = (2 + \sqrt{2})x^2$ 的开口最小.
3. 解: (1) $y = -2x^2$ 和 $y = 2x^2$ 的图象形状相同, 顶点坐标相同, 对称轴相同, 开口方向相反, 两函数图象关于 x 轴对称.
(2) $y = 3x^2$ 和 $y = -3x^2$ 的图象形状相同, 顶点坐标相同, 对称轴相同, 开口方向相反, 两函数图象关于 x 轴对称.
(3) $y = ax^2$ 和 $y = -ax^2$ 的图象形状相同, 顶点坐标相同, 对称轴相同, 开口方向相反, 两函数图象关于 x 轴对称.
4. 略.
5. 解: (1) 把 $(2, -2)$ 代入 $y = ax^2$, 解得 $a = -\frac{1}{2}$. 所以这个二次函数的表达式为 $y = -\frac{1}{2}x^2$.
(2) 因为抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 的开口向下, 所以当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大.

练习(P₁₂)

1. 略.
2. (1) 向下 0 -1 y 轴 下 1
(2) 减小 增大

(3) 0 大 大值 0 0 大 大值 -1 0 大 大值 1

3. $y = 3x^2 + 2$.

练习(P₁₅)

1. 略.
2. 向下 -2 0 直线 $x = -2$ < -2 > -2 左 2
3. 向上 $-h$ 0 直线 $x = -h$ $-h$ 小 小值 0 向下 $-h$ 0 直线 $x = -h$ $-h$ 大 大值 0
4. 解: 抛物线 $y = 4(x - 1)^2$ 是由抛物线 $y = 4x^2$ 向右平移 1 个单位得到的.
5. 解: (1) 因为抛物线 $y = a(x + b)^2$ 的形状与 $y = 5x^2$ 相同, 但开口方向相反, 所以 $a = -5$, 从而得到 $y = -5x^2$. 又因为 $y = a(x + b)^2$ 的顶点坐标为 $(-2, 0)$, 所以抛物线 $y = -5x^2$ 再向左平移 2 个单位, 得到 $y = -5(x + 2)^2$;
(2) 把 $x = 0$ 代入 $y = -5(x + 2)^2$ 得 $y = -20$, 所以抛物线 $y = -5(x + 2)^2$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0, -20)$.

练习(P₁₇)

1. 向上 1 -1 直线 $x = 1$ > 1 < 1 1 小 小值 -1
2. 二次函数 $y = a(x + h)^2 + k$ 的图象是抛物线, 与抛物线 $y = ax^2$ 形状相同, 位置不同. 把抛物线 $y = ax^2$ 向上(下)向右(左)平移, 可以得到抛物线 $y = a(x + h)^2 + k$. 平移的方向、距离根据 h, k 的值来决定. 抛物线 $y = a(x + h)^2 + k$ 是轴对称图形, 对称轴是直线 $x = -h$, 顶点坐标是 $(-h, k)$. 当 $a > 0$ 时, 开口向上, 抛物线向上无限延伸, 在对称轴左侧是下降的, 在对称轴右侧是上升的, 顶点是抛物线的最低点; 当 $a < 0$ 时, 开口向下, 抛物线向下无限延伸, 在对称轴左侧是上升的, 在对称轴右侧是下降的, 顶点是抛物线的最高点.

练习(P₂₀)

1. 略.
2. $y = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 + 2$ 向下 3 2 直线 $x = 3$
3 大 大值 2 右 3 上 2
3. $\frac{5}{6}$ $-\frac{25}{12}$ 右 $\frac{5}{6}$ 下 $\frac{25}{12}$ $< \frac{5}{6}$ $> \frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$
小 小值 $-\frac{25}{12}$
4. B [解析] $y = (x + 1)^2 + 1$ 向右平移 1 个单位得 $y = x^2 + 1$, 再向下平移 2 个单位得 $y = x^2 - 1$, 故选 B.
5. 把 $y = x^2 - 4x + a$ 配方, 得 $y = (x - 2)^2 - 4 + a$, 所以抛物线 $y = x^2 - 4x + a$ 的顶点坐标为 $(2, a - 4)$. 因为 $(2, a - 4)$ 在直线 $y = -4x - 1$ 上, 把 $(2, a - 4)$ 代入 $y = -4x - 1$, 得 $a = -5$. 所以抛物线 $y = x^2 - 4x + a$ 的顶点坐标为 $(2, -9)$.

练习(P₂₃)

1. 设所求的二次函数表达式为 $y = ax^2 + bx + c$, 由已知

函数图象经过 $(0,0)$, $(-1,-11)$, $(1,9)$ 三点,得

$$\begin{cases} c=0, \\ a-b+c=-11, \\ a+b+c=9, \end{cases} \text{解方程组,得} \begin{cases} a=-1, \\ b=10, \\ c=0. \end{cases} \text{因此,所求}$$

二次函数表达式为 $y = -x^2 + 10x$.

2. C

3. $\because$ 直线 $y = 2x + 3$ 与抛物线 $y = x^2$ 的交点为 A, B ,

$$\therefore \begin{cases} y = 2x + 3, \\ y = x^2, \end{cases} \therefore x^2 - 2x - 3 = 0, \text{解得 } x_1 = 3, x_2 = -1.$$

$$\therefore y_1 = 9, y_2 = 1.$$

$\therefore A, B$ 的坐标分别为 $A(-1, 1), B(3, 9)$.

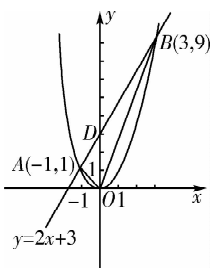
又直线 $y = 2x + 3$ 与 y 轴的交点坐标为 $D(0, 3)$, 如答图 1.

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOD} + S_{\triangle BOD}$$

$$= \frac{1}{2} \times |OD| \times |-1| + \frac{1}{2} \times$$

$$|OD| \times |3|$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 1 + \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = 6.$$



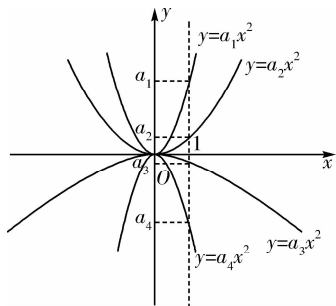
答图 1

[教材课后习题解答]

习题 21.2 (P₂₆)

1. (1) A [解析] 因为直线 $y = ax + 3$ 经过第一、二、三象限, 所以 $a > 0$, 所以抛物线 $y = ax^2$ 开口向上, 故选 A.

(2) A [解析] 方法一: 特殊值法. 当 $x = 1$ 时, $y_1 = a_1, y_2 = a_2, y_3 = a_3, y_4 = a_4$, 由答图 2 可知 $a_1 > a_2 > a_3 > a_4$, 故选 A.



答图 2

方法二: 二次函数的二次项系数 a 决定抛物线的形状和开口方向, $a > 0$, 开口向上, $a < 0$, 开口向下, 因此 a_1, a_2 大于 0, a_3, a_4 小于 0; 抛物线开口大小与 $|a|$ 有关, $|a|$ 越大, 开口越小, 因此 $|a_1| > |a_2|, |a_3| < |a_4|$, 所以 $a_1 > a_2 > a_3 > a_4$, 故选 A.

(3) B [解析] 因为抛物线 $y = -x^2$ 关于 y 轴对称, 又因为点 (a, b) 在抛物线 $y = -x^2$ 上, 所以点 (a, b) 关于 y 轴对称的点 $(-a, b)$ 也在抛物线 $y = -x^2$ 上, 故选 B.

2. (1) 当 $x_1 = x_2 = 2$ 时, $y_1 = \frac{3}{2} \times 2^2 = 6, y_2 = \frac{5}{2} \times 2^2 = 10$, 所以 y_1 比 y_2 小 $|6 - 10| = 4$.

(2) 当 $y_1 = y_2 = 2$ 时, $2 = \frac{3}{2}x_1^2, 2 = \frac{5}{2}x_2^2$, 所以 $|x_1| = \frac{2\sqrt{3}}{3}$,

$$|x_2| = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \text{所以 } |x_1| \text{ 比 } |x_2| \text{ 大 } \left| \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{2\sqrt{5}}{5} \right| \approx 0.26.$$

3. 如答图 3 所示, 设 AB 与 y 轴的交点

是 C . 在 $\text{Rt}\triangle BOC$ 中, $BC = \frac{1}{2}, AB =$

$1, OB = 2$, 由勾股定理, 得 $OC =$

$\sqrt{OB^2 - BC^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$, 所以

点 B 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$. 设此抛物线

对应的函数表达式为 $y = ax^2$, 把点

$B(1, \sqrt{3})$ 代入 $y = ax^2$ 中, 得 $\sqrt{3} = a \times 1^2$, 所以 $a = \sqrt{3}$, 所以

以此抛物线对应的函数表达式为 $y = \sqrt{3}x^2$.

4. 略.

$$5. (1) y = x^2 + 3x - 2$$

$$= \left(x^2 + 3x + \frac{9}{4}\right) - \frac{9}{4} - 2$$

$$= \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{4},$$

对称轴为直线 $x = -\frac{3}{2}$, 顶点坐标为 $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{17}{4}\right)$.

$$(2) y = 1 - 6x - x^2$$

$$= -(x^2 + 6x + 9) + 9 + 1$$

$$= -(x + 3)^2 + 10,$$

对称轴为直线 $x = -3$, 顶点坐标为 $(-3, 10)$.

$$(3) y = 3x^2 - 2x + 4 = 3\left(x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}\right) + 4 - \frac{1}{3}$$

$$= 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{11}{3},$$

对称轴为直线 $x = \frac{1}{3}$, 顶点坐标为 $\left(\frac{1}{3}, \frac{11}{3}\right)$.

$$(4) y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 7 = -\frac{1}{2}(x^2 + 4x) + 7$$

$$= -\frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) + 7 + 2$$

$$= -\frac{1}{2}(x + 2)^2 + 9,$$

对称轴为直线 $x = -2$, 顶点坐标为 $(-2, 9)$.

6. (1) 抛物线 $y = 2x^2 - 3x + 1$ 开口向上, 对称轴是直线

$x = \frac{3}{4}$, 顶点坐标是 $\left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{8}\right)$, 当 $x = \frac{3}{4}$ 时, 二次函

数取得最小值, $y_{\text{最小值}} = -\frac{1}{8}$. 图象略.

(2) 抛物线 $y = -2x^2 - 8x + 3$ 开口向下, 对称轴是直

线 $x = -2$, 顶点坐标是 $(-2, 11)$, 当 $x = -2$ 时, 二次

函数取得最大值, $y_{\text{最大值}} = 11$. 图象略.

$$7. (1) -\frac{1}{2} \quad (2) \frac{1}{4}$$

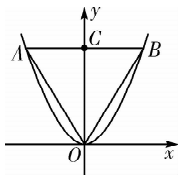
8. $y = -x^2 - 4x + 5$ 的对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = -2$, 当 $x < -2$

时, y 随 x 的增大而增大, 因为点 C 与点 A, B 不在对称轴

的同侧, 由抛物线的对称性知, $(-6, y_3)$ 在抛物线的图

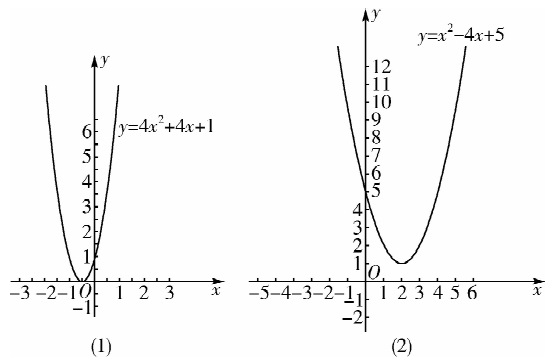
象上, 因为 $-6 < -4 < -3 < -2$, 所以 $y_3 < y_1 < y_2$.

9. 设这个二次函数的表达式为 $y = a(x + 1)^2 - 3$, 把 $x =$



答图 3

- 1, $y=5$ 代入得 $5=a(1+1)^2-3$, 解得 $a=2$, 所以二次函数的表达式为 $y=2(x+1)^2-3$, 即 $y=2x^2+4x-1$.
10. (1) 由题意设平移后的二次函数表达式为 $y=a(x+1)^2-2$, 把 $(1, 10)$ 代入得 $10=a(1+1)^2-2$, 解得 $a=3$, 所以平移后的二次函数表达式为 $y=3(x+1)^2-2$, 即 $y=3x^2+6x+1$.
- (2) 由题意设平移后的二次函数表达式为 $y=a(x-3)^2-1$, 把 $(4, -3)$ 代入得 $-3=a(4-3)^2-1$, 解得 $a=-2$. 所以平移后的二次函数表达式为 $y=-2(x-3)^2-1$, 即 $y=-2x^2+12x-19$.
11. (1) 二次函数 $y=ax^2-4x+c$ 的图象经过原点, 所以 $c=0$, 又因为 $x=-4$ 时, $y=0$, 所以 $16a+16=0$, 解得 $a=-1$, 因此所求的表达式为 $y=-x^2-4x$.
- (2) 存在 $P(-2, 4)$.
12. $\because y=x^2+bx+c=\left(x+\frac{b}{2}\right)^2+\frac{4c-b^2}{4}$,
- $$\therefore \begin{cases} -\frac{b}{2}=4, \\ \frac{4c-b^2}{4}=-2, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} b=-8, \\ c=14. \end{cases}$$
13. (1) $y=(x+2)^2-9$.
- (2) $y=-(x-2)^2+9$.
14. (1) $\because$ 抛物线过点 $A(3, 0), B(0, -3)$,
- $$\therefore \begin{cases} 3^2+3b-c=0, \\ 0^2+0-c=-3, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} b=-2, \\ c=3, \end{cases}$$
- $$\therefore y=x^2-2x-3.$$
- (2) 设 P 点坐标为 (x, y) .
- $$\therefore S_{\triangle PAC}=3S_{\triangle DAC}, \therefore \frac{1}{2}AC \cdot |y|=\frac{1}{2} \times AC \times 4 \times 3,$$
- $$\therefore |y|=12, \therefore x^2-2x-3=12,$$
- $$\therefore x_1=-3, x_2=5, \therefore P \text{ 点坐标为 } (-3, 12) \text{ 或 } (5, 12).$$
15. (1) 根据题意得: 图象过点 $(-2, 4)$, 所以把 $x=-2$, $y=4$, 代入 $y=-x^2-2x+c$, 解得 $c=4$.
- (2) $1 < m < 3$.
16. (1) 根据题意得, 抛物线的对称轴为直线 $x=1$, 所以 $-\frac{b}{2a}=1$; ① 又因为抛物线经过点 $A(-1, 0)$, 所以 $a-b-3=0$; ②, 由①②得 $a=1, b=-2$, 所以所求得的函数表达式为 $y=x^2-2x-3$;
- (2) 过 A 或 C 作直线 $x=1$ 的对称点为 P , 然后连接 AP 或 CP 交直线 $x=1$ 于 M , 即 M 为所求, 确定 $M(1, -2)$, 所以 $\triangle AMC$ 周长的最小值为 $3\sqrt{2}+\sqrt{10}$.
- ▶ 21.3 二次函数与一元二次方程**
- [教材课上思考答案]
- 练习(P₃₃)
1. 有两个不等的实根 有两个 有两个相等的实根 有一个 无实根 无 $b^2-4ac=0$ $b=0$
2. (1) 图象如答图 4(1). 当 $x=-\frac{1}{2}$ 时, 函数值 y 为 0.
- (2) 图象如答图 4(2). x 取任意实数 $y \neq 0$.
3. 一元二次方程 $x^2-(2p-1)x+p^2-p=0$,



答图 4

$\Delta = [-(2p-1)]^2 - 4 \times 1 \times (p^2-p) = 4p^2 - 4p + 1 - 4p^2 + 4p = 1 > 0$,

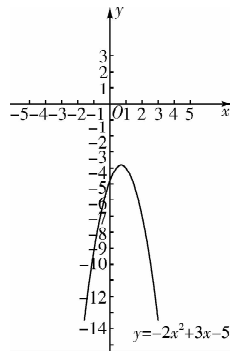
$\therefore$ 一元二次方程 $x^2 - (2p-1)x + p^2 - p = 0$ 有两个不等的实根,

$\therefore$ 抛物线 $y = x^2 - (2p-1)x + p^2 - p$ 与 x 轴必有两个不同的交点.

4. 略.

练习(P₃₄)

1. 略.

2. (1) 由答图 5 可知 $-2x^2+3x-5 > 0$ 的解集是空集.(2) 由答图 5 可知 $-2x^2+3x-5 < 0$ 的解集是全体实数.

答图 5

[教材课后习题答案]

习题 21.3(P₃₄)

1. $\because x^2-4x+3=0$ 的解为 $x_1=3, x_2=1$,
- $\therefore$ 当 $x=3$ 或 $x=1$ 时, 函数 $y=x^2-4x+3$ 的值等于 0.
2. (1) $\because \Delta = b^2-4ac = (-2)^2-4 \times 1 \times (-3) = 4+12=16 > 0$,
- $\therefore$ 函数 $y=x^2-2x-3$ 与 x 轴有两个不同的交点.
- 当 $y=0$ 时, $x^2-2x-3=0$,
- 解得 $x_1=3, x_2=-1$.
- $\therefore$ 函数 $y=x^2-2x-3$ 与 x 轴的交点坐标为 $(3, 0), (-1, 0)$.
- (2) $\because \Delta = b^2-4ac = 1^2-4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$,
- $\therefore$ 函数 $y=x^2+x+1$ 与 x 轴无交点.
- (3) $\because \Delta = b^2-4ac = (-4)^2-4 \times 1 \times 4 = 0$,
- $\therefore$ 函数 $y=4x^2-4x+1$ 与 x 轴只有一个交点.

当 $y=0$ 时, $4x^2 - 4x + 1 = 0$,

解得 $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$,

$\therefore$ 函数 $y = 4x^2 - 4x + 1$ 与 x 轴的交点坐标为 $(\frac{1}{2}, 0)$.

(4) $\because \Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times (-\frac{1}{2}) \times (-4) = 1 - 8 = -7 < 0$,

$\therefore$ 函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - 4$ 与 x 轴没有交点.

3. 当 $x=0$ 时, $y=2$,

$\therefore$ 函数 $y = -6x^2 - x + 2$ 与 y 轴的交点坐标是 $(0, 2)$.

当 $y=0$ 时, $-6x^2 - x + 2 = 0$,

解得 $x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = \frac{1}{2}$,

$\therefore$ 函数 $y = -6x^2 - x + 2$ 与 x 轴的交点坐标是 $(-\frac{2}{3}, 0), (\frac{1}{2}, 0)$.

4. 略.

5. $\because$ 二次函数 $y = (k-8)x^2 - 6x + k$ 的图象与 x 轴只有一个交点,

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4k(k-8) = 0$,

即 $36 - 4k^2 + 32k = 0$,

解得 $k_1 = 9, k_2 = -1$.

当 $k=9$ 时, 二次函数 $y = x^2 - 6x + 9$ 与 x 轴交点坐标是 $(3, 0)$;

当 $k=-1$ 时, 二次函数 $y = -9x^2 - 6x - 1$ 与 x 轴交点坐标是 $(-\frac{1}{3}, 0)$.

6. (1) 当 $x=5$ 时, 函数的最小值为 -2 ,

$\therefore$ 二次函数解析式为 $y = (x-5)^2 - 2$,

即 $y = x^2 - 10x + 23$,

$\therefore p = -10, q = 23$.

(2) 因为函数的图象与 x 轴的交点坐标是 $(-4, 0), (-1, 0)$,

$\therefore$ 二次函数解析式为 $y = (x+4)(x+1)$,

即 $y = x^2 + 5x + 4$,

$\therefore p = 5, q = 4$.

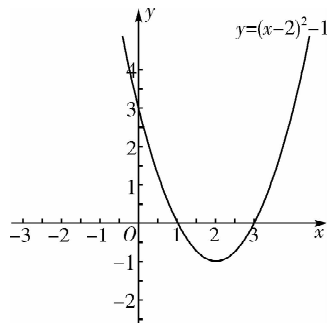
7. B [解析] 由图象知, 二次函数图象与 x 轴有两个交点, 所以 $b^2 - 4ac > 0$, 故①不正确; 由对称轴 $x = -\frac{b}{2a} > 0$, 可知 $ab < 0$, 故②不正确; 当 $x = -1$ 时, $y = 0$, 即 $a - b + c = 0$, 故③正确; 由于二次函数对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = 2$, 所以 $4a + b = 0$, 故④正确; 由图象可知, 抛物线与直线 $y=2$ 有两个交点, 故⑤不正确. 故选 B.

8. 图象如答图 6:

(1) 由图象可知, 当 $x=1$ 或 $x=3$ 时, $y=0$.

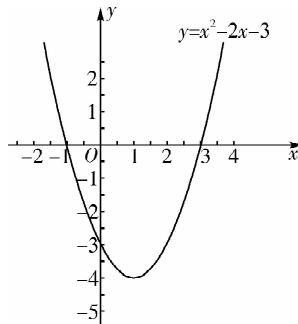
(2) 当 $x < 1$ 或 $x > 3$ 时, $y > 0$.

(3) 当 $1 < x < 3$ 时, $y < 0$.



答图 6

9. 图象如答图 7:



答图 7

(1) 当 $x = -1$ 或 $x = 3$ 时, $x^2 - 2x - 3 = 0$.

(2) 当 $x < -1$ 或 $x > 3$ 时, $x^2 - 2x - 3 > 0$.

(3) 当 $-1 < x < 3$ 时, $x^2 - 2x - 3 < 0$.

21.4 二次函数的应用

[教材课上思考答案]

练习(P₃₆)

1. $y = -10x^2 + 40x + 2$ 850

$= -10(x^2 - 4x + 4) + 2$ 890

$= -10(x-2)^2 + 2$ 890,

当 $x=2$ 时, $y_{\text{最大}} = 2$ 890.

答: 增加 2 人才能使每天装配玩具总数最多, 玩具总数最多是 2 890 个.

2. 设直角三角形的一直角边长为 x , 则另一直角边长为

$10-x$, 直角三角形的面积 $y = \frac{x(10-x)}{2} (0 < x < 10)$,

即 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5x (0 < x < 10)$,

当 $x=5$ 时, $y_{\text{最大值}} = \frac{1}{2} \times 5 \times (10-5) = \frac{25}{2}$.

答: 当直角三角形的一直角边长为 5, 另一直角边长也为 5 时, 这个直角三角形的面积最大, 最大面积是 $\frac{25}{2}$.

练习(P₃₈)

1. (1) 由题意可知抛物线的顶点为 $E(0, 6)$, 且过点 $A(-4, 2)$, 设此抛物线的表达式为 $y = ax^2 + 6$, 把 $(-4, 2)$ 代入得: $16a + 6 = 2$, 解得 $a = -\frac{1}{4}$,

$\therefore$ 二次函数的表达式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 + 6$.

(2) 当 $x=2.4$ 时, $y=-\frac{1}{4}\times 2.4^2+6=4.56>4.3$,

$\therefore$ 这辆货运车能在一侧行道内通过该隧道.

2. (1) 由已知: $OC=0.6$, $AC=0.6$, 得点 A 的坐标为 $(-0.6, 0.6)$, 代入 $y=ax^2$, 得 $a=\frac{5}{3}$,

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y=\frac{5}{3}x^2$.

(2) 如答图 8, 点 D_1, D_2 的横坐标分别为 $0.2, 0.4$, 代入

$y=\frac{5}{3}x^2$, 得点 D_1, D_2 的纵坐

标分别为 $y_1=\frac{5}{3}\times 0.2^2\approx$

$0.07, y_2=\frac{5}{3}\times 0.4^2\approx 0.27$,

$\therefore$ 立柱 $C_1D_1=0.6-0.07=$

$0.53, C_2D_2=0.6-0.27=0.33$, 由于抛物线关于 y 轴对称, $\therefore$ 一段栅栏所需立柱的总长度为 $2(C_1D_1+C_2D_2)+OC=2\times(0.53+0.33)+0.6\approx 2.3(\text{m})$.

练习(P₄₁)

1. (1) 当 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{-\frac{2}{54\,000}}=9\,000\sqrt{3}$ 时, $y_{\text{最大值}}=4\,500$.

(2) 当 $y=0$ 时, $x=18\,000\sqrt{3}$. (负值舍去)

答: (1) 炮弹能达到的最大高度为 $4\,500\text{ m}$; (2) 炮弹最远射程是 $18\,000\sqrt{3}\text{ m}$.

2. 二次函数 $y=-0.1x^2+2.6x+43$ 的对称轴是 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{2.6}{2\times(-0.1)}=13$.

(1) $\because a=-0.1<0$, $\therefore$ 当 $0\leq x<13$ 时, y 随 x 的增大而增大, 即当 $0\leq x<13$ 时, 学生的接受能力逐渐增强; 当 $13\leq x\leq 30$ 时, y 随 x 的增大而减少, 即当 $13\leq x\leq 30$ 时, 学生的接受能力逐渐降低.

(2) 当 $x=10$ 时, $y=-0.1\times 10^2+2.6\times 10+43=59$. 即第 10 min 时, 学生的接受能力是 59 .

(3) 第 13 min 时, 学生的接受能力最强.

3. (1) 二次函数的顶点坐标是 $(150, 1)$, 故设二次函数的表达式为 $Q=a(t-150)^2+1$, 把 $(250, 1.5)$ 代入得 $1.5=a(250-150)^2+1$, 解得 $a=\frac{1}{20\,000}$,

$\therefore$ 种植成本 Q 与时间 t 的函数表达式为 $Q=\frac{1}{20\,000}(t-150)^2+1$.

(2) 西红柿上市 150 天, 其种植成本最低, 最低成本是 1 元/千克.

[教材课后习题答案]

习题 21.4(P₄₂)

1. (1) 当 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2\times\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}$ 时, $y_{\text{最小值}}=$

$$\frac{4\times\frac{\sqrt{3}}{2}-(-\frac{\sqrt{3}}{2})^2}{4\times\frac{1}{3}}=2-\frac{\sqrt{3}}{4}.$$

(2) 当 $x=0.5$ 时, $y_{\text{最大值}}=(0.5+1)\times(2-0.5)=2.25$.

2. (1) 由题意得: $y=60\times(1-10\%)(1+x)(1+x)$, 即 $y=54(1+x)^2$.

(2) 当 $y=81$ 时, $81=54(1+x)^2$, 解得 $x_1=\frac{\sqrt{6}}{2}-1\approx$

$0.225=22.5\%$, $x_2=-\frac{\sqrt{6}}{2}-1\approx -2.225$ (舍去).

答: 三、四月份平均月增长率应是 22.5% .

3. 设每件商品涨价 x 元, 每周获得利润为 y 元, 则 $y=(10+x)(50-5x)-8(50-5x)=-5(x-4)^2+180$, 当 $x=4$ 时, $y_{\text{最大值}}=180$.

答: 每件涨价 4 元, 才能使每周得到的利润最多.

4. (1) 由题意设二次函数的表达式为 $y=a(x-4)^2+3$, 把 $(0, \frac{5}{3})$ 代入表达式得 $\frac{5}{3}=a(0-4)^2+3$, 解得 $a=-\frac{1}{12}$, 所以铅球运行高度 y 与水平距离 x 之间的函数表达式为 $y=-\frac{1}{12}(x-4)^2+3$.

(2) 当 $y=0$ 时, $-\frac{1}{12}(x-4)^2+3=0$, 解得 $x_1=10$, $x_2=-2$ (舍去).

所以此次铅球被推出的距离 OC 是 10 m .

5. 由题意设二次函数的表达式为 $y=a(x-20)^2+16$, 把 $(0, 0)$ 代入表达式得 $0=400a+16$, 解得 $a=-0.04$, 所以二次函数的表达式为 $y=-0.04(x-20)^2+16$. 当 $x=15$ 时, $y=-0.04\times(15-20)^2+16=15$.

答: 如果在距离跨度中心点 M 5 m 处竖铁柱支撑拱顶, 该铁柱的长度应是 15 m .

21.5 反比例函数

[教材课上思考答案]

练习(P₄₄)

1. (1) $S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$, S 与 a 不成反比例关系.

(2) $h=\frac{150}{S}$, h 与 S 成反比例关系.

(3) $y=\frac{90}{x}$, y 与 x 成反比例关系.

2. (1) 设 ρ 与 V 的函数表达式为 $\rho=\frac{k}{V}$, 根据题意得 $1.43=\frac{k}{10}$, 解得 $k=14.3$, 所以 ρ 与 V 的函数表达式为 $\rho=\frac{14.3}{V}$.

(2) 当 $V=2\text{ m}^3$ 时, $\rho=\frac{14.3}{2}=7.15\text{ kg/m}^3$.

答: 氧气的密度是 7.15 kg/m^3 .

练习(P₄₇)

1. (1) $x\neq 0$ < > (2) 增大 增大 (3) 1 2
-1 -2

2. 不会. 理由: 设 P 点坐标为 (x_0, y_0) ,

$\therefore$ 点 P 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上,

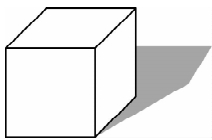
$$\therefore k = x_0 y_0,$$

$$\therefore S_{\triangle OPQ} = \frac{1}{2} |x_0 y_0| = \frac{|k|}{2},$$

$\therefore \triangle OPQ$ 的面积不会因点 P 位置的变化而变化.

3. 如答图 9 所示, 设点 A 的坐标为 $(a, \frac{2}{a})$, AB 与 y 轴交于点 E .

$$\because AB \parallel x \text{ 轴}, \therefore \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (-\frac{3a}{2}, \frac{2}{a}). \therefore S_{\square ABCD} = AB \cdot OE = (a + \frac{3a}{2}) \cdot \frac{2}{a} = 5.$$



答图 9

[教材课后习题答案]

习题 21.5 (P₄₈)

1. (1) $Q = \frac{300}{t} (t > 0)$; (2) $Q = \frac{300}{25} = 12 (\text{m}^3/\text{min})$.

2. $y = \frac{24}{x} (x > 0)$.

3. 设 $3 - y = \frac{k}{x+1}$, 由题意得 $3 - 2 = \frac{k}{1+1}$, $\therefore k = 2$.

$$\therefore 3 - y = \frac{2}{x+1}, \text{ 即 } y = 3 - \frac{2}{x+1}.$$

4. ②④⑥

5. 设点 A 的坐标为 $(x_1, \frac{9}{x_1})$, 点 B 的坐标为 $(x_2, \frac{9}{x_2})$. 所

以 $S_1 + S_2 = x_1 \cdot \frac{9}{x_1} = 9$, $S_3 + S_2 = x_2 \cdot \frac{9}{x_2} = 9$. 又 $S_2 = 3$, 所以 $S_1 = 6$, $S_3 = 6$, 所以 $S_1 + S_3 = 12$.

6. (1) 反比例函数的表达式为 $y = \frac{k}{x}$, 把点 $N(-1, -4)$

代入得 $-4 = \frac{k}{-1}$, $k = 4$.

所以反比例函数的表达式为 $y = \frac{4}{x}$,

把点 $M(2, m)$ 代入 $y = \frac{4}{x}$ 得 $m = \frac{4}{2} = 2$,

把 $(2, 2)$, $(-1, -4)$ 代入 $y = ax + b$ 得 $\begin{cases} 2a + b = 2, \\ -a + b = -4, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = 2, \\ b = -2. \end{cases}$ 所以一次函数的表达式为 $y = 2x - 2$.

(2) 由图象可知当 $x < -1$ 或 $0 < x < 2$ 时, 反比例函数值大于一次函数值.

(3) $S_{\triangle OMN} = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 3$.

7. 设反比例函数与正比例函数表达式分别为 $y = \frac{k}{x}$ 与

$y = mx$, 把 $(-3, 4)$ 代入两个表达式得 $4 = \frac{k}{-3}$, $4 =$

$-3m$, 解得 $k = -12$, $m = -\frac{4}{3}$,

所以反比例函数与正比例函数表达式分别为 $y = -\frac{12}{x}$

与 $y = -\frac{4}{3}x$.

8. D

9. (1) 当 $k_1 k_2 > 0$ 时, 直线与双曲线有两个交点.

(2) $\because A(1, 2), \therefore B(-1, -2)$.

(3) 双曲线的两支成轴对称, 对称轴的函数表达式为 $y = x$ 或 $y = -x$.

A 组复习题 (P₅₆)

1. $V = h \cdot \pi \left(\frac{C}{2\pi} \right)^2 = \frac{h}{4\pi} C^2$.

2. (1) 全体实数.

(2) 由题意得 $4x^2 - 4x + 2 \neq 0$.

$$4x^2 - 4x + 2 = 4 \left(x^2 - x + \frac{1}{4} \right) - 1 + 2 = 4 \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 + 1.$$

$$\therefore 4x^2 - 4x + 2 \geq 1 \neq 0.$$

$$\therefore y = \frac{x^2}{4x^2 - 4x + 2} \text{ 中自变量 } x \text{ 的取值范围是全体实数.}$$

(3) 由题意得 $\begin{cases} x - 3 \geq 0, \\ 5 - x \geq 0, \end{cases}$ 解得 $3 \leq x \leq 5$,

$$\therefore y = \sqrt{x-3} + \sqrt{5-x} \text{ 中自变量 } x \text{ 的取值范围是 } 3 \leq x \leq 5.$$

3. 第一行: 向上; y 轴; $(0, 0)$; $x < 0$

第二行: 向上; 直线 $x = 1$; $(1, 0)$; $x < 1$

第三行: 向上; y 轴; $(0, -2)$; $x < 0$

第四行: 向上; 直线 $x = -2$; $(-2, 1)$; $x < -2$

第五行: 向下; 直线 $x = 3$; $(3, -2)$; $x > 3$

4. (1) 抛物线的开口向上, 顶点坐标为 $(3, -1)$, 对称轴为直线 $x = 3$.

(2) 当 $x = 3$ 时, $y_{\text{最小值}} = -1$.

(3) 当 $x < 3$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减小; 当 $x > 3$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而增大.

(4) 当 $y = 0$ 时, $\frac{1}{2}(x-3)^2 - 1 = 0$, 解得 $x_1 = \sqrt{2} + 3$,

$x_2 = -\sqrt{2} + 3$. 即当 $x = \pm\sqrt{2} + 3$ 时, 函数 y 等于 0.

5. $y = ax^2, y = ax^2 + k, y = a(x+h)^2, y = a(x+h)^2 + k$

它们的形状相同, 开口方向相同;

$$y = ax^2 \xrightarrow[k < 0, \text{向下平移 } |k| \text{ 个单位}]{k > 0, \text{向上平移 } |k| \text{ 个单位}} y = ax^2 + k;$$

$$y = ax^2 \xrightarrow[h < 0, \text{向右平移 } |h| \text{ 个单位}]{h > 0, \text{向左平移 } |h| \text{ 个单位}} y = a(x+h)^2;$$

$$y = ax^2 \xrightarrow[\text{上下平移 } |k| \text{ 个单位, } k > 0, \text{向上}, k < 0, \text{向下}]{\text{左右平移 } |h| \text{ 个单位, } h > 0, \text{向右}, h < 0, \text{向左}} y = a(x+h)^2 + k.$$

6. (1) $\pm 4\sqrt{3}$ (2) 0 0 0 (3) $(-2, 0)$

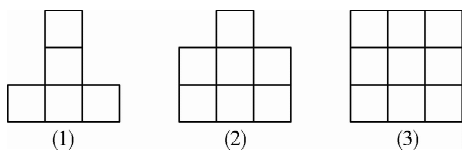
7. (1) 图象如答图 10(1):

由图象知方程的两个根为 $x_1 = 1.0, x_2 = 2.0$.

(2) 图象如答图 10(2):

由图象可知方程的两个根为 $x_1 = 0.5, x_2 = 1.0$.

8. 设整个窗户的宽为 x m, 窗户透过的面积为 y m², 那么



答图 10

窗户的高为 $\frac{6-3x}{2}$ m, 根据题意得

$$y = x \cdot \frac{6-3x}{2}, \text{ 即 } y = -\frac{3}{2}x^2 + 3x.$$

当 $x=1$ 时, $y_{\text{最大值}} = -\frac{3}{2} + 3 = 1.5$.

此时高为 $\frac{6-3x}{2} = 1.5$.

答: 当整个窗户的宽为 1 m, 高为 1.5 m 时, 窗户能透过的光线最多.

9. 设 $BQ=x$, 则 $CQ=DR=AS=BP=a-x$, 正方形 $PQRS$ 的面积为 y , 根据题意得

$$y = a^2 - x \times (a-x) \times \frac{1}{2} \times 4,$$

即 $y = 2x^2 - 2ax + a^2$. 当 $x = \frac{a}{2}$ 时, $y_{\text{最小值}} = \frac{a^2}{2}$.

答: 要使这个正方形的面积最小, 所截取的四条线段每条应该是 $\frac{a}{2}$.

10. 设应增加 x 人, 旅行社收入为 y 元, 根据题意得 $y = (30+x)(5000-100x) = -100x^2 + 2000x + 150000$.

当 $x=10$ 时, $y_{\text{最大值}} = (30+10) \times (5000-100 \times 10) = 160000$.

答: 应增加 10 人, 能使该旅行社一次收入最多, 最多是 160000 元.

11. (1) 设每千克售价为 y_1 元, 成本为 y_2 元, 当 $x=3$ 时, $y_1 = -\frac{2}{3}x + 7 = -\frac{2}{3} \times 3 + 7 = 5$.

$$y_2 = \frac{1}{3}(x-6)^2 + 1 = \frac{1}{3} \times (3-6)^2 + 1 = 4.$$

$\therefore y_1 - y_2 = 5 - 4 = 1$ (元).

即在 3 月份出售这种蔬菜, 每千克收益是 1 元.

(2) 设每千克的收益为 y 元, 则 $y = y_1 - y_2$

$$= -\frac{2x}{3} + 7 - \left[\frac{1}{3}(x-6)^2 + 1 \right] = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{10}{3}x - 6$$

$$= -\frac{1}{3}(x-5)^2 + \frac{7}{3}.$$

当 $x=5$ 时, y 最大.

所以在 5 月份出售这种蔬菜收益最大.

12. (1) 当 $x=0$ 时, $y = -x^2 + (k-1)x + 4 = 4$, 所以 $A(0, 4)$.

$$S_{\triangle AOB} = 6 = \frac{1}{2}|BO| \cdot |AO|, \text{ 解得 } |BO| = 3, \therefore B(-3, 0).$$

(2) 当 $x=-3$ 时, $y = -x^2 + (k-1)x + 4 = 0$, 解得 $k = -\frac{2}{3}$, 所以 $y = -x^2 - \frac{5}{3}x + 4$.

(3) 略.

13. $\therefore$ 正比例函数 $y=x$ 与反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象交于 A, C 两点,

$$\therefore \begin{cases} y=x, \\ y=\frac{1}{x}, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x_1=1, \\ y_1=1, \end{cases} \begin{cases} x_2=-1, \\ y_2=-1, \end{cases}$$

因此 $A(1, 1), C(-1, -1), B(1, 0), D(-1, 0)$.

$$\therefore BD = |x_D - x_B| = |-1 - 1| = 2.$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle CBD} = 2S_{\triangle ABD} = 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 2.$$

B 组复习题 (P₅₉)

1. (1) C (2) B (3) C (4) C

2. 设平移后的二次函数表达式为 $y = \frac{1}{2}(x-t)^2 + t^2$, 把

$$(2, 4) \text{ 代入表达式得 } 4 = \frac{1}{2}(2-t)^2 + t^2,$$

$$\text{解得 } t_1 = -\frac{2}{3}, t_2 = 2.$$

所以平移后的二次函数表达式为 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 4$

$$\text{或 } y = \frac{1}{2}\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{4}{9}.$$

3. 以水面为 x 轴, 以 OA 为 y 轴建立直角坐标系, 设在第一象限内的二次函数表达式为 $y = a(x-1)^2 + 2.25$, 把 $A(0, 1.25)$ 代入表达式得

$$1.25 = a(0-1)^2 + 2.25,$$

解得 $a = -1$.

所以第一象限内的二次函数的表达式为 $y = -(x-1)^2 + 2.25$.

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } 0 = -(x-1)^2 + 2.25,$$

解得 $x_1 = 2.5, x_2 = -0.5$ (舍去),

所以水池的半径至少要为 2.5 m, 才能使水不落到池外.

4. 由题意可设 A, B 两点的坐标分别为 $A(1, k), B\left(2, \frac{k}{2}\right)$.

则直线 AB 的方程为 $y = -\frac{k}{2}(x-1) + k$.

令 $y=0$, 则 $-\frac{k}{2}(x-1) + k = 0, x=3$. $\therefore C$ 点坐标为 $(3, 0)$.

$$\text{又 } S_{\triangle AOC} = 6, \therefore \frac{1}{2} \times 3 \times k = 6, \therefore k = 4.$$

5. (1) 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象在一、三象限, 且

在每一个象限内 y 随 x 的增大而减小, $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 在第三象限内, (x_3, y_3) 在第一象限内, 所以 $y_1 < 0, y_2 < 0, y_3 > 0$, 而 $x_1 < x_2$, 所以 $y_1 > y_2$, 即 $y_3 > y_1 > y_2$.

(2) 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ 的图象在二、四象限内,

且在每一个象限内 y 随 x 的增大而增大.

分三种情况:

- ①当 $x_1 < x_2 < 0$ 时, $y_1 < y_2$;
 ②当 $0 < x_1 < x_2$ 时, $y_1 < y_2$;
 ③当 $x_1 < 0 < x_2$ 时, $y_1 > 0, y_2 < 0$, 所以 $y_1 > y_2$.

6. (1) 设所求的函数表达式为 $y = a(x - k)^2 + m$.
 $\therefore$ 当 $x = 2$ 时, 最小值为 -3 , $\therefore y = a(x - 2)^2 - 3$.
 又 $\therefore$ 图象过点 $(0, 1)$, $\therefore$ 把 $x = 0, y = 1$ 代入解得 $a = 1$,
 因此所求的函数表达式为 $y = (x - 2)^2 - 3$.
 (2) 当 $m > 1$ 时, $y_1 < y_2$; 当 $m < 1$ 时, $y_1 > y_2$; 当 $m = 1$ 时, $y_1 = y_2$.

7. (1) 设所求的函数表达式为 $y = \frac{k}{x}$.
 $\therefore A(0, 3), B(-4, 0)$,
 $\therefore$ 在 $\text{Rt} \triangle ABO$ 中, $BO = 4, AO = 3, \therefore AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = 5$.
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore AB = BC = 5$,
 因此 $C(-4, -5)$.

把 $x = -4, y = -5$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 解得 $k = 20$.

因此所求的函数表达式为 $y = \frac{20}{x}$.

(2) 设 $P(x, y)$, 根据题意得 $S_{\triangle COD} = \frac{1}{2} OD \cdot BO$,

$$S_{\triangle AOP} = \frac{1}{2} OA \cdot |x|,$$

$$\therefore \frac{1}{2} OD \cdot BO = \frac{1}{2} OA \cdot |x|.$$

$$\therefore OD = 2, OA = 3, OB = 4,$$

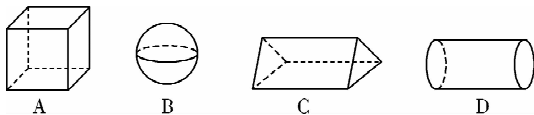
$$\therefore x = \pm \frac{8}{3}, \text{把 } x = \pm \frac{8}{3} \text{ 代入 } y = \frac{20}{x},$$

$$\text{解得 } y = \pm \frac{15}{2}, \text{因此 } P\left(\frac{8}{3}, \frac{15}{2}\right), P'\left(-\frac{8}{3}, -\frac{15}{2}\right).$$

8. $\frac{2}{3}$

C 组复习题(P₆₁)

1. 图象如答图 11:



答图 11

- (1) 当 $y = 0$ 时, $-2x^2 + 3x + 5 = 0$, 解得 $x_1 = -1, x_2 = 2.5$.
 所以当 $x = -1$ 或 $x = 2.5$ 时, $y = 0$.
 (2) 当 $-1 < x < 2.5$ 时, $y > 0$.
 (3) 当 $x < -1$ 或 $x > 2.5$ 时, $y < 0$.
 2. (1) $y = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1$.
 $x = 2$ 在 $0 \leq x \leq 3$ 这个范围内, 所以 $x = 2$ 时, $y_{\text{最小值}} = 1$,
 当 $x = 0$ 时, $y_{\text{最大值}} = 5$.
 (2) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 4$

$$= -\frac{1}{2}(x^2 - 8x + 16) + 8 - 4$$

$$= -\frac{1}{2}(x - 4)^2 + 4.$$

$x = 4$ 在 $1 \leq x \leq 5$ 这个范围内,

所以当 $x = 4$ 时, $y_{\text{最大值}} = 4$,

当 $x = 1$ 时, $y_{\text{最小值}} = -\frac{1}{2}$.

$$(3) y = -x^2 + 2x + 2$$

$$= -(x - 1)^2 + 3.$$

当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而减小.

$\therefore$ 当 $x = 4$ 时, $y_{\text{最小值}} = -6$, 无最大值.

3. 设 x h 后, 两船间距离为 y n mile, 则 $y = \sqrt{(125 - 20x)^2 + (15x)^2}$, 当 $x = 4$ 时, $y_{\text{最小}} = 75$, 即 4 h 后两船距离最近为 75 n mile.

4. (1) 由题意得

$$\begin{cases} y = 2x + b, \\ y = x^2 - 2x + 3, \end{cases}$$

$$\text{则 } 2x + b = x^2 - 2x + 3,$$

$$\text{即 } x^2 - 4x + 3 - b = 0,$$

当两个图象有一个公共点时, $x^2 - 4x + 3 - b = 0$ 有一个解, 则 $\Delta = (-4)^2 - 4(3 - b) = 0$, 解得 $b = -1$;

当两个图象有两个公共点时, $x^2 - 4x + 3 - b = 0$ 有两个解, 则 $\Delta = (-4)^2 - 4(3 - b) > 0$, 解得 $b > -1$.

所以当 $b = -1$ 时, 两个图象有一个公共点; 当 $b > -1$ 时, 两个图象有两个公共点.

$$(2) \text{由题意得 } \begin{cases} y = 2x + b, \\ y = -\frac{2}{x}, \end{cases}$$

$$\text{则 } -\frac{2}{x} = 2x + b, \text{即 } 2x^2 + bx + 2 = 0.$$

当两个图象有一个公共点时, $2x^2 + bx + 2 = 0$ 有一个解, 则 $\Delta = b^2 - 4 \times 2 \times 2 = 0$, 解得 $b = \pm 4$;

当两个图象有两个公共点时, $2x^2 + bx + 2 = 0$ 有两个解,

则 $\Delta = b^2 - 4 \times 2 \times 2 > 0$, 解得 $b > 4$ 或 $b < -4$.

所以当 $b = \pm 4$ 时, 两个图象有一个公共点; 当 $b > 4$ 或 $b < -4$ 时, 两个图象有两个公共点.

$$5. (1) x = \frac{a_1 + a_2}{2} \text{ 时, } y_{\min} = \frac{(a_1 - a_2)^2}{2}.$$

$$(2) x = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} \text{ 时,}$$

$$y_{\min} = \frac{(a_1 - a_2)^2 + (a_2 - a_3)^2 + (a_3 - a_1)^2}{3}.$$

$$(3) x = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n} \text{ 时,}$$

$$y_{\min} = \frac{(a_1 - a_2)^2 + (a_2 - a_3)^2 + \cdots + (a_n - a_1)^2}{n}.$$

6. 设点 $P(x, y)$ 在直线 $x + y = 2$ 上且与原点距离最近,
 则 $OP = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (2 - x)^2}$.

当 $x = 1$ 时, OP 最小为 $\sqrt{2}$, 即点 P 的坐标为 $(1, 1)$.

第22章 相似形

22.1 比例线段

[教材课上思考答案]

练习(P₆₄)

1. 不相似. 理由如下:

$$\because \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{3}{2.5} = \frac{6}{5}, \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{1}{1.5} = \frac{2}{3}, \therefore \frac{AB}{A_1B_1} \neq \frac{BC}{B_1C_1},$$

$$\therefore \text{矩形 } ABCD \text{ 和矩形 } A_1B_1C_1D_1 \text{ 不相似.}$$

2. 不相似. 理由如下:

$$\because \angle A = 60^\circ, \angle A_1 = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle A \neq \angle A_1,$$

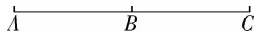
$\therefore$ 菱形 $ABCD$ 和菱形 $A_1B_1C_1D_1$ 不相似.

3. 图形(B)是由图形(1)放大得到的;图形(E)是由图形(2)缩小得到的.

练习(P₆₆)

1. (1)D (2)C (3)C

2. 如答图 12 所示,



答图 12

$$(1) AC: AB = 2. (2) AB: BC = 1. (3) BC: AC = \frac{1}{2}.$$

练习(P₆₉)1. 设这个零件的实际长为 x cm, 则有 $\frac{1}{50} = \frac{32}{x}$, 解得: $x = 1\ 600$.

答: 这个零件的实际长是 1 600 cm.

2. 因为 $a:b=c:d$, 所以 $2.4:3.6=5.4:d$, 所以 $d=8.1$ cm.

$$3. \text{ 由 } 5x - 4y = 0 \text{ 得: } 5x = 4y, \text{ 即 } \frac{x}{y} = \frac{4}{5}, \text{ 则有 } \frac{x+y}{y} = \frac{4+5}{5} = \frac{9}{5}.$$

$$4. \text{ 因为 } \frac{a-b}{b} = \frac{2}{3}, \text{ 所以 } \frac{a-b+b}{b} = \frac{2+3}{3}, \text{ 即 } \frac{a}{b} = \frac{5}{3}.$$

$$5. \text{ 在等式 } ad = bc \text{ 两边同时乘以 } \frac{1}{ab} \text{ 得 } \frac{d}{b} = \frac{c}{a}, \text{ 即 } d:b = c:a.$$

还可以得到以下比例式子:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \frac{b}{a} = \frac{d}{c}, \frac{c}{a} = \frac{d}{b}.$$

$$6. \because \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{3}{5}, \text{ 且 } b+d+f \neq 0,$$

$$\therefore \text{ 由等比性质得, } \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{3}{5}.$$

7. 由 $BC = AC + 2$ 可知 $BC > AC$, 如答图 13 所示, 由黄金分割的概念, 得 $\frac{BC}{AB} =$ 答图 13

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2}, \text{ 即 } BC = \frac{\sqrt{5}-1}{2} AB, \therefore AC = AB - BC = \frac{3-\sqrt{5}}{2} AB.$$

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{\frac{3-\sqrt{5}}{2} AB}{AB} = \frac{3-\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore AB = \frac{3+\sqrt{5}}{2} AC. \therefore \frac{3+\sqrt{5}}{2} AC - AC = AC + 2, \therefore AC = \sqrt{5} + 1.$$

练习(P₇₁)

$$1. \because DE \parallel BC, \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}, \therefore \frac{AD}{14} = \frac{11}{18},$$

$$\therefore AD = \frac{14 \times 11}{18} = \frac{77}{9}.$$

2. 过点 A 作直线 $FG \parallel BC$,

$$\because DE \parallel BC, \therefore DE \parallel BC \parallel FG, \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC},$$

$$\therefore \frac{2}{5} = \frac{AE}{6}, \therefore AE = \frac{12}{5}.$$

$$3. \because l_1 \parallel l_2 \parallel l_3, \therefore \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}.$$

$$\text{又 } \because \frac{AB}{BC} = \frac{3}{2}, \therefore \frac{DE}{EF} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore DE = 6, \therefore EF = 4, \therefore DF = DE + EF = 6 + 4 = 10.$$

$$4. \because l_1 \parallel l_2 \parallel l_3, \therefore \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}, \therefore \frac{a}{b} = \frac{DE}{c}, \therefore DE = \frac{ac}{b}.$$

$$5. \text{ 根据题意得: } \frac{2}{6} = \frac{1.5}{EC}, \text{ 解得: } EC = 4.5.$$

6. $\because AD$ 是三角形 ABC 的中线, $AE = EF = FC$,

$$\therefore \frac{CD}{BC} = \frac{CF}{CE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore DF \parallel BE, \therefore \frac{AG}{AD} = \frac{AE}{AF} = \frac{CF}{CE} = \frac{1}{2}.$$

[教材课后习题答案]

习题 22.1 (P₇₂)

$$1. (1) \because \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{5}{7}, \therefore \frac{2a}{2b} = \frac{-c}{-d} = \frac{7e}{7f} = \frac{5}{7},$$

$$\text{又 } \because 2b - d + 7f \neq 0, \therefore \frac{2a - c + 7e}{2b - d + 7f} = \frac{5}{7}.$$

$$(2) \because \frac{x+y}{z} = \frac{x+z}{y} = \frac{y+z}{x} = k, \text{ 且 } x+y+z \neq 0,$$

$$\therefore \frac{(x+y) + (x+z) + (y+z)}{x+y+z} = \frac{2(x+y+z)}{x+y+z} = 2.$$

$$\therefore k = 2.$$

2. 四边形 $ABCD$ 的周长是 128 cm.

$$3. \frac{AP}{AB} = \frac{2}{7}.$$

4. $\because DE \parallel BC, EF \parallel AB$,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}, \frac{BF}{BC} = \frac{AE}{AC}, \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{BF}{BC}.$$

又 $\because DE \parallel BC, EF \parallel AB$, $\therefore$ 四边形 $BDEF$ 是平行四边形,

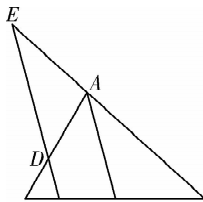
$$\therefore DE = BF, \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{BF}{BC} = \frac{DE}{BC}.$$

$$5. \because l_1 \parallel l_2 \parallel l_3, \therefore \frac{AM}{BM} = \frac{CM}{DM} = \frac{EK}{KF}.$$

$$\therefore AM = 3, MB = 5, CM = 4.5,$$

$$\therefore \frac{3}{5} = \frac{4.5}{DM} = \frac{EK}{KF}, \therefore DM = 7.5,$$

$$\text{又 } \because EF = 16, \therefore EK = 6, KF = 10.$$

6. 过点 E 作 $EF \parallel BC$, 交边 CD 于点 F, 点 F 就是所求的点.7. (1) 过点 P 作 OB 的平行线 PC 交 OA 于点 C;(2) 在射线 OA 上截取 $CE = 2OC$;(3) 连接并延长 EP 交 OB 于点 F. EF 为所求的直线.8. 如答图 14, $\therefore DN \parallel AM$,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{MN}{BM'}$$

$$\therefore EN \parallel AM, \therefore \frac{MN}{CM} = \frac{AE}{AC}$$

又 $\because AM$ 是三角形 ABC 的中线,

$$\therefore CM = BM, \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

9. 如答图 15 所示, 过点 D 作 $DF \parallel$

$$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{2}{3}, \therefore \frac{EF}{FC} = \frac{2}{3}.$$

设 $EF = 2a$, 则 $FC = 3a$, $EC = 5a$.

$$\therefore \frac{AG}{GD} = \frac{4}{1}, \therefore \frac{AE}{EF} = \frac{4}{1},$$

$$\therefore AE = 8a.$$

$$\therefore \frac{AE}{EC} = \frac{8a}{5a} = \frac{8}{5}.$$

10. 分别过点 D 作 $DE \parallel AC$ 交 AB 于点 E , 作 $DF \parallel AB$ 交 AC 于点 F , 如答图 16 所示.

$$\therefore DE \parallel AC, DF \parallel AB,$$

$$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{BE}{AE} = \frac{AF}{CF} = \frac{BD}{CD},$$

$$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{BE}{AE} = \frac{AF}{CF}$$

$\therefore AD$ 是三角形 ABC 的角平分线,

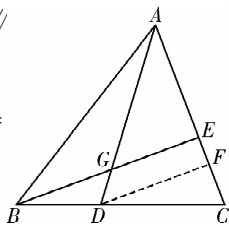
$$\therefore \angle EAD = \angle FAD, \therefore DE \parallel AC,$$

$$\therefore \angle EDA = \angle FAD, \therefore \angle EDA = \angle EAD, \therefore AE = ED.$$

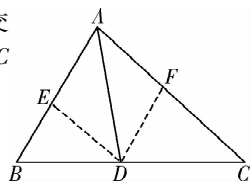
$\therefore DE \parallel AC, DF \parallel AB, \therefore$ 四边形 $AEDF$ 是菱形,

$$\therefore AE = AF, \therefore \frac{BD}{CD} = \frac{BE}{AF} = \frac{AE}{CF},$$

$$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{BE + AE}{AF + CF} = \frac{AB}{AC}, \therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}.$$



答图 15



答图 16

22.2 相似三角形的判定

[教材课上思考答案]

练习(P₇₈)

(1)(2)(4) 成立, (3) 不成立.

练习(P₇₉)

1. (1) $\because AB = AC, A'B' = A'C',$
 $\therefore \angle B = \angle C, \angle B' = \angle C',$
 $\therefore \angle A = \angle A',$
 $\therefore \angle B = \angle B', \angle C = \angle C',$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'.$

(2) $\because AB = AC, A'B' = A'C',$
 $\therefore \angle B = \angle C, \angle B' = \angle C',$
 $\therefore \angle B = \angle B', \therefore \angle C = \angle C',$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'.$

2. $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 相似, 理由如下:

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1, \triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_2B_2C_2,$$

$$\therefore \angle A = \angle A_1, \angle B = \angle B_1, \angle A_1 = \angle A_2, \angle B_1 = \angle B_2,$$

$$\therefore \angle A = \angle A_2, \angle B = \angle B_2,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A_2B_2C_2.$$

3. $\triangle DOC$ 与 $\triangle BOA$ 相似, 对应边成比例的式子:

$$\frac{OD}{OB} = \frac{OC}{OA} = \frac{DC}{BA}.$$

练习(P₈₀)

1. (1) 这两个三角形相似, 理由如下:

$$\therefore \frac{AB}{EF} = \frac{1.5}{2.1} = \frac{5}{7}, \frac{AC}{DE} = \frac{2}{2.8} = \frac{5}{7}, \therefore \frac{AB}{EF} = \frac{AC}{DE}$$

$$\text{又} \because \angle A = \angle E = 48^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EFD.$$

(2) 这两个三角形相似, 理由如下:

$$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{7}{3}, \frac{AC}{DF} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}, \therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$$

$$\text{又} \because \angle A = \angle D = 120^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF.$$

2. 这两个直角三角形相似, 理由如下:

在 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ 中, 由勾股定理求出另一条直角边为

$$\sqrt{25^2 - 15^2} = 20,$$

$$\therefore \frac{3}{15} = \frac{4}{20}, \therefore \text{Rt}\triangle ABC \text{ 与 } \text{Rt}\triangle A'B'C' \text{ 相似}.$$

练习(P₈₂)

1. (1) 如答图 17, $\because \angle A = \angle A,$

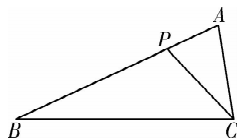
$$\therefore \text{当 } \angle ACP = \angle B \text{ 时},$$

$$\triangle ACP \sim \triangle ABC.$$

$$(2) \because \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \text{当 } AP : AC = AC : AB \text{ 时},$$

$$\triangle ACP \sim \triangle ABC.$$



答图 17

$$2. \because AE = 4, CE = \frac{8}{3}, AD = 3, BD = 2,$$

$$\therefore AC = AE + CE = 4 + \frac{8}{3} = \frac{20}{3},$$

$$AB = AD + BD = 3 + 2 = 5.$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{4}{\frac{20}{3}} = \frac{3}{5}, \frac{AD}{AB} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB},$$

$$\text{又} \because \angle A = \angle A, \therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}, \therefore \frac{3}{5} = \frac{2.4}{BC},$$

$$\therefore BC = 4(\text{cm}).$$

3. 不唯一, 有三种情况:

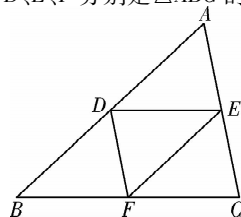
当 4 与三角形中 8 是对应边时, 另一个三角形中的其余两边长为 5, 6;

当 4 与三角形中 10 是对应边时, 另一个三角形中的其余两边长为 $\frac{16}{5}, \frac{24}{5}$;

当 4 与三角形中 12 是对应边时, 另一个三角形中的其余两边长为 $\frac{8}{3}, \frac{10}{3}$.

4. 相似, 理由如下:

如答图 18, $\because D, E, F$ 分别是 $\triangle ABC$ 的三边中点,



答图 18

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC, EF = \frac{1}{2}AB, DF = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{DF}{AC} = \frac{EF}{AB} = \frac{1}{2}, \therefore \triangle DEF \sim \triangle CBA.$$

练习(P₈₄)

1. $\triangle ABF \sim \triangle ACE, \triangle BDE \sim \triangle CDF$.

2. (1) $\because \angle C = 90^\circ, CD \perp AB$,

$$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ, \angle BCD + \angle B = 90^\circ, \therefore \angle A = \angle BCD.$$

$$\text{又} \because \angle ADC = \angle CDB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle CDB, \therefore \frac{CD}{AD} = \frac{BD}{CD}, \therefore CD^2 = AD \cdot BD.$$

$$(2) \because \angle ACB = \angle CDB = 90^\circ, \text{又} \because \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \triangle ACB \sim \triangle CDB, \therefore \frac{AB}{CB} = \frac{BC}{BD}, \therefore CB^2 = AB \cdot BD.$$

同理可证: $AC^2 = AB \cdot AD$.

3. (1) 相似. 理由如下:

在 $\text{Rt} \triangle A'B'C'$ 中, 由勾股定理可得

$$A'C' = \sqrt{A'B'^2 - B'C'^2} = 12(\text{cm}).$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}, \frac{A'B'}{A'C'} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4},$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}.$$

$$\text{又} \because \angle C = \angle C' = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle ABC \sim \text{Rt} \triangle A'B'C'.$$

(2) 相似. 理由如下:

在 $\text{Rt} \triangle A'B'C'$ 中, 由勾股定理可得

$$A'B' = \sqrt{A'C'^2 + B'C'^2} = 15(\text{cm}).$$

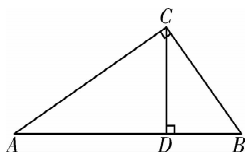
$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{5}{4}, \frac{A'B'}{A'C'} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4},$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}.$$

$$\text{又} \because \angle C = \angle C' = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle ABC \sim \text{Rt} \triangle A'B'C'.$$

4. 能. 如答图 19 所示, $AC^2 = AB \cdot AD, BC^2 = AB \cdot BD$,
则 $AC^2 + BC^2 = AB \cdot AD + AB \cdot BD = AB \cdot (AD + BD) =$
 $AB \cdot AB = AB^2$,
即 $AC^2 + BC^2 = AB^2$.



答图 19

[教材课后习题答案]

习题 22.2(P₈₅)

1. (1) 错误 (2) 正确

2. $\triangle BEO, \triangle CDO, \triangle CBE, \triangle BDC$.

3. (1) 这两个三角形相似, 理由如下:

$$\because \angle C = \angle C' = 90^\circ, \angle A = 25^\circ, \angle B' = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 90^\circ - \angle A = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle B'. \text{又} \because \angle C = \angle C',$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'.$$

(2) 这两个三角形相似, 理由如下:

$$\therefore \frac{AC}{A'C'} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}, \frac{BC}{B'C'} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'},$$

$$\text{又} \because \angle C = \angle C', \therefore \text{Rt} \triangle ABC \sim \text{Rt} \triangle A'B'C'.$$

(3) 这两个三角形相似, 理由如下:

$$\therefore \frac{AC}{A'C'} = \frac{15}{225} = \frac{1}{15}, \frac{BC}{B'C'} = \frac{12}{180} = \frac{1}{15}, \frac{AB}{A'B'} = \frac{10}{150} = \frac{1}{15},$$

$$\therefore \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AB}{A'B'}, \therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'.$$

$$4. \because CC' \parallel BB', \therefore \triangle ABB' \sim \triangle ACC', \therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BB'}{CC'},$$

$$\therefore \frac{38.5}{10\,000} = \frac{1}{CC'}, \therefore CC' = \frac{10\,000}{38.5} \approx 260(\text{mm}).$$

$$5. \because AC^2 = AD \cdot AB, \therefore \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AC}.$$

$$\text{又} \because \angle DAC = \angle CAB, \therefore \triangle DAC \sim \triangle CAB.$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ACB.$$

6. $\because AD$ 是直角三角形 ABC 斜边上的中线,

$$\therefore AD = CD, \therefore \angle C = \angle CAD.$$

$$\text{又} \because \angle CAD + \angle BAD = 90^\circ, \angle BAD + \angle EAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle EAB, \therefore \angle C = \angle EAB.$$

$$\text{又} \because \angle E = \angle E, \therefore \triangle BAE \sim \triangle ACE.$$

7. 设 $\triangle A'B'C'$ 的第三边长为 x , 则有 $\frac{\sqrt{2}}{1} = \frac{2}{x}$, 解得 $x =$

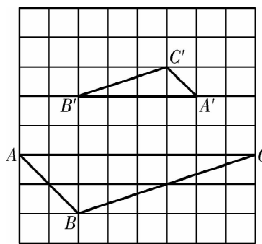
$\sqrt{2}$. 即 $\triangle A'B'C'$ 的第三边长为 $\sqrt{2}$.

8. $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的顶点都在格点上, 如答图 20 所示. 根据勾股定理得:

$$AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}, BC = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}, AC = 8,$$

$$A'C' = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}, B'C' = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}, A'B' = 4,$$

$$\text{则} \frac{AB}{A'C'} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2, \frac{BC}{B'C'} = \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = 2, \frac{AC}{A'B'} = \frac{8}{4} = 2,$$



答图 20

$$\therefore \frac{AB}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'B'}, \therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'.$$

9. $\because AE = 6, EC = 1.5, DB = 4, AB = 9$,

$$\therefore AC = AE + EC = 6 + 1.5 = 7.5, AD = AB - BD = 9 - 4 = 5,$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}, \frac{AD}{AC} = \frac{5}{7.5} = \frac{2}{3}, \therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}.$$

$$\text{又} \because \angle A = \angle A, \therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB, \therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AC} = \frac{2}{3}.$$

10. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形, $BF \perp AC, \therefore \angle AFB = \angle ADC = 90^\circ$.

$$\therefore \angle AED + \angle DAE = 90^\circ, \angle BAF + \angle DAE = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle AED = \angle BAF, \therefore \triangle AED \sim \triangle BAF, \therefore \frac{AB}{AF} = \frac{AE}{DE}$$

11. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形, $MN \perp AC$, $\therefore \angle COM = \angle ADC = 90^\circ$.

$\therefore \angle DAC = \angle MCO, \therefore \triangle OMC \sim \triangle DCA$.

22.3 相似三角形的性质

[教材课上思考答案]

练习(P₉₀)

1. $\because \triangle ABC \sim \triangle A'B'C', AE, A'E'$ 分别为 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的中线,

$$\therefore \frac{BC}{B'C'} = \frac{AE}{A'E'}, \text{ 则 } \frac{3.6}{6} = \frac{2.4}{A'E'}, \text{ 解得 } A'E' = 4 \text{ cm}.$$

2. 如答图 21, $\triangle ABC$ 的内接矩形为 $DEFG$, 设矩形的长为 x cm, 宽为 y cm,

$$\therefore DG \parallel BC, \therefore \triangle ADG \sim \triangle ABC, \therefore \frac{AK}{AH} = \frac{DG}{BC},$$

$$\therefore \frac{80-y}{80} = \frac{x}{120},$$

$$\therefore x = 120 - 1.5y,$$

$$\text{则矩形 } DEFG \text{ 的面积} = xy = y(120 - 1.5y) = -\frac{3}{2}y^2 + 120y = -\frac{3}{2}(y - 40)^2 + 2400,$$

$$\text{所以 } y = 40, x = 60 \text{ 时, 矩形的面积最大. 此时它的}$$

两边长分别为 60 cm, 40 cm.

3. $\because DE \parallel BC, \therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2, \therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{20} = \left(\frac{2}{5}\right)^2, \therefore S_{\triangle ADE} = \frac{16}{5}.$$

4. 周长比为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

[教材课后习题答案]

习题 22.3 (P₉₀)

1. $\because$ 三角形的三边比为 2:5:4, 那么与它相似的另一个三角形的三边比也为 2:5:4, 设另一个三角形的三边分别为 $2x, 5x, 4x$, 则有 $2x + 5x + 4x = 55$, 解得 $x = 5$.

$\therefore$ 另一个三角形的三边长分别为 10 cm, 25 cm, 20 cm.

2. $\because AB:A'B' = AC:A'C' = 4:5, \angle A = \angle A',$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C', \therefore \frac{BC}{B'C'} = \frac{4}{5}.$$

设 $BC = 4x$, 则 $B'C' = 5x$, 根据 $BC + B'C' = 45$ 得 $4x + 5x = 45$, 解得 $x = 5, \therefore B'C' = 25$.

3. $\because \angle A = \angle A', \angle B = \angle B', \therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C',$

$$\therefore \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}, \therefore \frac{5}{10} = \frac{AC}{8} = \frac{7}{B'C'},$$

$$\therefore AC = 4 \text{ cm}, B'C' = 14 \text{ cm}.$$

4. 两个相似三角形的一对对应边是 32 cm 和 12 cm, 则这两个相似三角形的相似比为 32:12 = 8:3.

(1) 相似三角形的周长比等于相似比即 8:3. 设两个相似三角形的周长分别为 $8x$ cm, $3x$ cm, 由题意得: $8x - 3x = 45$, 解得 $x = 9$,

$\therefore$ 这两个三角形的周长分别为 72 cm, 27 cm.

(2) 相似三角形的面积比等于相似比的平方即 64:9. 设两个相似三角形的面积分别为 $64y$ cm², $9y$ cm², 由题意得: $64y - 9y = 550$, 解得 $y = 10$,

$\therefore$ 这两个三角形的面积分别为 640 cm², 90 cm².

5. $\because AB \parallel CD, \therefore \triangle AOB \sim \triangle COD,$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle COD}} = \left(\frac{AO}{CO}\right)^2, \therefore \left(\frac{AO}{CO}\right)^2 = \frac{1}{4}, \therefore \frac{AO}{CO} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore S_{\triangle AOD} : S_{\triangle DOC} = AO : CO = 1 : 2,$$

$$\therefore S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} S_{\triangle DOC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10 (\text{cm}^2),$$

$$\therefore S_{\triangle ADC} = S_{\triangle AOD} + S_{\triangle DOC} = 10 + 20 = 30 (\text{cm}^2).$$

6. $\because DE \parallel BC, \therefore \triangle AED \sim \triangle ACB, \therefore \triangle AED$ 与 $\triangle ACB$ 的周长比为 2:3.

7. 三个小三角形相似, 由相似三角形性质得 $\frac{QP^2}{4} = \frac{PR^2}{9} =$

$$\frac{DE^2}{16}, \text{ 即 } \frac{BD^2}{4} = \frac{EC^2}{9} = \frac{DE^2}{16}, \therefore \frac{BD}{2} = \frac{EC}{3} = \frac{DE}{4},$$

$$\therefore \frac{BD}{2} = \frac{BD + EC + DE}{2 + 3 + 4} = \frac{BC}{9}, \therefore \frac{BD}{BC} = \frac{2}{9}, \text{ 即 } \frac{PQ}{BC} = \frac{2}{9}.$$

$$\text{又 } \frac{4}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{PQ}{BC}\right)^2 = \frac{4}{81}, \therefore S_{\triangle ABC} = 81.$$

8. (1) 在 $\square ABCD$ 中, $AB = DC, AB \parallel DC,$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle CDF.$$

$$\therefore AE : EB = 1 : 2, \therefore \frac{AE}{AB} = \frac{1}{3}, \text{ 即 } \frac{AE}{CD} = \frac{1}{3},$$

因此 $\triangle AEF$ 与 $\triangle CDF$ 的周长比等于相似比即 1:3.

(2) $\because \triangle AEF \sim \triangle CDF,$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle CDF}} = \left(\frac{AE}{CD}\right)^2 = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2 = \frac{1}{9}.$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} = 6, \therefore S_{\triangle CDF} = 54.$$

9. (1) $\because \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle C = \frac{1}{2} \angle ABC,$

$$\therefore \angle ABD = \angle C, \text{ 又 } \angle A = \angle A, \therefore \triangle ABD \sim \triangle ACB.$$

(2) $\because \triangle ABD \sim \triangle ACB, BD : BC = 4 : 7,$

$\therefore \triangle ABD$ 与 $\triangle ACB$ 的周长比为 4:7, 面积比为 16:49.

10. 设电线杆的高为 x m, 由相似可得:

$$\frac{0.12}{x} = \frac{0.6}{30}, \text{ 解得 } x = 6.$$

答: 电线杆的高是 6 m.

11. 4.2 m.

12. $\because AC = BC, \angle ACB = 90^\circ, \therefore \angle CAB = \angle CBA = 45^\circ,$

$$\text{又 } \because \angle PAB = \angle PBC, \therefore \angle CAB - \angle PAB = \angle CBA - \angle PBC, \text{ 即 } \angle CAP = \angle ABP,$$

$$\text{又 } \because \angle PCA = \angle PAB, \therefore \triangle ACP \sim \triangle BAP,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle BAP}}{S_{\triangle PCA}} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{1}\right)^2 = 2, \therefore S_{\triangle PAB} = 2S_{\triangle PCA}.$$

13. (1) $\triangle BCP \sim \triangle BER, \triangle PCQ \sim \triangle PAB, \triangle PCQ \sim \triangle RDQ, \triangle PAB \sim \triangle RDQ.$

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $ACED$ 都是平行四边形,

$$\therefore BC = AD = CE, AC \parallel DE, \therefore PB = PR, \frac{PC}{RE} = \frac{1}{2}.$$

又 $\because PC \parallel DR, \therefore \triangle PCQ \sim \triangle RDQ$.

$\because$ 点 R 是 DE 中点, $\therefore DR = RE$.

$$\therefore \frac{PQ}{QR} = \frac{PC}{DR} = \frac{PC}{RE} = \frac{1}{2}, \therefore QR = 2PQ.$$

又 $\because BP = PR = PQ + QR = 3PQ$,

$$\therefore BP : PQ : QR = 3 : 1 : 2.$$

14. 要保证两个小矩形都和原矩形相似, 那么 $\frac{AB}{AD} = \frac{AD}{DF}$,

$$\text{即 } \frac{AB}{AD} = \frac{AD}{\frac{1}{2}AB}, \text{ 则 } \frac{1}{2}AB^2 = AD^2, AD = \frac{\sqrt{2}}{2}AB.$$

所以当 $AD = \frac{\sqrt{2}}{2}AB$ 时, 这两个小矩形都和原矩形相似.

15. $\because DE \parallel AB, BD$ 平分 $\angle ABC$, 所以 $\angle ABD = \angle CBD = \angle BDE, \therefore BE = DE$.

$\therefore \triangle EDC \sim \triangle BAC, \therefore \frac{DE}{AB} = \frac{EC}{BC}$, 即 $\frac{DE}{9} = \frac{6-DE}{6}$, 解得

$$DE = \frac{18}{5}, \therefore \frac{S_{\triangle DCE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{DE^2}{AB^2} = \frac{4}{25}, \text{ 因此 } \frac{S_{\triangle DCE}}{S_{\text{四边形}ABCD}} = \frac{4}{21}.$$

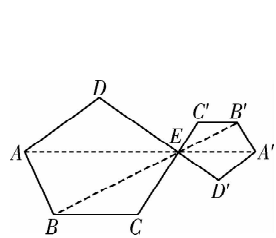
22.4 图形的位似变换

[教材课上思考答案]

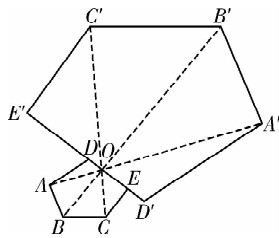
练习 (P₉₇)

(1) 如答图 22 所示:

(2) 如答图 23 所示:



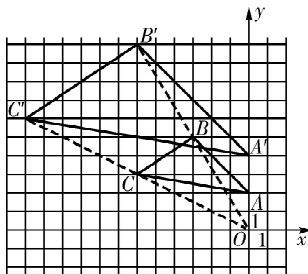
答图 22



答图 23

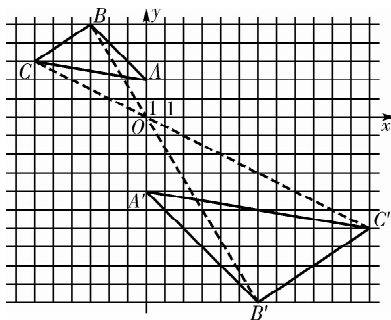
练习 (P₉₈)

1. (1) 如答图 24 所示:



答图 24

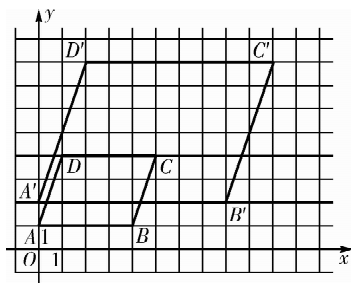
(2) 如答图 25 所示:



答图 25

画出的变换后的图形与原图形相似, 因为它们都是原图形的位似图形.

2. (1) 如答图 26, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



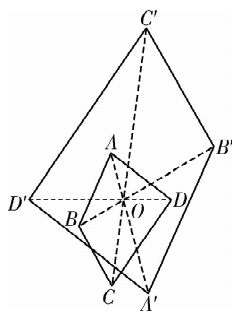
答图 26

(2) 四边形 $A'B'C'D'$ 也是平行四边形, 与平行四边形 $ABCD$ 相似, 相似比为 2.

[教材课后习题答案]

习题 22.4 (P₉₉)

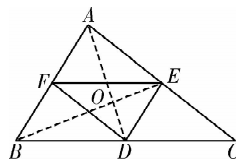
1. 如答图 27 所示:



答图 27

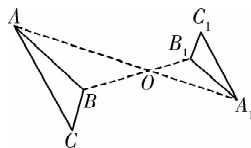
2. 略.

3. 如答图 28 所示, $\triangle DEF$ 和 $\triangle ABC$ 位似, 位似中心是线段 AD, BE 的交点 O .



答图 28

4. 如答图 29 所示, 点 O 即为所求的位似中心.



答图 29

A 组复习题 (P₁₀₅)

$$1. (1) \frac{4}{3} \quad (2) 4 \quad \frac{4}{3}$$

$$2. \because AB \parallel CD, \therefore \triangle AOB \sim \triangle DOC, \therefore \frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}, \therefore OD = \frac{OC \cdot OA}{OB}.$$

$$\because OC=6, BC=9, \therefore OB=9-6=3, \therefore OD=\frac{6 \times 4}{3}=8.$$

3. $\because MN \perp AB$ 于点 M ,

$$\therefore \angle AMN = \angle C = 90^\circ. \text{ 又 } \because \angle MAN = \angle CAB,$$

$$\therefore \triangle AMN \sim \triangle ACB, \therefore \frac{AM}{AN} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}, \therefore AN = \frac{5 \times 8}{4} = 10(\text{cm}).$$

4. (1) 易证 $\triangle ACD \sim \triangle CBD$, $\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD}$, $\therefore \frac{9}{6} = \frac{6}{BD}$,

$$\therefore BD=4(\text{cm}).$$

(2) 易证 $\triangle ABC \sim \triangle CBD$, $\therefore \frac{AB}{CB} = \frac{BC}{BD}$, $\therefore \frac{25}{15} = \frac{15}{BD}$,

$$\therefore BD=9(\text{cm}).$$

5. 过点 C 作 BA 的平行线, 交 DF 于点 G .

$$\because BA \parallel CG, \therefore \frac{BF}{CF} = \frac{BD}{CG},$$

$$\triangle CGE \sim \triangle ADE, \therefore \frac{CG}{AD} = \frac{EC}{AE}.$$

$$\because AD=BD, \therefore \frac{BF}{CF} = \frac{BD}{CG} = \frac{AD}{CG}, \therefore \frac{BF}{CF} = \frac{AE}{EC}.$$

6. $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 相似, 理由略.

7. $\because DE \parallel BC, \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}.$

$$\text{又 } \because AD^2 = AB \cdot AF, \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AD}, \therefore \frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AC},$$

$$\text{又 } \because \angle FAE = \angle DAC, \therefore \triangle AEF \sim \triangle ACD.$$

8. $\because BE, CF$ 是 $\triangle ABC$ 的两条高, $\therefore \angle AEB = \angle AFC = 90^\circ$, 又

$$\because \angle BAE = \angle CAF, \therefore \triangle AEB \sim \triangle AFC. \therefore \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC},$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}, \therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC.$$

9. 分两种情况讨论:

(1) 当点 E 和点 A 是对应点时, 要使 $\triangle ABP$ 与 $\triangle PCE$ 相似, 则 $\frac{CE}{AB} = \frac{CP}{BP}$, 即 $\frac{1}{4} = \frac{CP}{BP}$, 即 $BP=4CP$ 时, $\triangle ABP$ 与 $\triangle PCE$ 相似.

(2) 当点 E 与点 P 是对应点时, 要使 $\triangle ABP$ 与 $\triangle PCE$ 相似, 则 $\frac{CE}{BP} = \frac{CP}{AB}$, 设正方形的边长为 a , $BP=x$, $CP=a-x$, 则有

$$\frac{1}{4}a \cdot a = x(a-x), \text{ 解得 } x = \frac{a}{2}, \text{ 即当 } BP =$$

CP 时, $\triangle ABP$ 与 $\triangle PCE$ 相似.

10. $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle CBD} = AO : OC$, 理由

如下:

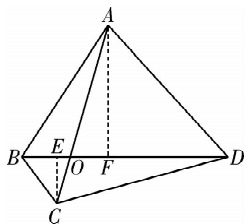
如答图 30 所示, 过点 A 作 BD 的垂线 AF , 垂足为 F , 过点 C 作 BD 的垂线 CE , 垂足为 E ,

$$\therefore \angle CEO = \angle AFO = 90^\circ,$$

$$\text{又 } \because \angle EOC = \angle FOA,$$

$$\therefore \triangle CEO \sim \triangle AFO,$$

$$\therefore \frac{CE}{AF} = \frac{CO}{AO},$$



答图 30

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle CBD}} = \frac{\frac{1}{2}BD \cdot AF}{\frac{1}{2}BD \cdot CE} = \frac{AF}{CE} = \frac{AO}{OC}.$$

11. $\because CD \parallel BE, \therefore \triangle ACD \sim \triangle ABE.$

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE}, \therefore \frac{0.48}{1.2} = \frac{AD}{1}, \therefore AD = \frac{0.48}{1.2} = 0.4.$$

$$\therefore DE = AE - AD = 1 - 0.4 = 0.6(\text{m}).$$

12. 设亮区另一边端点为 D , $\therefore BD \parallel AE$,

$$\therefore \triangle BCD \sim \triangle ACE. \therefore \frac{BC}{AC} = \frac{CD}{CE}.$$

$$\text{设 } BC=x, \text{ 则 } \frac{x}{x+1.8} = \frac{8.7-2.7}{8.7}, \text{ 解得 } x=4.$$

答: 窗口底边离地面的高度 BC 为 4 米.

13. 如答图 31, 连接 EF ,

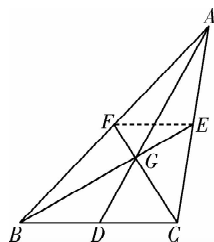
$\because E, F$ 分别是 AC, AB 的中点,

$$\therefore EF \parallel BC, EF = \frac{1}{2}BC, \therefore \triangle BGC \sim \triangle EGF.$$

$$\therefore \frac{BG}{GE} = \frac{BC}{EF} = 2, \text{ 即 } BG : GE = 2. \text{ 同理: } AG : GD = 2,$$

$$CG : GF = 2.$$

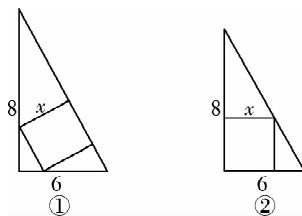
$$\therefore AG : GD = BG : GE = CG : GF = 2.$$



答图 31

B 组复习题(P₁₀₈)

1. 三角形铁皮的斜边长为 $\sqrt{6^2+8^2}=10(\text{dm})$, 斜边上的高为 $h = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8$, 对于这样的铁皮, 从中裁一个正方形, 可以有两种方案:



答图 32

(1) 如答图 32①, $\frac{x}{10} = \frac{4.8-x}{4.8}$, 解得 $x = \frac{120}{37}$.

(2) 如答图 32②, $\frac{x}{6} = \frac{8-x}{8}$, 解得 $x = \frac{24}{7}$. 因为 $\frac{24}{7} >$

$$\frac{120}{37},$$

故按方案(2)裁剪的正方形面积最大.

2. $\because CD \parallel BA, \therefore \triangle DOC \sim \triangle BOA.$

$$\therefore \frac{S_{\triangle DOC}}{S_{\triangle AOB}} = \left(\frac{CO}{AO}\right)^2 = \frac{4}{9}.$$

$$\text{又} \because S_{\triangle AOB} : S_{\triangle BOC} = 3 : 2 = 9 : 6, S_{\triangle AOD} : S_{\triangle DOC} = 3 : 2 = 6 : 4,$$

$$S_{\triangle AOB} : S_{\triangle DOC} = 9 : 4,$$

$$\therefore S_{\triangle AOD} : S_{\triangle AOB} : S_{\triangle BOC} : S_{\triangle COD} = 6 : 9 : 6 : 4.$$

3. 易求得 $\angle EFD = \angle EDF = \angle FED = 60^\circ$,

所以 $EF = DE = DF$,

在 $\text{Rt}\triangle CEF$ 中, 设 $CF = x$, 则 $CE = 2x, EF = \sqrt{3}x$,
易知 $BE = CF = x$, 所以 $BC = CE + BE = x + 2x = 3x$,
因为 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$,

$$\text{所以 } \frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{EF}{BC}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}x}{3x}\right)^2 = \frac{1}{3}.$$

$$\text{所以 } S_{\triangle DEF} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \times 72 = 24 (\text{cm}^2).$$

4. (1) 4 个. (2) 不相同, 能画 3 个.

5. 可知 $CD = 3$ 丈, $EF = 3$ 丈, $DG = 61.5$ 丈,
 $FH = 63.5$ 丈, $DF = 500$ 丈,

易知 $\triangle EFH \sim \triangle ABH$, $\therefore \frac{EF}{AB} = \frac{FH}{BH}$,

$$\text{即 } \frac{3}{AB} = \frac{63.5}{63.5 + 500 + BD},$$

易知 $\triangle CDG \sim \triangle ABG$, $\frac{CD}{AB} = \frac{DG}{BG}$,

$$\text{即 } \frac{3}{AB} = \frac{61.5}{61.5 + BD},$$

$$\therefore \frac{63.5}{63.5 + 500 + BD} = \frac{61.5}{61.5 + BD}, \therefore BD = 15\ 375 (\text{丈}).$$

$AB = 753$ (丈).

答: 山峰高 753 丈, BD 长 15 375 丈.

6. (1) 得到的新五边形与原五边形是位似图形, 位似中心是原点, 图形缩小了一半.

(2) 得到的新五边形与原五边形是位似图形, 位似中心是原点, 图形扩大了 2 倍.

7. 证明: $\because CD, C'D'$ 分别是两个三角形斜边上的高,

$$\therefore \angle CDA = \angle C'D'A' = 90^\circ,$$

$$\therefore \frac{CD}{C'D'} = \frac{AC}{A'C'}, \therefore \frac{C'D'}{AC} = \frac{CD}{A'C'}, \therefore \sin A = \sin A'.$$

$$\text{又} \because 0 < \angle A < 90^\circ, 0 < \angle A' < 90^\circ, \therefore \angle A = \angle A',$$

$$\text{又} \because \angle ACB = \angle A'C'B' = 90^\circ, \therefore \angle B = \angle B',$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'.$$

8. 证明: $\because AB \parallel CD, l \parallel AB, \therefore CD \parallel l$,

$$\therefore \triangle APR \sim \triangle ACD, \triangle BSQ \sim \triangle BDC,$$

$$\therefore \frac{PR}{CD} = \frac{AP}{AC}, \frac{SQ}{CD} = \frac{BS}{BD},$$

$$\text{又} \because AB \parallel CD \parallel l, \therefore \frac{AP}{AC} = \frac{BS}{BD}, \therefore \frac{PR}{CD} = \frac{SQ}{CD},$$

$$\therefore PR = SQ. \therefore PR + RQ = SQ + RQ, \text{即 } PQ = RS.$$

9. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = BC, AD \parallel BC, \therefore \frac{CF}{DF} = \frac{BC}{DE} = \frac{1}{n},$$

$$\therefore \frac{CF + DF}{DF} = \frac{n + 1}{n}, \text{即 } \frac{CD}{DF} = \frac{n + 1}{n},$$

$$\therefore \frac{DF}{DC} = \frac{n}{n + 1}, \therefore 1 - \frac{DF}{DC} = 1 - \frac{n}{n + 1},$$

$$\therefore \frac{CD - DF}{CD} = \frac{n + 1 - n}{n + 1}, \text{即 } \frac{CF}{CD} = \frac{1}{n + 1}.$$

10. 证明: 设正方形的边长为 a , 则易求得 $BD = \sqrt{2}a, DH =$

$$2a, \therefore \frac{DE}{BD} = \frac{BD}{DH} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \triangle BDE \sim \triangle HDB,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle 1 + \angle DBE = \angle 1 + \angle DHB = \angle 1 + \angle 2,$$

$$\text{又} \because AB = AD, \therefore \angle ADB = 45^\circ, \therefore \angle 1 + \angle 2 = 45^\circ.$$

11. 证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore BE = CE$.

又 $\because EF \perp BC, \therefore BF = CF$ (等腰三角形三线合一).

$\therefore$ 点 F 是线段 BC 的 2 等分点.

$$(2) \because BF = CF, BE = ED, \therefore EF = \frac{1}{2}CD, EF \parallel CD,$$

$$\therefore \triangle EFG \sim \triangle CDG,$$

$$\therefore \frac{FG}{DG} = \frac{EF}{CD} = \frac{1}{2}, \therefore \frac{DG}{FD} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{又} \because GH \parallel EF, \therefore \frac{CH}{CF} = \frac{DG}{DF} = \frac{2}{3},$$

$$\text{又} \because CF = \frac{1}{2}BC, \therefore \frac{CH}{BC} = \frac{1}{3},$$

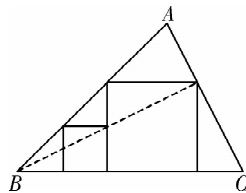
$\therefore$ 点 H 是线段 BC 的 3 等分点.

(3) 略.

C 组复习题 (P₁₁₀)

1. 略.

2. 如答图 33 所示, 先作一正方形, 使它一个顶点在边 AB 上、两个顶点在边 BC 上; 再以点 B 为中心作位似变换即可.



答图 33

第 23 章 解直角三角形

23.1 锐角的三角函数

[教材课上思考答案]

练习 (P₁₁₄)

1. 解: 图 23-2 (教材图) 中坡面 AB, A_1B_1 的坡度分别

$$\text{是: } i_{AB} = \frac{BC}{AC} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}; i_{A_1B_1} = \frac{B_1C_1}{A_1C_1} = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}.$$

图 23-3 (教材图) 中坡面 AB, A_1B_1 的坡度分别是:

$$i_{AB} = \frac{BC}{AC} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}; i_{A_1B_1} = \frac{B_1C_1}{A_1C_1} = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}.$$

$$2. \text{解: } \because \tan A = \frac{BC}{AC}, \therefore BC = AC \cdot \tan A = 12 \times \frac{3}{4} = 9.$$

3. 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB = 200$ m, $BC = 12$ m, 由勾股定理,

$$\text{得 } AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{200^2 - 12^2} \approx 199.640(\text{m}).$$

$$\therefore \text{引桥的坡度 } i = \frac{BC}{AC} \approx 0.06.$$

练习(P₁₁₆)

1. 略.

2. 略.

$$3. (1) \because \angle C = 90^\circ, AB = 10, BC = 4, \text{ 则 } AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21},$$

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}, \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{2\sqrt{21}}{10} = \frac{\sqrt{21}}{5},$$

$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{2\sqrt{21}} = \frac{2}{\sqrt{21}};$$

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{2\sqrt{21}}{10} = \frac{\sqrt{21}}{5}, \cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5},$$

$$\tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{2\sqrt{21}}{4} = \frac{\sqrt{21}}{2}.$$

$$(2) \because \angle C = 90^\circ, AB = 9, AC = 5, \text{ 则 } BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14},$$

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{2\sqrt{14}}{9}, \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{9}, \tan A = \frac{BC}{AC} =$$

$$\frac{2\sqrt{14}}{5};$$

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{9}, \cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{2\sqrt{14}}{9}, \tan B = \frac{AC}{BC} =$$

$$\frac{5}{2\sqrt{14}} = \frac{5\sqrt{14}}{28}.$$

4. 过点 P 向 x 轴作垂线, 垂足为 Q ,

$$\text{在 Rt}\triangle OPQ \text{ 中, } OQ = 2, PQ = 5, OP = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29},$$

$$\therefore \sin \alpha = \frac{PQ}{OP} = \frac{5}{\sqrt{29}} = \frac{5\sqrt{29}}{29}, \cos \alpha = \frac{OQ}{OP} = \frac{2}{\sqrt{29}} =$$

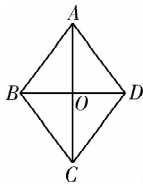
$$\frac{2\sqrt{29}}{29}, \tan \alpha = \frac{PQ}{OQ} = \frac{5}{2}.$$

5. 如答图 34 所示, $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 8 = 4, BO =$$

$$\frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 6 = 3, AC \perp BD \text{ 于 } O,$$

$$\therefore \tan \angle BAC = \frac{BO}{AO} = \frac{3}{4}.$$



答图 34

$$6. \because \angle ACB = 90^\circ, \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \text{设 } BC = 3k, AB = 5k,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{(5k)^2 - (3k)^2} = 4k,$$

$$\therefore \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}.$$

练习(P₁₁₈)

1. 第一行: $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$ 第二行: $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}$ 第三行:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}, 1, \sqrt{3}$$

$$2. (1) 1 \quad (2) 6 \quad (3) \frac{1}{4} \quad (4) = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \quad (5) \frac{1}{2}$$

练习(P₁₁₉)

$$1. (1) \cos(90^\circ - \angle A) = \sin A.$$

$$(2) \sin(90^\circ - \angle B) = \cos B.$$

$$2. (1) \because \angle A + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \sin B = \sin(90^\circ - \angle A) = \cos A = \frac{1}{3}.$$

$$(2) \cos 68^\circ = \sin(90^\circ - 68^\circ) = \sin 22^\circ = 0.3746,$$

$$\sin 68^\circ = \cos(90^\circ - 68^\circ) = \cos 22^\circ = 0.9272.$$

练习(P₁₂₂)

1. 第一行: 0, 1, 0 第二行: 1, 0, 不存在

2. (1) 0.173 6. (2) 0.638 8. (3) 0.234 5. (4) 0.252 1.

3. (1) $\angle A \approx 45^\circ 6'$, $\angle B \approx 34^\circ 40'$.

(2) $\angle A \approx 34^\circ 0'$, $\angle B \approx 6^\circ 44'$.

(3) $\angle A \approx 42^\circ 24'$, $\angle B \approx 88^\circ 12'$.

4. (1) $\sin 46^\circ > \sin 44^\circ$.

(2) $\cos 20^\circ > \cos 50^\circ$.

(3) $\tan 33^\circ 15' > \tan 33^\circ 14'$.

5. (1) $<$ (2) $>$ (3) $<$

[教材课后习题答案]

习题 23.1(P₁₂₂)

$$1. (1) \frac{1+3\sqrt{3}}{2} \quad (2) 2 \quad (3) \frac{\sqrt{3}+6\sqrt{2}}{24} \quad (4) 2 - \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

$$2. (1) 0.422 6, 0.315 6. (2) 0.835 6, 0.595 1.$$

$$(3) 0.792 6, 0.911 5.$$

3. (1) $\angle A \approx 19^\circ 30'$. (2) $\angle A \approx 45^\circ 24'$.

(3) $\angle A \approx 38^\circ 18'$.

4. (1) 不等于.

$$\because \sin 75^\circ < 1, \sin 45^\circ + \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} > 1,$$

$$\therefore \sin 75^\circ \neq \sin 45^\circ + \sin 30^\circ.$$

(2) 不等于.

$$\because \cos 45^\circ - \cos 15^\circ < 0, \cos 30^\circ > 0,$$

$$\therefore \cos 45^\circ - \cos 15^\circ \neq \cos 30^\circ.$$

(3) 不等于.

$$\because \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, 2\sin 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1,$$

$$\therefore \sin 60^\circ \neq 2\sin 30^\circ.$$

5. (1) 55° ; (2) 50° .

6. 在 $\text{Rt}\triangle DBC$ 中, $\angle BDC = 30^\circ$,

$$\therefore \sin \angle BDC = \frac{BC}{BD} = \frac{1}{2}, \cos \angle BDC = \frac{CD}{BD} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore BC = \frac{1}{2}BD, CD = \frac{\sqrt{3}}{2}BD,$$

$$\therefore AC = AD + CD = BD + \frac{\sqrt{3}}{2}BD = \frac{2+\sqrt{3}}{2}BD, AB =$$

$$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}BD.$$

$$\therefore \text{在 Rt} \triangle ABC \text{ 中, } \tan 15^\circ = \frac{BC}{AC} = \frac{\frac{1}{2}BD}{\frac{2+\sqrt{3}}{2}BD} = 2 - \sqrt{3}.$$

$$\sin 15^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}, \cos 15^\circ = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}.$$

23.2 解直角三角形及其应用

[教材课上思考答案]

练习(P₁₂₅)

1. (1) $\because \angle C = 90^\circ, \angle B = 80^\circ,$

$$\therefore \angle A = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ.$$

$$\therefore \sin A = \frac{a}{c}, \therefore c = \frac{a}{\sin A} = \frac{30}{\sin 10^\circ} \approx 172.8.$$

$$\therefore \tan B = \frac{b}{a}, \therefore b = a \cdot \tan B = 30 \times \tan 80^\circ \approx 170.1.$$

$$(2) a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{8^2 - 3^2} \approx 7.416, \sin B = \frac{b}{c} = \frac{3}{8} = 0.375,$$

$$\therefore \angle B \approx 22^\circ 1' 28''. \therefore \angle A = 90^\circ - \angle B \approx 90^\circ - 22^\circ 1' 28'' = 67^\circ 58' 32''.$$

$$(3) \because \angle C = 90^\circ, \angle A = 40^\circ, \therefore \angle B = 50^\circ.$$

$$\text{又} \because c = 10, \sin A = \frac{a}{c}, \therefore a = c \cdot \sin A = 10 \times \sin 40^\circ \approx 6.428.$$

$$\therefore \sin B = \frac{b}{c}, \therefore b = c \cdot \sin B = \sin 50^\circ \times 10 \approx 7.660.$$

2. (1) $\because \angle A = 30^\circ, \therefore \angle B = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$

$$a = c \cdot \sin A = 8 \times \sin 30^\circ = 4, b = c \cdot \sin B = 8 \times \sin 60^\circ = 4\sqrt{3}.$$

$$(2) \because a = 35, c = 35\sqrt{2}, \therefore b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(35\sqrt{2})^2 - 35^2} = 35.$$

$$\therefore \sin A = \frac{a}{c} = \frac{35}{35\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \therefore \angle A = 45^\circ, \therefore \angle B = 45^\circ.$$

$$(3) \because \angle A = 36^\circ, a = 14, \sin A = \frac{a}{c}, \tan B = \frac{b}{a}, \therefore c = \frac{a}{\sin A} = \frac{14}{\sin 36^\circ} \approx 23.82, \angle B = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ, \therefore b = a \cdot \tan B = 14 \times \tan 54^\circ \approx 19.27.$$

$$(4) \because a = 30, b = 15, \therefore c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{30^2 + 15^2} = 15\sqrt{5}.$$

$$\therefore \tan A = \frac{a}{b} = \frac{30}{15} = 2, \therefore \angle A \approx 63^\circ 26' 6'', \therefore \angle B = 90^\circ - \angle A \approx 26^\circ 33' 54''.$$

3. 如答图 35 所示, 作 $AE \perp CD$ 于点 E , 在 $\text{Rt} \triangle ADE$ 中, $\angle D = 43^\circ, AD = 6,$

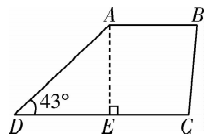
$$\therefore AE = AD \cdot \sin D = 6 \times \sin 43^\circ \approx$$

$$4.092.$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 的面积为 } \frac{1}{2}(4+8) \times 4.092 \approx 24.55.$$

练习(P₁₂₆)

1. 易知 $\angle C = 18^\circ$, 在 $\text{Rt} \triangle ACB$ 中, $\sin C = \frac{AB}{AC}$, 即



答图 35

$$\sin 18^\circ = \frac{1000}{AC}, \text{ 即 } AC = \frac{1000}{\sin 18^\circ} \approx 3236(\text{m}).$$

2. 要使 A, C, E 在一条直线上,

$$\text{则 } \angle EBD = 40^\circ, \angle D = 50^\circ,$$

$$\text{则 } \angle E = 180^\circ - 40^\circ - 50^\circ = 90^\circ.$$

$$\text{则 Rt} \triangle BDE \text{ 中, } \sin \angle EBD = \frac{DE}{BD},$$

$$\text{则 } DE = BD \cdot \sin \angle EBD = 520 \times \sin 40^\circ \approx 334(\text{m}).$$

练习(P₁₂₈)

1. 作 $CD \perp AB$ 于点 D , 设 $BD = x$, 在 $\text{Rt} \triangle CBD$ 中, 由 $\angle DBC = 45^\circ$ 得, $CD = BD$.

$$\text{在 Rt} \triangle ACD \text{ 中, 由 } \angle A = 30^\circ \text{ 得, } \tan A = \frac{CD}{AD} = \frac{CD}{BD + AB}, \text{ 则}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{x}{x + 1000}, \text{ 解方程得 } x = 500\sqrt{3} + 500.$$

答: 直升机再向前飞行 $(500\sqrt{3} + 500)$ 米时, 与地面控制点 C 距离最近.

2. (1) 略.

$$(2) \text{ 在 Rt} \triangle ABC \text{ 中, } AB = AC \cdot \cos \angle CAB = 60 \times \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$30\sqrt{2}, \text{ 即这船的航行速度是 } 30\sqrt{2} \text{ n mile/h.}$$

练习(P₁₂₉)

1. (1) 由 $\tan \alpha = i = 1:3$, 得 $\alpha \approx 18^\circ$.

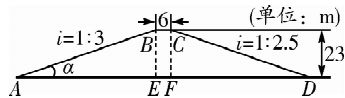
(2) 如答图 36 所示, 分别过点 B, C 作 AD 的垂线, 垂足分别为 E, F ,

$$\therefore BE = 23, \frac{BE}{AE} = \frac{1}{3}, \therefore AE = 3BE = 23 \times 3 = 69,$$

$$\therefore CF = 23, \frac{CF}{DF} = \frac{1}{2.5}, \therefore DF = 2.5CF = 23 \times 2.5 = 57.5.$$

$$\text{则 } AD = AE + EF + DF = 69 + 6 + 57.5 = 132.5(\text{m}).$$

$$\text{在 Rt} \triangle ABE \text{ 中, 由勾股定理得 } AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = \sqrt{23^2 + 69^2} \approx 72.7(\text{m}).$$



答图 36

2. 在 $\text{Rt} \triangle ABE$ 中, 由 $\tan \angle ABE = \frac{AE}{BE}$ 得,

$$BE = \frac{AE}{\tan \angle ABE} = \frac{70}{\tan 55^\circ} \approx 49.$$

$$\text{所以 } BC = 2BE + AD \approx 98 + 180 = 278(\text{mm}).$$

因此它的里口宽 BC 约为 278 mm.

练习(P₁₃₀)

设直线向上方向与 x 轴正方向所夹锐角为 α , $\therefore$ 直线为 $y = \sqrt{3}x - 5$, $\therefore \tan \alpha = k = \sqrt{3}$, $\therefore \alpha = 60^\circ$.

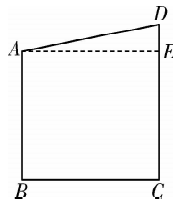
[教材课后习题答案]

习题 23.2(P₁₃₁)

1. 如答图 37 所示.

$$DE = CD - AB = 1864 - 1810 = 54(\text{m}),$$

$$\text{在 Rt} \triangle ADE \text{ 中, } \tan \angle DAE = \frac{DE}{AE},$$



答图 37

$$\text{则 } AE = \frac{DE}{\tan \angle DAE} = \frac{54}{\tan 1^\circ 29'} \approx 2\,085 \text{ (m)}.$$

答:两峰之间的水平距离约是 2 085 m.

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = \alpha = 8^\circ 14'$, $\tan B = \frac{AC}{BC}$,

$$BC = \frac{AC}{\tan B} \approx \frac{43.74 - 2.63}{0.1447} \approx 284.$$

因此 A 到 B 的水平距离约为 284 m.

3. 如答图 38 所示, 设 $BE = x$, 在 $\text{Rt}\triangle DBE$ 中, $\angle BDE = 30^\circ$,

$$\tan \angle BDE = \frac{BE}{DE}, \text{ 则有 } \frac{\sqrt{3}}{3} =$$

$$\frac{x}{DE}, DE = \sqrt{3}x. \text{ 在 } \text{Rt}\triangle ACE \text{ 中,}$$

$\angle C = 45^\circ$, 所以 $CE = AE$, 即

$$50 + \sqrt{3}x = x + 250, \text{ 解方程得}$$

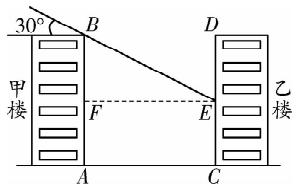
$$x = 100(\sqrt{3} + 1) \approx 273, \text{ 所以山}$$

高 BE 约是 273 米.

4. 如答图 39 所示, 作出甲楼 AB 在乙楼 CD 上的影子 EC , 过 E 作 AB 的垂线 EF , 垂足为 F .

在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中, $\angle BEF = 30^\circ$, 由 $\tan \angle BEF = \frac{BF}{EF}$ 得,

$$BF = EF \cdot \tan \angle BEF = 24 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 13.86,$$



答图 38

答图 39

$CE = CD - DE \approx 30 - 13.86 \approx 16.1 \text{ (m)}$, 所以甲楼的影子在乙楼上约 16.1 m 处.

5. $\because DE = 4.5, \frac{DE}{AE} = \frac{1.2}{1}, \therefore AE = 3.75.$

在 $\text{Rt}\triangle CFB$ 中, $\angle B = 30^\circ$, 由 $\sin B = \frac{CF}{BC}$,

$$\text{得 } BC = \frac{CF}{\sin B} = \frac{4.5}{\frac{1}{2}} = 9,$$

由 $\tan B = \frac{CF}{BF}$ 得, $BF = \frac{CF}{\tan B} = \frac{9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \approx 7.8,$

$$AB = AE + EF + BF \approx 3.75 + 2.5 + 7.8 \approx 14 \text{ (m)}.$$

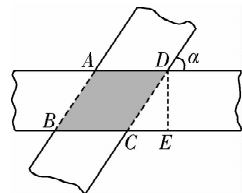
6. 如答图 40, 过点 D 作 $DE \perp BC$

于点 E , 在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, 由

$$\sin \alpha = \frac{DE}{CD} \text{ 得, } CD = \frac{DE}{\sin \alpha} =$$

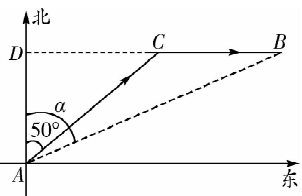
$$\frac{1}{\sin \alpha}, \text{ 所以菱形面积为 } BC \cdot$$

$$DE = \frac{1}{\sin \alpha} \text{ (dm}^2\text{)}.$$



答图 40

7. 如答图 41 所示,



(1) 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, 由 $\sin \angle DAC = \frac{CD}{AC}$ 得,

$$CD = AC \cdot \sin \angle DAC \approx 50 \times 0.7660 = 38.3,$$

由 $\cos \angle DAC = \frac{AD}{AC}$ 得,

$$AD = AC \cdot \cos \angle DAC \approx 50 \times 0.6428 = 32.14,$$

所以 $BD = BC + CD \approx 40 + 38.3 = 78.3,$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 由 $\tan \angle DAB = \frac{BD}{AD}$ 得,

$$\tan \angle DAB \approx \frac{78.3}{32.14} \approx 2.4362, \text{ 所以 } \angle DAB \approx 68^\circ. \text{ 即}$$

$$\alpha \approx 68^\circ.$$

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 由 $\sin \alpha = \frac{BD}{AB}$ 得,

$$AB = \frac{BD}{\sin \alpha} \approx \frac{78.3}{0.9272} \approx 84 \text{ (n mile)}.$$

8. 在 $\text{Rt}\triangle BOP$ 中, $\because \angle BPO = 45^\circ, OP = 100,$

$$\therefore BO = 100.$$

在 $\text{Rt}\triangle AOP$ 中, $\because \angle APO = 60^\circ, \therefore \angle OAP = 30^\circ.$

$$\therefore \tan \angle OAP = \frac{OP}{AO}.$$

$$\therefore AO = \frac{OP}{\tan \angle OAP} = 100\sqrt{3}.$$

$$\therefore AB = AO - BO = 100(\sqrt{3} - 1).$$

$\therefore v \approx 18.3 \text{ (m/s)}$, 而 $70 \text{ km/h} \approx 19.44 \text{ m/s}$, 故此车未超过该公路 70 km/h 的限速.

A 组复习题 (P₁₃₅)

1. $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{25 + 7} = 4\sqrt{2},$

$$\text{所以 } \sin A = \frac{a}{c} = \frac{5}{4\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{8}, \cos A = \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{7}}{4\sqrt{2}} =$$

$$\frac{\sqrt{14}}{8}, \tan A = \frac{a}{b} = \frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}.$$

2. 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于 D ,

$$\because AB = AC, \therefore BD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABD \text{ 中, } AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{8^2 - 3^2} = \sqrt{55},$$

$$\therefore \sin B = \frac{AD}{AB} = \frac{\sqrt{55}}{8}, \cos B = \frac{BD}{AB} = \frac{3}{8}, \tan B = \frac{AD}{BD} = \frac{\sqrt{55}}{3}.$$

3. (1) $\frac{19}{12}$ (2) $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ (3) $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

4. 0.466 6, 0.931 2, 14.731 7.

5. (1) B (2) C

6. (1) 50° (2) $35^\circ 10'$ (3) $c \cos B$ $c \sin B$

(4) 2 $2\sqrt{10}$

7. (1) 30° (2) 30°

8. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\cos A = \frac{AC}{AB}$, 所以 $\frac{12}{13} = \frac{12}{AB},$

$$\text{所以 } AB = 13, \text{ 由勾股定理得 } BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} =$$

$$\sqrt{13^2 - 12^2} = 5, \text{ 则 } \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{12}.$$

9. 在 $\text{Rt}\triangle CBD$ 中, $\tan B = \frac{CD}{BD} = \sqrt{3},$

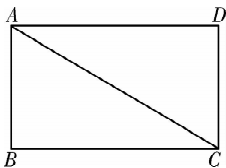
所以 $\angle B = 60^\circ$, $\angle A = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle CBD$ 中, $\cos B = \frac{BD}{BC}$, 则 $BC = \frac{BD}{\cos B} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\cos B = \frac{BC}{AB}$, 则 $AB = \frac{BC}{\cos B} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$,

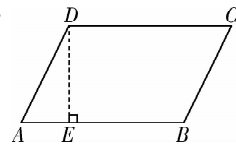
$\sin B = \frac{AC}{AB}$, $AC = AB \sin B = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

10. 如答图 42, $AC = 10$, $\angle ACB = 40^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB = AC \sin \angle ACB = 10 \times \sin 40^\circ \approx 10 \times 0.6428 = 6.428$, $BC = AC \cos \angle ACB = 10 \times \cos 40^\circ \approx 10 \times 0.7660 = 7.660$, 矩形 $ABCD$ 的面积为 $AB \cdot BC \approx 6.428 \times 7.660 \approx 49 (\text{cm}^2)$.



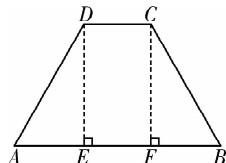
答图 42

11. 如答图 43, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\sin A = \frac{DE}{AD}$, 则 $DE = AD \sin A$, 所以 $S_{\square ABCD} = AB \cdot DE = AB \cdot AD \sin A$.



答图 43

12. 如答图 44, 分别过点 C, D 作 AB 的垂线, 垂足分别为 F, E . 易知 $EF = DC = 2$, 所以 $AE = BF = \frac{1}{2} \times (6 - 2) = 2$,



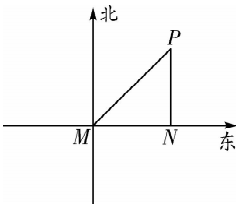
答图 44

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\tan A = \frac{DE}{AE}$, 则

$DE = AE \tan A = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$, $S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{1}{2} (DC + AB) \cdot$

$DE = \frac{1}{2} (2 + 6) \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$.

13. 如答图 45, 在 $\text{Rt}\triangle MNP$ 中, $\angle NPM = 45^\circ$, $MN = MP \sin \angle NPM = 68 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 34\sqrt{2}$.



答图 45

$34\sqrt{2} \div 2 = 17\sqrt{2} (\text{n mile/h})$.

答: 这船的航行速度是

$17\sqrt{2} \text{ n mile/h}$.

14. 略.

15. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\tan \theta_1 = \frac{AB}{BC}$,

$AB = BC \tan \theta_1 = 4 \tan 40^\circ \approx 3.356$,

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\tan \theta_2 = \frac{AB}{BD}$, $BD = \frac{AB}{\tan \theta_2} \approx \frac{3.356}{0.7265} \approx$

4.619 , $CD = BD - BC \approx 4.619 - 4 \approx 0.62$.

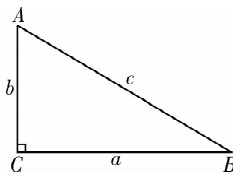
答: 楼梯占用地板的长度约增加了 0.62 m .

B 组复习题 (P₁₃₇)

1. $\frac{y}{r} \quad \frac{x}{r} \quad \frac{y}{x}$

2. (1) 30° (2) $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$

3. 如答图 46, 画以锐角 A 为一内角的直角三角形, $\angle A$ 的对边为 a , 邻边为 b , 斜边为 c .



答图 46

(1) $\therefore \sin A = \frac{a}{c}$, $\cos A = \frac{b}{c}$,

$\therefore \sin^2 A + \cos^2 A = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = 1$.

(2) $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} = \tan A$.

4. $\cos A = \frac{4}{5}$, $\tan A = \frac{3}{4}$.

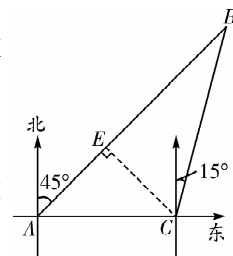
5. 如答图 47, 过点 C 作 CE 垂直 AB 于点 E , 在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中,

$CE = AC \sin 45^\circ = 30 \times \frac{\sqrt{2}}{2} =$

$15\sqrt{2}$, 易求得 $\angle B = 30^\circ$, 在

$\text{Rt}\triangle BCE$ 中, $BC = 2CE = 2 \times 15\sqrt{2} = 30\sqrt{2}$ (海里).

$\therefore$ 此时航船与灯塔相距 $30\sqrt{2}$ 海里.



答图 47

6. 如答图 48, 过点 D 作 DF 垂直 AC 于点 F , 设 $DE = x$, 在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, $\tan \angle DAF = i =$

$1: \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 所以 $\angle DAF = 30^\circ$,

$DF = AD \sin 30^\circ = 1000 \times \frac{1}{2} = 500$, $AF = AD \cos 30^\circ =$

$1000 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 500\sqrt{3}$.

在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, $BE = DE \tan 60^\circ = \sqrt{3}x$,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 45^\circ$, $AC = BC$,

即 $AF + CF = CE + BE$, $500\sqrt{3} + x = 500 + \sqrt{3}x$,

解方程得 $x = 500$, 所以 $BC = 500\sqrt{3} + 500$.

所以山高 BC 为 $(500\sqrt{3} + 500) \text{ m}$.

7. $\therefore AD \parallel BC$, $\therefore KB = HC$.

在 $\text{Rt}\triangle ABK$ 与在 $\text{Rt}\triangle DCH$ 中,

$\therefore KB = HC$, $\angle AKB = \angle DHC = 90^\circ$,

$\angle ABK = \angle DCH = 30^\circ$, $\therefore \text{Rt}\triangle ABK \cong \text{Rt}\triangle DCH$.

$\therefore AB = CD$. $\therefore BC = KH = l - 2AB$, $AK = HD = \frac{1}{2}AB$,

$KB = CH = \frac{\sqrt{3}}{2}AB$,

$\therefore AD = KH + AK + HD = l - 2AB + \frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}AB = l - AB$.

设四边形 $ABCD$ 的面积是 S , AB 为 x , 则

$$S = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot CH$$

$$= \frac{1}{2}(l - x + l - 2x) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}x(2l - 3x) = -\frac{3\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}lx.$$

$$\text{当 } x = -\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}l}{2 \times (-\frac{3\sqrt{3}}{4})} = \frac{1}{3}l \text{ 时, } S \text{ 最大, 即 } AB = CD = \frac{1}{3}l \text{ 时, 水渠的流量最大.}$$

$$8. \because a^2 - 3ab + 2b^2 = 0, \therefore (a-b)(a-2b) = 0.$$

$$\therefore a-b=0 \text{ 或 } a-2b=0. \therefore a=b \text{ 或 } a=2b.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB=c$, $\therefore a, b$ 为两直角边,

$$\therefore (1) \text{ 当 } a=b \text{ 时, } c=\sqrt{2}a, \sin A = \frac{a}{c} = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$(2) \text{ 当 } a=2b \text{ 时, } c=\frac{\sqrt{5}}{2}a, \sin A = \frac{a}{c} = \frac{a}{\frac{\sqrt{5}}{2}a} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

9. 如答图 49 所示, 过点 A 作一条南北方向的线 AE , 作 BD 垂直 CA 的延长线于 D .

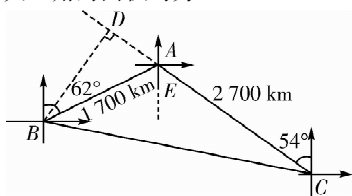
$$\because \angle BAE = 62^\circ, \angle CAE = 54^\circ, \angle BAC = \angle BAE + \angle CAE = 116^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 180^\circ - \angle BAC = 64^\circ.$$

$$\because \sin \angle BAD = \frac{BD}{AB}, \therefore BD = AB \cdot \sin \angle BAD \approx 1\,700 \times 0.90 = 1\,530.$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BD \approx \frac{1}{2} \times 2\,700 \times 1\,530 = 2\,065\,500 (\text{km}^2)$$

答: 百慕大三角的面积约为 $2\,065\,500 \text{ km}^2$.



答图 49

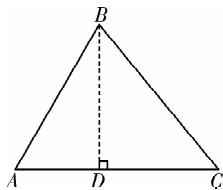
C 组复习题 (P₁₃₉)

1. 如答图 50 所示, 作 $BD \perp AC$ 于点 D ,

$$\therefore 20\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 10 \times BD.$$

$$\therefore BD = 4\sqrt{3}.$$

$$\therefore AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{3})^2} = 4.$$



答图 50

$$\therefore \sin A = \frac{BD}{AB} = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos A = \frac{AD}{AB} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2},$$

$$\tan A = \frac{BD}{AD} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}.$$

2. 已知: 如答图 51 所示, 在四边形 $ABCD$ 中, 已知 AC, BD

相关于点 O , 且 $BD=l_1, AC=l_2, \angle AOB = \alpha (\alpha < 90^\circ)$.

$$\text{求证: } S_{\text{四边形}ABCD} = \frac{1}{2}l_1l_2\sin\alpha.$$

证明: 分别过点 B, D 作 $BM \perp AC$ 于点 $M, DN \perp AC$ 于点 N ,

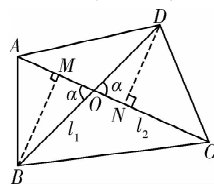
$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD}.$$

在 $\text{Rt}\triangle BOM$ 中, $BM = OB \cdot \sin \alpha$,

在 $\text{Rt}\triangle ODN$ 中, $DN = OD \cdot \sin \alpha$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}AC \cdot BM + \frac{1}{2}AC \cdot DN = \frac{1}{2}l_2 \cdot OB \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2}l_2 \cdot OD \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2}l_2 \sin \alpha (OB + OD) =$$

$$\frac{1}{2}l_1 \cdot l_2 \cdot \sin \alpha, \text{ 即 } S_{\text{四边形}ABCD} = \frac{1}{2}l_1l_2\sin\alpha.$$



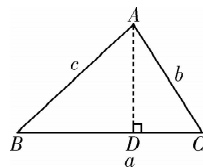
答图 51

3. 如答图 52 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC=a, AC=b, AB=c$, 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D ,

$$\text{则在 } \text{Rt}\triangle ABD \text{ 中, } \sin B = \frac{AD}{AB},$$

$$\therefore AD = AB \cdot \sin B = c \sin B.$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac \sin B.$$



答图 52

$$\text{同理, } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ab \sin C.$$

$$\therefore \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C.$$

上述等式各部分同时除以 $\frac{1}{2}abc$, 得 $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} =$

$$\frac{\sin C}{c}, \text{ 所以 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

4. 如答图 53 所示, 过点 C 作 $CD \perp BA$ 交 BA 的延长线于点 D .

$$\because \angle BAC = 120^\circ, \therefore \angle CAD = 60^\circ.$$

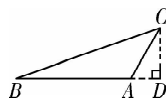
$$\therefore \angle ACD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.$$

$$\because AC=2, \therefore AD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 2 = 1.$$

$$\therefore CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}.$$

$$\text{又 } \because AB=4, \therefore BD = AB + AD = 4 + 1 = 5.$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BCD \text{ 中, } \tan B = \frac{CD}{BD} = \frac{\sqrt{3}}{5}.$$



答图 53

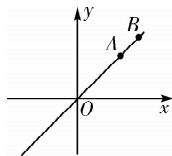
5. 如答图 54 所示, 设 $A(x_1, kx_1), B(x_2, kx_2)$ 两点是正比例函数 $y=kx$ 图象上的两点, 连接 OA, OB . OA, OB 与 x 轴正方向所夹的角分别为 α, β ,

$$\text{则 } \tan \alpha = \frac{kx_1}{x_1} = k, \tan \beta = \frac{kx_2}{x_2} = k, \text{ 所}$$

以 $\alpha = \beta$, 即点 A, B 都在与 x 轴正方

向所夹角为 α 的直线上. 由 $y=kx$ 可得 $\frac{y}{x} = k$, 所以正

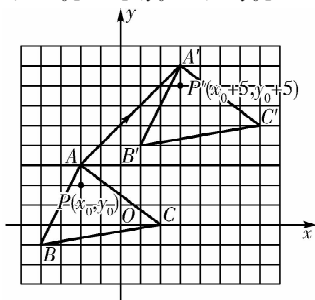
比例函数 $y=kx (k>0)$ 的图象上的所有点都在与 x 轴正方向所夹的角为 α 的直线上. 所以, 正比例函数 $y=kx (k>0)$ 的图象是一条直线.



答图 54

6. 平移的方向如答图 55 所示, 平移的距离 $AA' =$

$$\sqrt{[(x_0 + 5) - x_0]^2 + [(y_0 + 5) - y_0]^2} = 5\sqrt{2}.$$



答图 55

下册

第 24 章 圆

24.1 旋转

[教材课上思考答案]

练习(P₃)

1. 略.

2. 略.

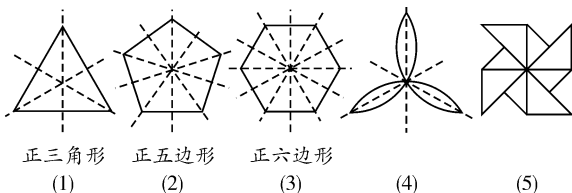
练习(P₅)

1. 略.

2. (1)√. (2)√.

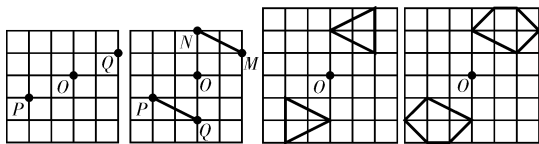
练习(P₆)

- (1) 正三角形是轴对称图形, 对称轴如答图 56(1);
(2) 正五边形是轴对称图形, 对称轴如答图 56(2);
(3) 正六边形既是轴对称图形也是中心对称图形, 对称轴如答图 56(3), 对称中心为对称轴的交点; (4) 是轴对称图形, 对称轴如答图 56(4); (5) 是中心对称图形, 对称中心是图形中心, 如答图 56(5).



答图 56

2. 如答图 57.



答图 57

[教材课后习题答案]

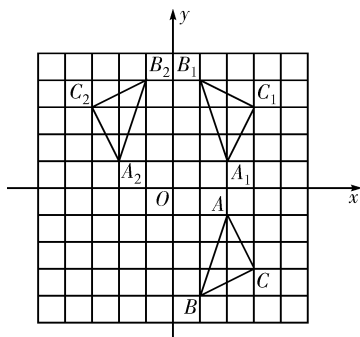
习题 24.1(P₁₀)

- (1) 图中(2)、(3)、(10)只属轴对称; (2) 图中(1)、(4)、(7)只属旋转对称; (3) 图中(5)、(9)既属轴对称又属旋转对称; (4) 图中(6)、(8)不属任何对称.
- 略.

- $\because AB$ 与 $A'B'$ 关于点 O 对称, $\therefore OA = OA', OB = OB', \angle AOB = \angle A'OB', \therefore \triangle AOB \cong \triangle A'OB', \therefore \angle BAO = \angle B'A'O, \therefore AB \parallel A'B', AB = A'B'$. 同理, $A'B' \parallel A''B'', A'B' = A''B'', \therefore AB \parallel A''B'', AB = A''B''$.

猜想: 一条线段经过两次中心对称后得到的线段与原线段平行且相等.

- 作格点全等三角形, 可以考虑轴对称和旋转对称的方法; 也可以用勾股定理求出三角形的三边, 然后画图. 图略.
- 作图略. 点 A 关于 x 轴的对应点为 $A_1(a, -b)$, 点 A_1 关于 y 轴的对应点为 $A_2(-a, -b)$, 根据点 A_1 和 A_2 的坐标特征, 可以确定点 A_1 与 A_2 关于点 O 成旋转对称.
- 图略, 点 $A(-1, 2)$ 关于原点的对应点的坐标为 $(1, -2)$, 点 $B(-3, 1)$ 关于原点的对应点的坐标为 $(3, -1)$, 点 $C(-2, -1)$ 关于原点的对应点的坐标为 $(2, 1)$, 点 A 关于点 B 的对应点的坐标为 $(-5, 0)$.
- 由平行四边形的性质, 可以判断 $\square ABCD$ 中点 B 与点 D , 点 C 与点 A 都关于原点对称. 故易求 $B(-2, 2)$, $C(-3, -2)$.
- 作图略. $A_1(-3, 1), B_1(0, 5), C_1(-3, 5)$.
- (1) 如答图 6: $C(3, -3)$. (2) 如答图 58: $C_1(3, 3), C_2(-3, 3)$. (3) 能. $\triangle A_1B_1C_1$ 可以沿 y 轴对折 (即通过轴对称变换) 可得到 $\triangle A_2B_2C_2$.



答图 58

- 设抛物线 $y = 4x^2$ 上的一点为 (x, y) , 此点绕原点按逆时针方向旋转 180° 后为 $(-x, -y)$. 所以原抛物线按逆时针方向旋转 180° 后, 所得线的函数表达式为 $y = -4x^2$.

24.2 圆的基本性质

[教材课上思考答案]

练习(P₁₄)

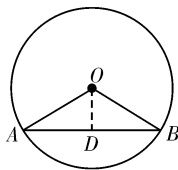
- 如: 车轮、钟表、圆形桌面、CD(VCD)碟等.
- (1) 点 P 在大圆外. (2) 点 P 在小圆内或小圆上.
(3) 点 P 在小圆外大圆内的部分. (4) 点 P 在圆心 O 处 (或与圆心 O 重合).
- 因为矩形的对角线互相平分, 且两条对角线长相等, 所以两对角线的交点到四个顶点的距离相等, 矩形的四个顶点一定能在同一个圆上.

练习(P₁₇)

- (1) $2\sqrt{3}$ cm. (2) 60° .
- 过点 O 作 $OE \perp AB$, 垂足为 E , 则 $AE = BE$, $CE = DE$.
 $\therefore AE - CE = BE - DE$, 即 $AC = BD$.
- (1) $\checkmark$. (2) $\times$. (3) $\checkmark$. (4) $\checkmark$.

练习(P₂₀)

- (1) $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ $OE = OF$ $\angle AOB = \angle COD$
 (2) $AB = CD$ $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ $\angle AOB = \angle COD$
 (3) $AB = CD$ $OE = OF$ $\angle AOB = \angle COD$
 (4) $AB = CD$ $OE = OF$ $\widehat{AB} = \widehat{CD}$
- 不对, 相同的圆心角所对弧相等的前提条件必须是在同圆或等圆中.
- 如答图 59.



答图 59

由题意可知 $\angle AOB = 120^\circ$.

过圆心 O 作 $OD \perp AB$, 垂足为 D ,

$$\therefore \angle AOD = \frac{1}{2} \angle AOB = 60^\circ.$$

$$\text{在 Rt}\triangle AOD \text{ 中, } \sin \angle AOD = \frac{AD}{OA} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{5}, AD = \frac{5\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{又} \because AD = \frac{1}{2} AB, \therefore AB = 2 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}.$$

即这条弦的弦长为 $5\sqrt{3}$, 劣弧所对的圆心角为 120° .

练习(P₂₄)

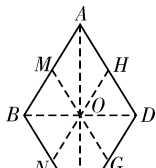
- (1) 内接 (2) 外接 (3) 外
 (4) $OA = OB = OC$
- 不一定能作. 因为若 4 个点在一条直线上, 则一定不能作圆; 若不在一条直线上, 连 4 点成两个三角形, 其外心不一定重合. 故过 4 个点不一定能作一个圆.
- 锐角三角形的外心在三角形的内部, 直角三角形的外心在斜边的中点上, 钝角三角形的外心在三角形的外部(图略).
- l_1 与 l_2 不平行 $l_1 \perp l_2$ $l_2 \perp l$ 过一点有且只有一条直线垂直于已知直线 l_1 与 l_2 不平行 $l_1 \parallel l_2$.

[教材课后习题答案]

习题 24.2(P₂₅)

- $\because AB = 3$ cm, $BC = 3\sqrt{3}$ cm,
 $\therefore AC = \sqrt{3^2 + (3\sqrt{3})^2} = 6$ (cm) $> AB$.
 $AD = 3\sqrt{3}$ cm $> AB$. $AM = \frac{1}{2} AC = 3$ cm $= AB$.

所以点 B 在圆上, C, D 两点均在圆外, 点 M 在圆上.



- 已知: 如答图 60, 菱形 $ABCD$ 中, M, N, G, H 分别为 AB, BC, CD, DA 边上的中点. 求证: M, N, G, H 在同一圆上.

证明: 连接 AC, BD 交于点 O , 连接 OM, ON, OH, OG .

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形, $\therefore AB = AD = BC = CD, AC \perp BD$.

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $\because M$ 为 AB 的中点, $\therefore OM = \frac{1}{2} AB$.

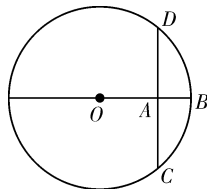
$$\text{同理 } OH = \frac{1}{2} AD, OG = \frac{1}{2} CD, ON = \frac{1}{2} BC,$$

$\therefore OM = ON = OG = OH$. $\therefore M, N, G, H$ 均在以 O 为圆心, OM 长为半径的圆上.

- 连接 OA , 过点 O 作弦 AB 的垂线, 交 AB 于点 M , 交 $\widehat{AB}$ 于点 C , 由垂径定理得点 M 是 AB 的中点, 点 C 是 $\widehat{AB}$ 的中点, 且 $AM = \frac{1}{2} AB = \sqrt{3}$ cm. 在 $\text{Rt}\triangle OAM$ 中, 由勾股定理, 得 $OM = \sqrt{OA^2 - AM^2} = \sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2} = 1$ (cm).

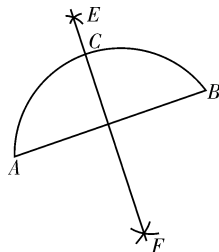
所以 $MC = OC - OM = 2 - 1 = 1$ (cm), 即弦 AB 中点到它所对劣弧中点的距离为 1 cm.

- 作法: (1) 连接 OA , 并延长 OA 交 $\odot O$ 于点 B . (2) 如答图 61, 过点 A 作 $CD \perp OB$ 交 $\odot O$ 于点 C, D , 则 CD 为所求作的弦.



答图 61

- 作法: 如答图 62. (1) 连接 AB . (2) 作 AB 的中垂线 EF , 交 $\widehat{AB}$ 于点 C , 则 C 为 $\widehat{AB}$ 的中点.

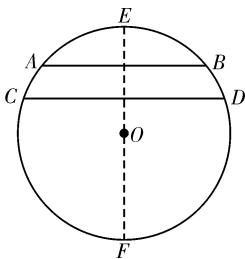


答图 62

- (1) 画出图形, 图略. 根据弦与圆心角的关系, 易得 $AB < CD < EF$. (2) 通过计算出的弦心距, 易判断: EF 的弦心距 $< CD$ 的弦心距 $< AB$ 的弦心距.
- 已知: AB, CD 是 $\odot O$ 的两条弦, $AB \parallel CD$.

求证: $\widehat{AC} = \widehat{BD}$.

证明: 第一种情况: 如答图 63, AB, CD 在圆心的同一侧.



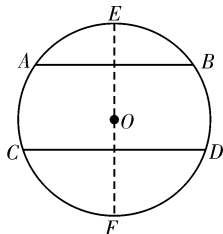
答图 63

过点 O 作 $EF \perp AB$, 交 $\odot O$ 分别于点 E, F , 则 $EF \perp CD$.

$\therefore EF \perp AB, \therefore \widehat{AE} = \widehat{BE}$.

同理 $\widehat{CE} = \widehat{DE}, \therefore \widehat{AC} = \widehat{BD}$.

第二种情况: 如答图 64, AB, CD 在圆心 O 的两侧.



答图 64

过点 O 作 $EF \perp AB$, 交 $\odot O$ 于点 E, F , 则 $EF \perp CD$.

$\therefore EF \perp AB, EF \perp CD, \therefore \widehat{AF} = \widehat{BF}, \widehat{CF} = \widehat{DF},$

$\therefore \widehat{AC} = \widehat{BD}$.

8. 分两种情况: ①弦 AB 和弦 CD 在圆心 O 的同一侧, 则

AB 与 CD 之间的距离为 $\sqrt{5^2 - (6 \div 2)^2} - \sqrt{5^2 - (8 \div 2)^2} = 1(\text{cm})$;

②弦 AB 和弦 CD 在圆心 O 的两侧, 则 AB 与 CD 之间的距离为 $\sqrt{5^2 - (6 \div 2)^2} + \sqrt{5^2 - (8 \div 2)^2} = 7(\text{cm})$.

9. 过点 O 作 $OE \perp AC$ 且垂足为 $E, OF \perp AD$ 且垂足为 F .

$\therefore AC = AD, \therefore OE = OF$.

$\therefore$ 点 O 在 $\angle CAD$ 的平分线上, 即 AB 平分 $\angle CAD$.

10. $\therefore \widehat{AC} = \widehat{BC}, \therefore \angle AOC = \angle BOC$.

$\therefore OA = OB, M, N$ 分别是 OA, OB 的中点, $\therefore OM = ON$.

又 $\therefore OC = OC, \therefore \triangle MOC \cong \triangle NOC, \therefore MC = NC$.

11. 等弧.

理由: 过点 O_1 作 $O_1E \perp AB$ 且垂足为 E , 过点 O_2 作 $O_2F \perp CD$ 且垂足为 F . $\therefore \angle O_1EM = \angle O_2FM$, $\angle O_1ME = \angle O_2MF, O_1M = O_2M, \therefore \triangle MO_1E \cong \triangle MO_2F, \therefore O_1E = O_2F$. 又 $\therefore \odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 是等圆, $\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD}$.

12. 连接 CD . 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\therefore \angle C = 90^\circ$,

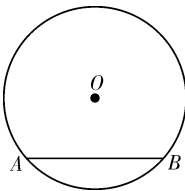
$\therefore \angle A = 90^\circ - \angle B = 65^\circ$.

在 $\triangle CAD$ 中, $\therefore CD = CA, \therefore \angle CDA = \angle A = 65^\circ$,

$\therefore \angle DCA = 180^\circ - (\angle A + \angle CDA) = 180^\circ - (65^\circ + 65^\circ) = 50^\circ$.

即 $\widehat{AD}$ 所对圆心角的度数为 50° .

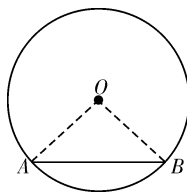
13. 已知: 如答图 65, AB 为 $\odot O$ 中任意一条弦 (非直径).



答图 65

求证: 直径是圆中最长的弦.

证明: 如答图 66, 连接 OA, OB , 在 $\triangle AOB$ 中, $OA + OB > AB, \therefore$ 直径是圆中最长的弦.



答图 66

14. 能. 当菱形为正方形时, 其四个顶点在同一个圆上.

15. ①在破残的轮片上, 取三个点, 顺次连接;

②作所连接弦的垂直平分线;

③垂直平分线的交点, 即为圆轮圆心的位置;

④连接圆心和圆上取的三个点中的任意一个, 测量其长度, 即得半径长.

16. 略.

17. 已知: 两条直线 AB, CD 分别与直线 EF 平行, 求证: $AB \parallel CD$.

证明: 假设 AB 与 CD 不平行, 则 AB 与 CD 相交, 设 AB 与 CD 交于点 G .

由已知条件 $AB \parallel EF, CD \parallel EF$ 得知, 过点 G 有两条直线与直线 EF 平行, 这与“经过直线外一点, 有且只有一条直线与已知直线平行”相矛盾. 所以, “假设 AB 与 CD 不平行”不成立, 故 $AB \parallel CD$.

24.3 圆周角

[教材课上思考答案]

练习 (P₂₉)

1. 根据圆周角定理的推论: “在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等.” 可以推出: $\angle 1 = \angle DBC, \angle 2 = \angle ACB, \angle 3 = \angle CAB, \angle 4 = \angle ABD$.

2. $\therefore \angle BOC = 50^\circ, \widehat{BC} = \widehat{BC},$

$\therefore \angle A = \frac{1}{2} \angle BOC = 25^\circ$.

3. $\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB, \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC.$

又 $\therefore \angle AOB = 2 \angle BOC, \therefore \angle ACB = 2 \angle BAC.$

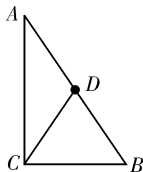
4. $\therefore$ 等腰直角三角形 ABC 的一条直角边为 $\sqrt{2}$,

$\therefore$ 等腰直角三角形 ABC 的斜边为 2.

$\therefore$ 等腰直角三角形 ABC 的外接圆是以斜边的中点为圆心的圆,

$\therefore$ 等腰直角三角形 ABC 的外接圆的半径为 1.

5. 已知: 如答图 67, 在 $\triangle ABC$ 中, CD 是



AB 边上的中线,且 $CD = \frac{1}{2}AB$. 求证: $\triangle ABC$ 为直角三角形.

证明:证法一: $\because CD = \frac{1}{2}AB, AD = DB = \frac{1}{2}AB$,

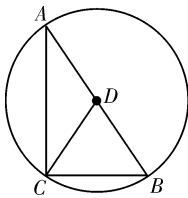
$\therefore CD = AD = DB, \therefore \angle A = \angle ACD, \angle B = \angle BCD$.

又 $\because \angle A + \angle ACD + \angle B + \angle BCD = 180^\circ$, 即 $2\angle A + 2\angle B = 180^\circ, \therefore \angle A + \angle B = 90^\circ, \therefore \angle ACB = 90^\circ$, 即 $\triangle ABC$ 为直角三角形.

证法二:由题意知 $DA = DB = DC$.

如答图 68,以 D 为圆心,以 DA 为半径作 $\odot D$,可知点 B, C 也在 $\odot D$ 上.

则 AB 为 $\odot D$ 的直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ$, 即 $\triangle ABC$ 为直角三角形.



答图 68

练习(P₃₁)

1. $\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BOD = 50^\circ$,

$\angle BCD = 180^\circ - \angle BAD = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

2. 因为四边形 $ABCD$ 是圆的内接四边形, $AD \parallel BC$, 所以 $\widehat{AB} = \widehat{DC}$, 所以 $\angle ABC = \angle DCB, \angle BAD = \angle ADC$, 易得 $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle APB = 10^\circ$,

所以 $\angle ABC = \angle DCB = 80^\circ, \angle BAD = \angle ADC = 100^\circ$.

3. 已知: $\square ABCD$ 是圆的内接四边形.

求证: $\square ABCD$ 是矩形.

证明:在圆内接四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle C$, 且 $\angle A + \angle C = 180^\circ, \therefore \angle A = \angle C = 90^\circ, \therefore \square ABCD$ 是矩形.

[教材课后习题答案]

习题 24.3 (P₃₁)

1. 利用“一条弧所对的圆周角等于它所对圆心角的一半”. 易得这个三角形的三个角的大小分别为 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.

2. 如答图 69, 连接 EO, DO .

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$\therefore \angle A = 60^\circ$.

$\because OE = OA$,

$\therefore \triangle OEA$ 为等边三角形,

$\therefore \angle EOA = 60^\circ$.

同理可证 $\angle DOB = 60^\circ$,

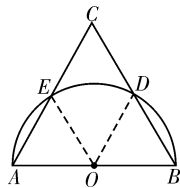
$\therefore \angle EOD = 60^\circ$.

3. 设 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心为 O , 连接 OA, OC .

$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 3$ cm, $\angle A = 120^\circ$,

$\therefore \angle OAC = 60^\circ$.

又 $OA = OC, \therefore \triangle OAC$ 为等边三角形,



答图 69

$\therefore OA = OC = AC = 3$ cm,

$\therefore \triangle ABC$ 的外接圆直径为 6 cm.

4. 连接 $AC, BD. \because \angle A = \angle D, \angle C = \angle B$,

$\therefore \triangle APC \sim \triangle DPB, \therefore \frac{PA}{PD} = \frac{PC}{PB}$,

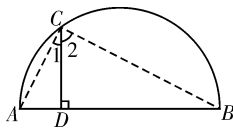
即 $PA \cdot PB = PC \cdot PD$.

5. 延长 OP, PO , 分别与圆相交, 设半径为 r cm.

由第 4 题结论知 $(r+5)(r-5) = 4 \times (10-4)$, 解得 $r=7$, 即 $\odot O$ 的半径为 7 cm.

6. 略.

7. 如答图 70, 连接 AC, BC .



答图 70

$\because AB$ 为直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ, \therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$.

$\because \angle A + \angle 1 = 90^\circ, \therefore \angle A = \angle 2, \therefore \triangle ACD \sim \triangle CBD$,

$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{CD}{BD}, \therefore CD^2 = AD \cdot BD$.

设 $AD = x$ cm, 则 $BD = (13-x)$ cm,

$\therefore 36 = x(13-x)$.

解得 $x_1 = 4, x_2 = 9$, 故 AD 长为 4 cm 或 9 cm.

8. 只有④成立. 因为根据“圆的内接四边形的对角互补, 且任何一个外角等于它的内对角”, 即 $4x + x = 3x + 2x$, 则圆内接四边形的各角度数之比的规律为: 圆内接四边形的两组内对角之和相等.

9. 证明: $\because \angle ABE = \angle ADC, \angle PBE = \angle PDC$,

又 $\because \angle PDC = \frac{1}{2} \angle ADC, \therefore \angle PBE = \frac{1}{2} \angle ABE$, 即 BP 平分 $\angle ABE$.

10. 连接 $AB. \because \angle C = \angle ABF, \angle ABF + \angle D = 180^\circ$,

$\therefore \angle C + \angle D = 180^\circ, \therefore CE \parallel DF$.

11. $\angle CAD > \angle CBD$.

理由: 如答图 71, 设 BC 交圆于点 E , 连接 DE , 延长 DA 交圆于点 F , 连接 CF .

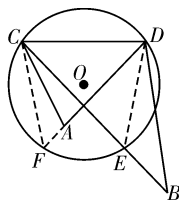
则 $\angle CFD = \angle CED$.

$\because \angle CAD > \angle CFD$,

$\therefore \angle CAD > \angle CED$.

又 $\because \angle CED > \angle CBD$,

$\therefore \angle CAD > \angle CBD$.



答图 71

24.4 直线与圆的位置关系

[教材课上思考答案]

练习(P₃₆)

1. $\because$ 直线 l 与 $\odot O$ 有唯一公共点, $\therefore d=r$.

又 $\because d=5$ cm, $\therefore r=5$ cm.

2. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$,

$\therefore c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$,

$\therefore$ 点 C 到 AB 的距离 $d = \frac{3 \times 4}{5} = 2.4$.

- (1) 当 $r=2$ 时, $r < d$, $\therefore AB$ 与 $\odot C$ 相离;
 (2) 当 $r=2.4$ 时, $r = d$, $\therefore AB$ 与 $\odot C$ 相切;
 (3) 当 $r=2.8$ 时, $r > d$, $\therefore AB$ 与 $\odot C$ 相交.

3. $\therefore AB$ 与 $\odot O$ 相切于点 C , $\therefore OC \perp AB$.

$$\text{又} \because OA = OB, \therefore AC = BC = \frac{1}{2}AB.$$

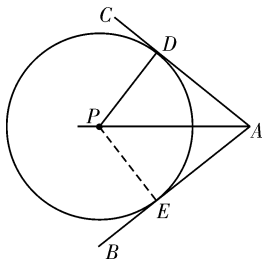
又 $\because AB = 6 \text{ cm}$, $\odot O$ 的直径为 8 cm ,

$$\therefore OC = 4 \text{ cm}, AC = BC = 3 \text{ cm},$$

$$\text{在 Rt} \triangle ACO \text{ 中}, AO = \sqrt{AC^2 + OC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 (\text{cm}).$$

即 OA 的长为 5 cm .

4. 如答图 72, 过点 P 作 $PE \perp AB$, 垂足为 E . 由于点 P 在 $\angle BAC$ 的平分线上, 且 $PE \perp AB$, $PD \perp AC$.



答图 72

根据角平分线的性质可知 $PD = PE$.

而 PD 是圆的半径, 所以 PE 也是圆的半径, 所以 AE 也是圆 P 的切线, 故以 P 为圆心, PD 为半径的圆与 $\angle BAC$ 两边相切.

5. 连接 OC . $\because OA = OB, CA = CB, \therefore OC \perp AB$.

又 $\because$ 点 C 在 $\odot O$ 上, $\therefore$ 直线 AB 是 $\odot O$ 的切线.

6. 连接 OC, BC . 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\because \angle CAB = 30^\circ, \therefore BC = OC = OB$. 又由 $BD = OB$, 得 $OB = BD = BC, \therefore \angle OCD = 90^\circ, \therefore DC$ 是 $\odot O$ 的切线.

练习(P₃₉)

1. 连接 OA, OB, OP . 因为 $\odot O$ 的半径是 30 cm , 所以 $OA = OB = 30 \text{ cm}$. 因为点 P 与圆心 O 的距离是 60 cm , 所以 $PO = 60 \text{ cm}$. 又因为 PA, PB 是 $\odot O$ 的切线, 所以 $OA \perp PA, OB \perp PB$.

由勾股定理得 $PA = 30\sqrt{3} \text{ cm}, \therefore \angle OPA = 30^\circ$, 所以 $\angle APB = 60^\circ$.

2. (1) 图中的垂直关系有: $OA \perp PA, OB \perp PB, AC \perp QP$.

(2) 图中的全等三角形有: $\triangle AOC \cong \triangle BOC, \triangle ACP \cong \triangle BCP, \triangle OAP \cong \triangle OBP$.

3. 因为 PA, PB 是 $\odot O$ 的切线, $\angle APB = 60^\circ$, 所以 $\angle AOB = 120^\circ$.

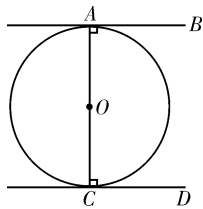
当点 C 在优弧 AB 上时, $\angle ACB = 60^\circ$; 当点 C 在劣弧 AB 上时, $\angle ACB = 120^\circ$.

[教材课后习题答案]

习题 24.4 (P₃₉)

1. 略.

2. 已知: 如答图 73, AB 切 $\odot O$ 于点 A, CD 切 $\odot O$ 于点 C , 且 $AB \parallel CD$.



答图 73

求证: AC 是 $\odot O$ 的直径.

$\because AB$ 切 $\odot O$ 于点 $A, \therefore OA \perp AB$.

$\because AB \parallel CD, \therefore OA \perp CD$.

又 $\because CD$ 切 $\odot O$ 于点 $C, \therefore OA \perp CD$ 的垂足为点 C ,

$\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的直径.

3. 测量的原理: 若圆的两条切线互相平行, 则连接两个切点的线段是圆的直径, 游标卡尺的两卡脚相当于圆形工件的两条互相平行的切线.

4. 连接 OD .

$\because OC \parallel AD, OA = OD,$

$\therefore \angle COB = \angle A = \angle ODA = \angle COD$.

又 $\because OC = OC, OB = OD, \therefore \triangle OBC \cong \triangle ODC$.

又 BC 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore OB \perp BC$.

$\therefore \angle ODC = \angle OBC = 90^\circ$.

即 $OD \perp DC, \therefore DC$ 是 $\odot O$ 的切线.

5. 连接 OD .

$\because CD = BD, AO = BO, \therefore OD \parallel AC$.

$\because DE \perp AC, \therefore DE \perp OD. \therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线.

6. 由点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F .

$\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\therefore DF = DB$.

(1) $\because AC \perp DF$ 且点 F 为半径外端, 故 AC 为 $\odot D$ 的切线.

(2) $\because ED = DC, DB = DF, \therefore \text{Rt} \triangle EBD \cong \text{Rt} \triangle CFD, \therefore EB = CF$. 易知 $AB = AF,$
 $\therefore AC = AF + FC = AB + EB$.

7. $\because AC$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore OA \perp AC$.

$\therefore \angle BAC + \angle OAB = 90^\circ$.

又 $\because OK \perp AB, \therefore \angle OAB + \angle AOK = 90^\circ. \therefore \angle BAC + \angle OAB = \angle OAB + \angle AOK. \therefore \angle BAC = \angle AOK$.

8. 连接 OA , 作 $OK \perp AC$ 于 K .

$\because$ 在 $\text{Rt} \triangle OAK$ 中, $\angle OAK + \angle AOK = 90^\circ,$

而 $\angle AOK = \frac{1}{2} \angle AOC = \angle B, \angle CAE = \angle B,$

$\therefore \angle AOK = \angle CAE$.

$\therefore \angle OAK + \angle CAE = \angle OAE = 90^\circ, \therefore OA \perp AE$.

故 AE 与 $\odot O$ 相切于点 A .

9. 设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $(2\sqrt{3})^2 = r^2 - (r-2)^2 = 2 \times (2r-2)$, 解得 $r=4$.

由 $AO^2 = PO \cdot DO$, 得 $PO=8, \therefore PC=8-4=4$.

由 $PA^2 = PO^2 - AO^2$, 得 $PA=4\sqrt{3}$.

10. 设 BD 切 $\odot O$ 于点 E .

$\because AB, BE$ 分别切 $\odot O$ 于 A, E 两点,

$\therefore OB$ 平分 $\angle ABE$, $\therefore \angle ABO = \angle OBD$.

同理可证: $\angle ODC = \angle ODB$.

$\therefore \angle ABO + \angle ODC = \angle OBD + \angle ODB$.

又 $\because AB \parallel CD$, $\therefore \angle ABO + \angle OBD + \angle ODB + \angle ODC = 180^\circ$, $\therefore \angle OBD + \angle ODB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BOD = 90^\circ$, 即 $BO \perp OD$.

11. 连接 OA .

$\because PA, PB$ 是 $\odot O$ 的切线, $\therefore OA \perp AP, OB \perp BP$.

$\because OA = OB, OP = OP$, $\therefore \text{Rt} \triangle OAP \cong \text{Rt} \triangle OBP$.

$\therefore \angle AOP = \angle BOP$.

$\because \widehat{AB} = \widehat{AB}$, $\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$.

$\therefore \angle ACB = \angle BOP$.

$\therefore CA \parallel OP$.

24.5 三角形的内切圆

[教材课上思考答案]

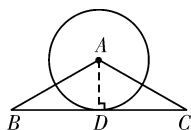
练习(P₄₄)

1. 如答图 74 所示, 设 BC 与 $\odot A$ 的切点为 D , 连接 AD , 则 $AD \perp BC$, 且 $AD = 2$ cm. 在 $\text{Rt} \triangle ACD$ 中, $AC = 4$ cm,

$$\cos \angle DAC = \frac{AD}{AC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle DAC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 2 \angle DAC = 120^\circ.$$



答图 74

2. 如答图 75 所示,

$\because I$ 是 $\triangle ABC$ 的内心,

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$$\angle 2 = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB).$$

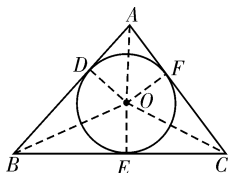
$$\text{又} \because \angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ, \angle A = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 100^\circ, \therefore \angle 1 + \angle 2 = 50^\circ.$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle BIC = 180^\circ, \therefore \angle BIC = 130^\circ.$$

3. 由题意可得 $AB = 5$, 设这个三角形的内切圆的半径为 r , 则由题意得 $r = \frac{1}{2} (BC + AC - AB) = \frac{1}{2} \times (3 + 4 - 5) = 1$.

4. 如答图 76 所示, 设 $\triangle ABC$ 的内心为 O , $\odot O$ 与三边的切点分别为 D, E, F , 连接 OA, OB, OC, OD, OE, OF , 则 $OD \perp AB, OE \perp BC, OF \perp AC$.



答图 76

由题意可知 $AB + BC + CA = 12$ cm, $S_{\triangle ABC} = 6$ cm².

设内切圆的半径为 r .

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOC} + S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} AB \cdot OD +$$

$$\frac{1}{2} BC \cdot OE + \frac{1}{2} AC \cdot OF = \frac{1}{2} r (AB + BC + CA),$$

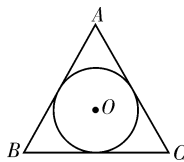
$$\therefore \frac{1}{2} \times 12r = 6, \therefore r = 1 \text{ cm}, \text{即这个圆的半径为 } 1 \text{ cm}.$$

[教材课后习题答案]

习题 24.5 (P₄₄)

1. 已知: 如答图 77 所示, $\triangle ABC$ 为等边三角形, O 为 $\triangle ABC$ 的内切圆的圆心.

求证: 点 O 也为 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心, 且外接圆半径等于内切圆半径的 2 倍.



答图 77

如答图 78, 连接 AO 并延长, 交 BC 于点 D .

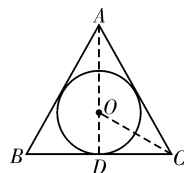
$\because O$ 为 $\triangle ABC$ 的内切圆的圆心,

$\therefore AO$ 平分 $\angle BAC$.

又 $\because \triangle ABC$ 为等边三角形, $\therefore AD \perp BC$, 且 AD 平分 BC , 即 AD 为 BC 的中垂线.

同理, O 也在 AB, AC 的中垂线上, 即 O 为 $\triangle ABC$ 三边中垂线的交点,

$\therefore O$ 也为 $\triangle ABC$ 的外心, 即等边三角形的内心与外心重合, 连接 OC , 则 $\angle OCB = 30^\circ$.



答图 78

$$\text{在 } \text{Rt} \triangle OCD \text{ 中}, OD = OC \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} OC,$$

$$\therefore \text{内切圆半径为外接圆半径的 } \frac{1}{2}.$$

综上所述, 等边三角形的内心与外心重合, 并且外接圆半径是内切圆半径的 2 倍.

2. 如答图 79 所示, 连接 IE, IF , 则

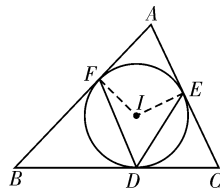
$$\angle FDE = \frac{1}{2} \angle FIE.$$

$$\because \angle AEI = \angle AFI = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FIE + \angle A = 180^\circ,$$

$$\therefore 2 \angle FDE + \angle A = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle FDE = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A.$$



答图 79

3. 连接 OE, OF .

$\because AC, BC$ 都是 $\odot O$ 的切线, 且 F, E 为切点,

$\therefore OE \perp BC, OF \perp AC$, 又 $\because \angle C = 90^\circ$, $\therefore OE \parallel AC$.

又 $\because OE = OF$, $\therefore$ 四边形 $OECF$ 为正方形.

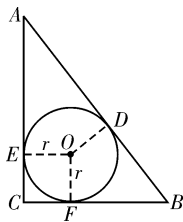
$$\therefore DE = 1 - r, OF = OE = r.$$

由 $OE \parallel AC$, 得 $\triangle ODE \sim \triangle ADC$,

$$\therefore \frac{OE}{AC} = \frac{DE}{DC}, \text{即 } \frac{r}{4} = \frac{1-r}{1}, \text{解得 } r = \frac{4}{5},$$

即 $\odot O$ 的半径 r 为 $\frac{4}{5}$.

4. (1) 如答图 80.



答图 80

连接 OE, OF, OD . $\therefore OE \perp AC, OF \perp BC, OD \perp AB$.
 $\because \angle C = 90^\circ, OE = OF = r, \therefore$ 四边形 $OEFC$ 为正方形,
 $\therefore OE = EC = CF = OF = r. \therefore AE = b - r, BF = a - r$.
 又 $\because AE = AD, BF = BD, AD + BD = AB, \therefore c = b - r + a - r, \therefore r = \frac{a+b-c}{2}$.

(2) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(a+b+c) \cdot r$, 又 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab$,
 $\therefore \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b+c) \cdot r, \therefore r = \frac{ab}{a+b+c}$.

5. 由点 E 为内心, 得 $\angle BAD = \angle CAD$.

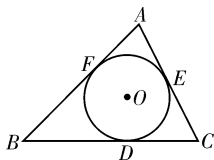
$\therefore DB = DC$.

连接 EC , 则 $\angle BCD = \angle BAD = \angle CAD, \angle BCE = \angle ACE$, 而 $\angle DCE = \angle DCB + \angle BCE, \angle DEC = \angle CAD + \angle ACE, \therefore \angle DCE = \angle DEC, \therefore DC = DE$.

$\therefore DB = DC = DE$.

6. 4 个. 理由略.

7. 如答图 81, AB, BC, AC 分别切 $\odot O$ 于点 F, D, E ,
 $\therefore AF = AE, BF = BD, CD = CE$.



答图 81

设 $AF = AE = x$ cm, $BF = BD = y$ cm, $CD = CE = z$ cm,

$$\begin{cases} x+y=13, & ① \\ y+z=14, & ② \\ x+z=9, & ③ \end{cases}$$

$$\therefore x+y+z=18. \quad ④$$

$$\text{用④分别减去①②③得} \begin{cases} x=4, \\ y=9, \\ z=5. \end{cases}$$

故 $AF = 4$ cm, $BD = 9$ cm, $CE = 5$ cm.

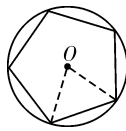
► 24.6 正多边形与圆

[教材课上思考答案]

练习(P₄₉)

- (1) 正五边形的每个内角为 108° , 每个外角为 72° .
 (2) 正八边形的每个内角为 135° , 每个外角为 45° .
 (3) 正十二边形的每个内角为 150° , 每个外角为 30° .
- 略.

3. 圆的内接正五边形各边所对的圆心角均为 $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$, 72° 的圆心角所对的弧长为圆周的 $\frac{1}{5}$. 先用量角器画一个 72° 的圆心角, 然后在圆上以 72° 的圆心角与圆的一个交点为端点, 依次截取 72° 圆心角所对弧的等弧, 就得到圆的五等分点, 顺次连接此五点, 则得到圆的内接正五边形. 如答图 82 所示.

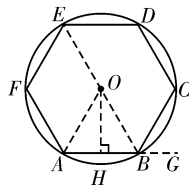


答图 82

练习(P₅₁)

1. 任何一个三角形都有一个外接圆与内切圆, 但只有正三角形的外接圆与内切圆为同心圆.

2. 如答图 83 所示, 连接 BE , 延长 AB 至



答图 83

$G. \because$ 六边形 $ABCDEF$ 为正六边形,

$$\therefore \angle CBG = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle CBG = 120^\circ.$$

又 $\because$ 正六边形 $ABCDEF$ 关于 BE

轴对称,

$$\therefore \angle ABO = \angle OBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 60^\circ.$$

过点 O 作 $OH \perp AB$ 于点 H , 则 $\angle HOB = 90^\circ - \angle ABO =$

$$90^\circ - 60^\circ = 30^\circ. \therefore OH = R, \therefore OB = \frac{R}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}R,$$

$$\therefore OH : OB = R : \frac{2}{\sqrt{3}}R = \sqrt{3} : 2.$$

3. 因为正 n 边形的每个中心角都等于 $\frac{360^\circ}{n}$, 正 n 边形的每个内角为 $\frac{180^\circ(n-2)}{n}$, 所以正 n 边形的每个外角为

$$180^\circ - \frac{180^\circ(n-2)}{n} = \frac{180^\circ n - 180^\circ n + 360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{n}, \text{所以在}$$

正 n 边形中, 中心角与正 n 边形的每个外角相等.

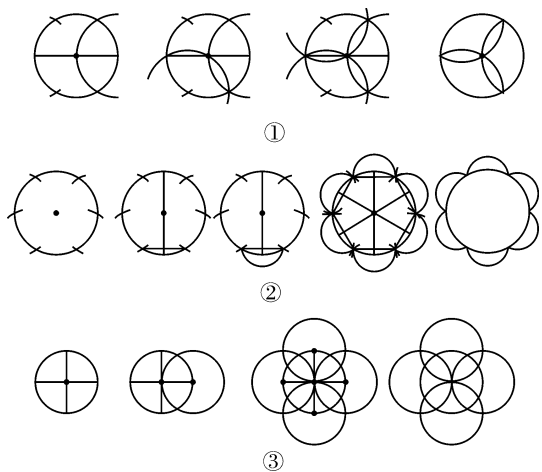
[教材课后习题答案]

习题 24.6(P₅₂)

1. 作图略.

作法: 作 $\odot O$ 的两条互相垂直的直径, 交圆周于四点, 再作已得互为对顶角的两对直角的平分线, 又得到两条直径, 所得到的直径与圆周又交于四点, 此四点与原四点把圆周八等分, 顺次连接此八点, 就得到圆的内接正八边形.

2. 第一个图的作图过程如答图 84①所示. 第二个图的作图过程如答图 84②所示. 第三个图的作图过程如答图 84③所示.



答图 84

3. $\because \angle BAC = 36^\circ, AB = AC,$
 $\therefore \angle ABC = \angle ACB = 72^\circ.$
 由已知得 $\angle ACE = \angle ECB = \angle DBA = \angle DBC = 36^\circ,$
 由圆周角定理的推论知 $\angle BDC = \angle BEC = \angle BAC = 36^\circ,$
 $\therefore BE = BC = DC, \angle EBC = \angle DCB = 108^\circ.$
 又由 $\angle ADB = \angle ACB = 72^\circ, \angle AEC = \angle ABC = 72^\circ,$
 得 $\angle AEB = \angle ADC = 108^\circ. \therefore \angle EAD = 108^\circ.$
 易知 $AE = AD = BE = DC = BC.$
 故五边形 $AEBDC$ 是正五边形.
4. $b = \sqrt{3}a = 12\sqrt{3}.$
5. 圆形铁片的直径即为正方形的对角线长,故最小为 $\sqrt{2}a.$
6. 圆内接正三角形的边长为 $\sqrt{3}R,$ 所以圆内接正三角形的周长为 $3\sqrt{3}R,$ 面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}R^2.$
 圆内接正方形的边长为 $\sqrt{2}R,$ 所以圆内接正方形的周长为 $4\sqrt{2}R,$ 面积为 $2R^2.$
7. 由已知条件可知该正三角形的边长为 $4\sqrt{3}$ cm, 高为 6 cm, 故面积为 $12\sqrt{3}$ cm².
8. (1) 作正五边形 $ABCDE$ 的外接圆, 则由正五边形的定义知 $\widehat{AE} = \widehat{BC},$ 且均等于圆周的 $\frac{1}{5},$ 故 $\widehat{AE}$ 与 $\widehat{BC}$ 的度数均为 $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ,$
 故 $\angle EBA = \angle CAB = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ,$
 所以 $\angle EPA = \angle EBA + \angle CAB = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ.$
 因为 $\angle EAP = \angle EAB - \angle CAB = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ,$ 所以 $\angle EAP = \angle EPA,$ 所以 $PE = EA,$ 又 $EA = AB,$ 所以 $PE = AB.$

(2) 因为 $\angle ABP = \angle EBA = 36^\circ, \angle BAP = \angle BEA = 36^\circ,$
 所以 $\triangle ABP \sim \triangle EBA,$ 所以 $\frac{AB}{EB} = \frac{BP}{BA},$ 即 $AB^2 = BE \cdot BP,$
 由(1)知 $PE = AB,$ 所以 $PE^2 = BE \cdot BP.$

24.7 弧长与扇形面积

[教材课上思考答案]

练习(P₅₆)

$$1. \widehat{AB} \text{ 的长度} = \frac{120 \times \pi \times 12}{180} = 8\pi (\text{cm}),$$

$$S_{\text{扇形}AOB} = \frac{120 \times \pi \times 12^2}{360} = 48\pi (\text{cm}^2).$$

答: $\widehat{AB}$ 的长度为 8π cm, 扇形 AOB 的面积为 48π cm².

$$2. \text{扇形所在圆的半径为 } r = \frac{180l}{n\pi} = \frac{180 \times 20\pi}{150\pi} = 24,$$

$$\therefore S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} \cdot l \cdot r = \frac{1}{2} \times 20\pi \times 24 = 240\pi.$$

答: 扇形面积为 $240\pi.$

$$3. \text{连接 } OA, OB. \because OA = 0.6 \text{ m}, DC = 0.3 \text{ m},$$

$$\therefore OD = 0.6 - 0.3 = 0.3 (\text{m}). \therefore \angle AOD = 60^\circ,$$

$$AD = \frac{3\sqrt{3}}{10} \text{ m}. \therefore S_{\text{弓形}ACB} = S_{\text{扇形}OACB} - S_{\triangle OAB},$$

$$S_{\text{扇形}OACB} = \frac{120\pi}{360} \times 0.6^2 = 0.12\pi (\text{m}^2),$$

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} AB \cdot OD$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.6 \times \sqrt{3} \times 0.3 = \frac{9\sqrt{3}}{100} (\text{m}^2),$$

$$\therefore S_{\text{弓形}ACB} = 0.12\pi - \frac{9\sqrt{3}}{100} = \left(\frac{3\pi}{25} - \frac{9\sqrt{3}}{100} \right) \text{m}^2.$$

答: 截面中有水部分的弓形面积为 $\left(\frac{3\pi}{25} - \frac{9\sqrt{3}}{100} \right) \text{m}^2.$

$$4. \widehat{AB} = \frac{120\pi \cdot 3}{180} = 2\pi.$$

[教材课后习题答案]

习题 24.7(P₅₇)

1. 由题意得火车主动轮的周长为 1.2π m, 所以火车每分钟走过的路程为 $1.2\pi \times 400 = 480\pi (\text{m}).$

故火车的前进速度是 480π m/min.

2. 连接 $O_1B,$ 设 $\angle AO_1B = n^\circ,$

$$\text{则 } \angle AOC = \frac{1}{2} \angle AO_1B = \frac{n^\circ}{2}.$$

$$\therefore \widehat{AB} = \frac{n\pi \cdot O_1A}{180},$$

$$\widehat{AC} = \frac{\frac{n}{2}\pi \cdot OA}{180} = \frac{n\pi \cdot O_1A}{180}, \text{ 故 } \widehat{AB} \text{ 与 } \widehat{AC} \text{ 的长度相等.}$$

3. $\frac{\pi}{6}$.

4. 设直角三角形两直角边分别为 a, b , 斜边为 c .

$$\therefore S_{\text{小半圆}} = \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}\pi a^2,$$

$$S_{\text{中半圆}} = \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}\pi b^2,$$

$$S_{\text{大半圆}} = \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{c}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}\pi c^2, S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab.$$

$$\therefore S_{\text{橘红色}} = S_{\text{小半圆}} + S_{\text{中半圆}} + S_{\triangle ABC} - S_{\text{大半圆}}$$

$$= \frac{1}{8}\pi a^2 + \frac{1}{8}\pi b^2 + \frac{1}{2}ab - \frac{1}{8}\pi c^2$$

$$= \frac{1}{8}\pi(a^2 + b^2 - c^2) + \frac{1}{2}ab.$$

$$\because a^2 + b^2 = c^2, \therefore S_{\text{橘红色}} = \frac{1}{2}ab = S_{\triangle ABC}.$$

即以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 各边为直径的三个半圆所围成的橘红色部分面积等于 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的面积.

5. (1) 在三角形中的弧长为 $l_1 = \frac{180 \times \pi \times 1}{180} = \pi$.

在四边形中的弧长为 $l_2 = \frac{360 \times \pi \times 1}{180} = 2\pi$.

在 n 边形中的弧长为 $l_{n-2} = \frac{(n-2) \cdot 180 \times \pi \times 1}{180} = (n-2)\pi$.

6. $AD = AB - BD = 25 - 14 = 11$ (cm).

$$S_{\text{贴纸}} = (S_{\text{大扇形}} - S_{\text{小扇形}}) \times 2$$

$$= \left(\frac{120 \times \pi \times 25^2}{360} - \frac{120 \times \pi \times 11^2}{360} \right) \times 2$$

$$= \frac{1}{3}\pi(25^2 - 11^2) \times 2 = 336\pi (\text{cm}^2).$$

答: 贴纸部分的面积为 $336\pi \text{ cm}^2$.

7. $\therefore \angle CAB = 7.5^\circ$,

$$\therefore \widehat{BC} \text{ 所对的圆心角为 } 7.5^\circ \times 2 = 15^\circ.$$

$$\therefore r = \frac{180l}{n\pi} = \frac{180 \times 392.5}{15\pi} \approx 1499 (\text{m}).$$

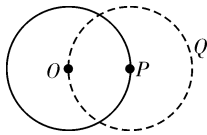
答: 该圆形人工湖的半径约为 1499 m.

A 组复习题 (P₆₇)

1. (1) 每幅镶边图案均可由一个基本图案经过若干次相同的几何变换得到.

(2) 图(1)由一片树叶经过 5 次平移得到; 图(2)由一只蝴蝶形图案经旋转、平移后, 再把所得的图形与原图形一起经过连续 2 次平移得到.

2. 点 Q 可能在圆内、圆上、圆外 (在圆内时可能与圆心重合), 如答图 85 所示, 虚线为点 Q 可能的位置轨迹.



答图 85

3. 由勾股定理, 得 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 2$, A 点第一次运动时经过的路程是以 AB 为半径, 圆心角为 120° 的弧长, 即 $\frac{120\pi \times 2}{180} = \frac{4\pi}{3}$; A 点第二次运动时经过的路程是

以 AC 为半径, 圆心角为 90° 的弧长, 即 $\frac{90\pi \times \sqrt{3}}{180} =$

$\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$; 所以点 A 两次运动所经过的路程为 $\frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}\pi}{2}$.

4. 如答图 86 所示, 过点 O 作 $OC \perp AB$ 于点 C .

$\because AO = BO, \therefore OC$ 平分 $\angle AOB$,

$$\therefore \angle AOC = \frac{1}{2}\angle AOB.$$

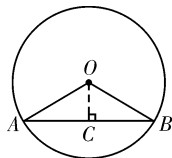
$\because$ 弦 AB 所对劣弧为圆的 $\frac{1}{3}$,

$$\therefore \angle AOB = \frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ, \therefore \angle AOC = 60^\circ.$$

在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中, $AO = 2 \text{ cm}$, $\therefore \sin 60^\circ = \frac{AC}{AO}$,

$$\therefore AC = AO \cdot \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} (\text{cm}).$$

$$\therefore AB = 2AC = 2\sqrt{3} \text{ cm}.$$



答图 86

5. $\triangle ABC$ 是等边三角形. 理由略.

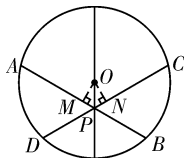
6. 最短的弦是过点 A 且垂直于 OA 的弦, 故过点 A 最短的弦长为 $2\sqrt{5^2 - 3^2} = 8$.

7. 如答图 87 所示, 过点 O 作 $OM \perp AB$ 于点 M , $ON \perp DC$ 于点 N , 则 $\angle OMP = \angle ONP = 90^\circ$.

$\because$ 直线 OP 平分 $\angle APC$, $\therefore \angle OPM = \angle OPN$.

又 $OP = OP$, $\therefore \triangle OMP \cong \triangle ONP$.

$$\therefore OM = ON, \therefore AB = CD.$$

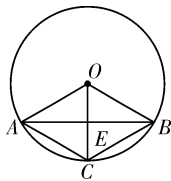


答图 87

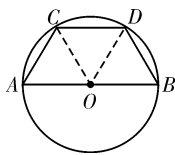
8. 四边形 $OACB$ 是菱形.

理由如下:如答图 88 所示,设半径为 r ,
 则 $AB = \sqrt{3}r$. $\because C$ 为 $\widehat{AB}$ 的中点, $\therefore OC$ 垂直且平分 AB ,
 设垂足为 E , $\therefore AE = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{3}}{2}r$.

在 $\text{Rt}\triangle AOE$ 中, $\sin \angle AOE = \frac{AE}{AO} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,
 $\therefore \angle AOE = 60^\circ$, $\therefore \triangle AOC$ 为等边三角形.
 $\because AE \perp OC$, $\therefore AE$ 平分 OC .
 $\therefore AB$ 与 OC 互相垂直平分.
 $\therefore$ 四边形 $OACB$ 为菱形.



答图 88



答图 89

9. $\triangle ACE \cong \triangle BDF$. 理由:

$\because AB \parallel CD \parallel EF$, $\therefore \widehat{AC} = \widehat{BD}$, $\widehat{CE} = \widehat{DF}$, $\widehat{AE} = \widehat{BF}$,
 $\therefore AC = BD$, $CE = DF$, $AE = BF$.
 $\therefore \triangle ACE \cong \triangle BDF$.

10. (1) 连接 CO , DO , 答图 89.

$\because AC = CD = DB$, $\therefore C, D$ 为半圆的三等分点,
 $\therefore \angle COD = \angle AOC = 60^\circ$.
 又 $\because AO = CO$, $\therefore \triangle AOC$ 为正三角形,
 $\therefore AC = AO = \frac{1}{2}AB = 5 \text{ cm}$.

(2) $\because \angle COD = 60^\circ$ 且 $CO = DO$,
 $\therefore \triangle COD$ 为等边三角形,
 $\therefore \angle OCD = 60^\circ$. $\therefore \angle OCD = \angle AOC$, $\therefore CD \parallel AB$.

11. 连接 BE , 则 $\angle E = \angle C$.

$\because AE$ 为 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ABE = 90^\circ$.
 $\because AD$ 为 $\triangle ABC$ 的高, $\therefore \angle ADC = 90^\circ$.
 $\therefore \angle ABE = \angle ADC$. $\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADC$.
 $\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC}$. $\therefore AB \cdot AC = AE \cdot AD$.

12. 1.3 m^2

13. $\because AD$ 平分 $\angle EAC$, $\therefore \angle EAD = \angle CAD$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是圆的内接四边形,
 $\therefore \angle EAD = \angle DCB$.
 又 $\angle CAD = \angle CBD$, $\therefore \angle DCB = \angle CBD$,
 $\therefore DB = DC$.

14. 连接 BC, OC . $\because AB$ 为直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle B + \angle CAB = 90^\circ$. 又 $\because AD \perp CD$,
 $\therefore \angle ADC = 90^\circ$, $\therefore \angle CAD + \angle DCA = 90^\circ$.

$\because DC$ 为 $\odot O$ 的切线,
 $\therefore \angle OCD = \angle DCA + \angle ACO = 90^\circ$.
 $\therefore \angle CAD = \angle ACO$.
 又 $AO = CO$, $\therefore \angle ACO = \angle CAB$,
 $\therefore \angle CAD = \angle CAB$, 即 AC 平分 $\angle DAB$.

15. 连接 OE . $\because AB, AC$ 分别切 $\odot O$ 于 D, E 两点,
 $\therefore \angle ADO = \angle AEO = 90^\circ$. 又 $\because \angle A = 90^\circ$, $\therefore$ 四边形 $ADOE$ 是矩形. $\because OD = OE$, $\therefore$ 四边形 $ADOE$ 是正方形.
 $\therefore OD \parallel AC$, $OD = AD = 3$, $\therefore \angle BOD = \angle C$,
 $\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle BOD$ 中, $\tan \angle BOD = \frac{BD}{OD} = \frac{2}{3}$,

$\therefore \tan C = \frac{2}{3}$.

如答图 90, 设 $\odot O$ 与 BC 交于 M, N 两点. 由四边形 $ADOE$ 是正方形, $\therefore \angle DOE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle COE + \angle BOD = 90^\circ$,

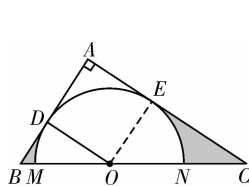
$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle EOC$ 中, $\tan C = \frac{2}{3}$, $OE = 3$,

$\therefore EC = \frac{9}{2}$, $\therefore S_{\text{扇形}DOM} + S_{\text{扇形}EON} = S_{\text{扇形}DOE} = \frac{1}{4}S_{\odot O} =$

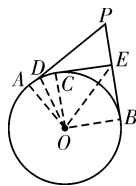
$\frac{1}{4}\pi \times 3^2 = \frac{9}{4}\pi$,

$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle BDO} + S_{\triangle COE} - (S_{\text{扇形}DOM} + S_{\text{扇形}EON})$
 $= \frac{39}{4} - \frac{9}{4}\pi$,

$\therefore$ 橘红色部分的面积为 $\frac{39}{4} - \frac{9}{4}\pi$.



答图 90



答图 91

16. (1) 如答图 91 所示: $\because DE$ 切 $\odot O$ 于点 C , PA, PB 分别切 $\odot O$ 于 A, B 两点, $\therefore DA = DC$, $EC = EB$. $\triangle PDE$ 的周长 $= PD + PE + DE = PD + DA + PE + EB = PA + PB$, $\therefore \triangle PDE$ 的周长是定值.

(2) 连接 OA, OB, OD, OE, OC , 则 $\angle OCD = 90^\circ$.

又 $\angle OAD = 90^\circ$, $\therefore \angle OAD = \angle OCD$.
 $\because OC = OA, OD = OD$, $\therefore \text{Rt}\triangle OAD \cong \text{Rt}\triangle OCD$,
 $\therefore \angle AOD = \angle COD$. 同理 $\angle COE = \angle BOE$,

$\therefore \angle DOE = \frac{1}{2}\angle AOB$, $\therefore \angle DOE$ 的大小是定值.

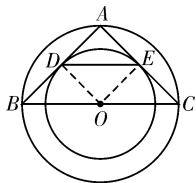
17. $\alpha_4 = 90^\circ, \alpha_5 = 108^\circ, \alpha_6 = 120^\circ$,

$\alpha_n = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$.

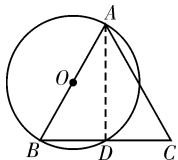
B 组复习题(P₆₉)

1. 略.

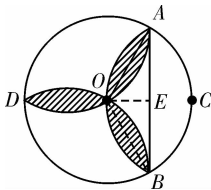
2. 略.

3. 如答图 92, 连接 OD 、 OE . $\because AD$ 为小圆的切线, $\therefore OD \perp AB$. $\therefore BD = AD$ (垂直于弦的直径平分弦).同理可证: $AE = EC$. $\therefore DE$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线, $\therefore DE \parallel \frac{1}{2}BC$.

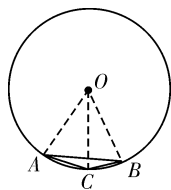
答图 92



答图 93

4. 作 $OG \perp EF$ 于点 G , 可得 OG 为梯形的中位线, $\therefore$ 点 G 为 EF 的中点, 即 $EG = FG$. 又由垂径定理, 得 $CG = DG$, $\therefore EC = DF$.5. 已知: 如答图 93 所示, $AB = AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D .求证: $BD = CD$.连接 AD . $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ADB = 90^\circ$, 即 $AD \perp BC$.又 $\because AB = AC$, $\therefore BD = CD$.6. 连接 PC , 由 $\widehat{PC}$ 的长为 $\frac{5\pi}{2}$, 得 $\widehat{PC}$ 所对的圆心角为 90° , $\therefore \angle CBM = 45^\circ$.又 AB 为半圆的直径, $\therefore \angle C = 90^\circ$. $\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle MCB$ 中, $\angle CMB = 45^\circ$, $\therefore MC = BC$.同理可证: $MP = AP$.7. 连接 DE 、 BD 、 OD . $\because AC$ 切 $\odot O$ 于点 D , $\therefore \angle ODA = 90^\circ = \angle ADE + \angle ODE$. $\because OD = OE$, $\therefore \angle ODE = \angle OED$. $\because EB$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle EDB = 90^\circ$, $\therefore \angle OED + \angle OBD = 90^\circ$, $\therefore \angle ADE = \angle OBD$. 又 $\angle A = \angle A$, $\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABD$, $\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AD}$, $\therefore AD^2 = AB \cdot AE$.又 $AD = 2$, $AE = 1$, $\therefore AB = 4$.设 $CD = x$, 则 $BC = x$. $\therefore x^2 + 4^2 = (2 + x)^2$, $\therefore x = 3$, 即 $CD = 3$.8. 每段弧所对的圆心角为 30° , 则 $l = \frac{30 \cdot \pi \cdot a}{180} = \frac{\pi a}{6}$, 所以橘红色部分的周长 $= \frac{\pi a}{6} \times 4 = \frac{2}{3}\pi a$.9. $S_{\text{橘红色}} = \frac{1}{4}\pi \times 4^2 - \frac{1}{4}\pi \times 2^2 - 2^2 - \left(2^2 - \frac{1}{4}\pi \times 2^2\right) = 4\pi - 8$.10. 如答图 94 所示, 连接 OA 、 OB . 由题意可知 A 、 B 、 D 均为圆周的三等分点, $\therefore \angle AOB = \frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ$. 过 O 作 $OE \perp AB$ 于点 E , $\therefore \angle EOB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$. $\because OB = R$, $\therefore OE = OB \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}R$, $BE = OB \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}R$. $\therefore S_{\triangle EOB} = \frac{1}{2}BE \cdot OE = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}R \times \frac{1}{2}R = \frac{\sqrt{3}}{8}R^2$, $\therefore S_{\triangle AOB} = 2S_{\triangle EOB} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{8}R^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}R^2$.又 $\because S_{\text{扇形AOB}} = \frac{1}{3}S_{\odot O} = \frac{1}{3}\pi R^2$, $\therefore S_{\text{弓形ACB}} = S_{\text{扇形AOB}} - S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3}\pi R^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}R^2$, $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{弓形ACB}} \times 6 - S_{\odot O} = 6\left(\frac{1}{3}\pi R^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}R^2\right) - \pi R^2 = \left(\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)R^2$.

答图 94



答图 95

C 组复习题(P₇₁)1. 如答图 95 所示, 连接 AO 、 BO 、 CO . 依题意可知 $\angle AOB = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$, $\angle AOC = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$, $\therefore \angle BOC = 60^\circ - 36^\circ = 24^\circ$. $\therefore \frac{360^\circ}{24^\circ} = 15$, $\therefore BC$ 是圆内接正十五边形的一边.2. 如答图 96, 在 $\odot O$ 的内接正五边形 $ABCDE$ 中, 连接 AO 并延长, 交 CD 于点 G , 交 $\odot O$ 于点 F , 则 $OG \perp CD$. 连接 OC 、 OD 、 AD , 过点 O 作 $OM \perp AD$ 于点 M . $\because$ 五边形 $ABCDE$ 为正五边形,

$$\therefore \angle COD = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ. \because OC = OD,$$

$$\therefore \angle GOD = \frac{1}{2} \angle COD = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ.$$

$$\text{又} \because OA = OD, \therefore \angle ODM = \frac{1}{2} \angle GOD = 18^\circ.$$

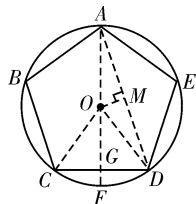
$$\text{由正多边形的轴对称可知 } GD = CG = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} a.$$

$$\text{在 Rt} \triangle GOD \text{ 中, } OD = \frac{GD}{\sin 36^\circ} = \frac{\frac{1}{2} a}{\sin 36^\circ}.$$

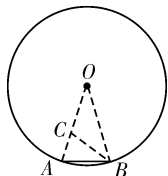
$$\text{又} \because OM \perp AD, \therefore MD = \frac{1}{2} AD = OD \cdot \cos 18^\circ = \frac{\frac{1}{2} a}{\sin 36^\circ}.$$

$$\cos 18^\circ, \text{即 } \frac{1}{2} AD = \frac{\frac{1}{2} a \cos 18^\circ}{\sin 36^\circ},$$

$$\therefore AD = \frac{a \cos 18^\circ}{\sin 36^\circ}.$$



答图 96



答图 97

3. 如答图 97, 设 $\odot O$ 的半径为 R , AB 为 $\odot O$ 的内接正十边形的一边, 连接 OA 、 OB , 则 $\angle AOB = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$,

$\angle A = \angle OBA = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle AOB) = 72^\circ$. 以点 B 为顶点, BA 为一边在 $\triangle OAB$ 的内部作 $\angle ABC = 36^\circ$, 边 BC 交 OA 于点 C , 则 $\angle OBC = \angle OBA - \angle ABC = 72^\circ - 36^\circ = 36^\circ$, $\angle ACB = 180^\circ - (\angle A + \angle ABC) = 180^\circ - (72^\circ + 36^\circ) = 72^\circ$.

$$\therefore \angle A = \angle ACB, \therefore AB = BC.$$

又 $\because \angle AOB = \angle OBC = 36^\circ, \therefore BC = OC, \therefore AB = BC = OC$.

在 $\triangle OAB$ 和 $\triangle BAC$ 中, $\angle A = \angle A, \angle AOB = \angle ABC$,

$$\therefore \triangle OAB \sim \triangle BAC, \therefore \frac{AB}{AC} = \frac{OA}{AB},$$

$$\therefore AB^2 = AC \cdot OA, \therefore AB^2 = (OA - OC) \cdot OA,$$

$$\therefore AB^2 = (OA - AB) \cdot OA, \text{即 } a_{10}^2 = (R - a_{10}) \cdot R,$$

$$\therefore a_{10}^2 + Ra_{10} - R^2 = 0,$$

解这个关于 a_{10} 的一元二次方程得 $a_{10} = \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)R$

(舍去负值).

4. 分点 P 在 $\odot O$ 外与点 P 在 $\odot O$ 内两种情况:

第一种情况: 点 P 在 $\odot O$ 外, 连接 PO 分别交 $\odot O$ 于 C 、 D 两点, 连接 AC 、 BD .

$$\therefore \angle PAC = \angle D, \angle PCA = \angle B.$$

$$\therefore \triangle PAC \sim \triangle PDB, \therefore \frac{PA}{PD} = \frac{PC}{PB}.$$

$$\text{则 } PA \cdot PB = PC \cdot PD = (OP - R)(OP + R) = OP^2 - R^2.$$

第二种情况: 点 P 在 $\odot O$ 内, 则有 $PA \cdot PB = PC \cdot PD = R^2 - OP^2$.

$$\text{综上, } PA \cdot PB = |R^2 - OP^2|.$$

5. 丙围的地面积最大, 理由如下:

$$S_{\text{甲}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{100}{3}\right)^2 = \frac{10\,000\sqrt{3}}{36} \approx 481.1 (\text{m}^2),$$

$$S_{\text{乙}} = \left(\frac{100}{4}\right)^2 = 625 (\text{m}^2),$$

$$S_{\text{丙}} = \pi \cdot \left(\frac{100}{2\pi}\right)^2 = \frac{2\,500}{\pi} \approx 795.8 (\text{m}^2),$$

$$\therefore S_{\text{丙}} > S_{\text{乙}} > S_{\text{甲}}.$$

答: 丙围的地面积最大.

第 25 章 投影与视图

25.1 投影

[教材课上思考答案]

练习(P₇₄)

1. 题图(1)是平行投影, 因为它们的投影线是平行的.
题图(2)是中心投影, 因为它们的投影线是相交的.

2. $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 相似.

理由: $\because AB \parallel A_1B_1, AC \parallel A_1C_1, \therefore \angle ABC = \angle A_1B_1C_1, \angle A = \angle A_1, \therefore \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.

3. (1) 能. 作图略.

(2) 不一定. 一般来说不相似.

4. 答案不唯一. 一定要抓住中心投影和平行投影的特征.

练习(P₇₈)

1. 它们在地面上的投影可能情况有:

- ① 一条线段.
- ② 铅笔交叉是相交线, 硬纸板是矩形.
- ③ 铅笔交叉是相交线, 硬纸板是平行四边形.
- ④ 铅笔交叉是相交线, 硬纸板是一条线段.
- ⑤ 铅笔成一条线段, 硬纸板是矩形.
- ⑥ 铅笔成一条线段, 硬纸板是平行四边形.

2. 圆柱的正投影是圆, 圆锥的正投影是圆(含圆心), 球的正投影是圆.

[教材课后习题答案]

习题 25.1(P₇₉)

1. 圆形铁片的正投影不一定是圆. 当投影面与圆形铁片的正面垂直时, 它的投影是一条线段; 当投影面与圆形铁片的正面斜交时, 它的投影是椭圆; 当投影面与圆形铁片的正面平行时, 它的投影是圆.

2. 不能判定一定是长方体.

例如: 母线与投影面平行的圆柱的正投影也为矩形.

► 25.2 三视图

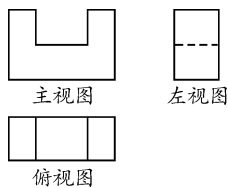
[教材课上思考答案]

练习(P₈₃)

1. 三棱柱 圆柱

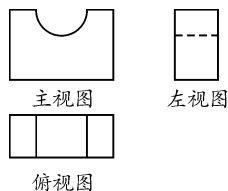
2. (2) (3) (1)

3. (1) 如答图 98 所示.



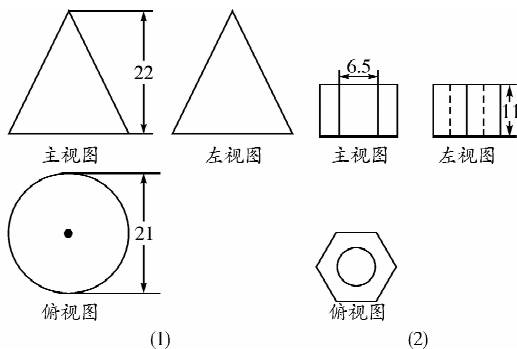
答图 98

- (2) 如答图 99 所示.



答图 99

4. 如答图 100 所示: (单位: mm)

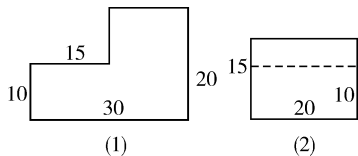


答图 100

[教材课后习题答案]

习题 25.2 (P₈₅)

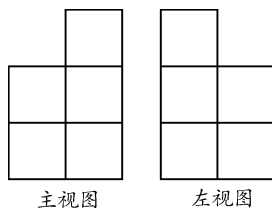
1. 如答图 101 所示. (单位: mm)



答图 101

2. D

3. 解: 如答图 102 所示:

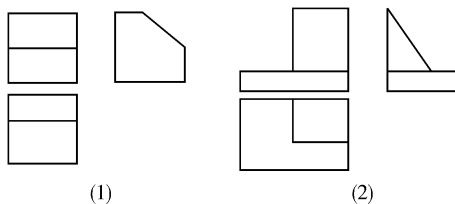


答图 102

A 组复习题 (P₈₇)

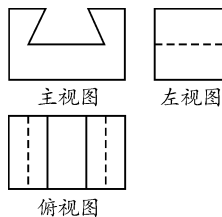
1. (3) (4) (1) (2)

2. 如答图 103 所示.



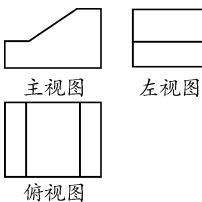
答图 103

3. (1) 正确的如答图 104.



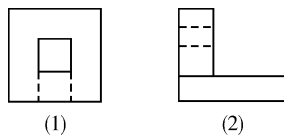
答图 104

- (2) 正确的如答图 105.



答图 105

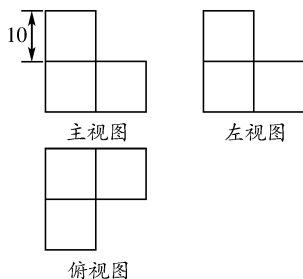
4. 如答图 106 所示:



答图 106

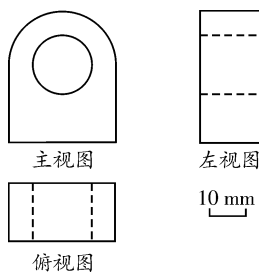
B 组复习题 (P₈₉)

1. 如答图 107 所示. (单位: mm)



答图 107

2. 如答图 108 所示.



答图 108

C 组复习题 (P₈₉)

1. 蜘蛛由点 A 爬到点 C₁ 有几种不同的路径, 可通过展开图说明.

$$(1) AC_1 = \sqrt{a^2 + (b+c)^2}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2bc};$$

$$(2) AC_1 = \sqrt{b^2 + (a+c)^2}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2ac};$$

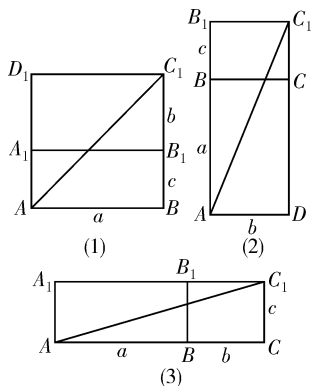
$$(3) AC_1 = \sqrt{c^2 + (a+b)^2}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab}.$$

$$\because a > b > c, \therefore bc < ac < ab,$$

$\therefore$ (1) 中路程最短, 最短路程为

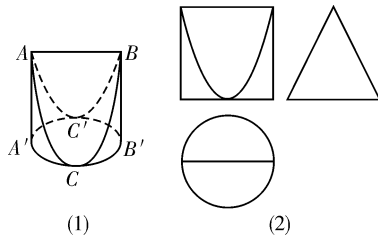
$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2bc}.$$



答图 109

2. 先做一个底面直径和高都为 a 的圆柱, 显然这个圆柱的俯视图是一个圆, 主视图是一个正方形. 然后在圆柱底面圆周上取相对的两点 C 和 C', 其中点 C 和点

C' 是弧 A'B' 的中点. 如答图 110(1), 切去 ABC 、 ABC' 两块, 剩下部分的左视图是一个等腰三角形. 答图 110(1) 就是要做的“模型”图. 答图 110(2) 是这个“模型”的三视图.



答图 110

第 26 章 概率初步

26.1 随机事件

[教材课上思考答案]

练习 (P₉₃)

1. (1) 随机事件. (2) 随机事件. (3) 必然事件. (4) 不可能事件.

2. (1) $P(\text{奇数}) = P(\text{偶数}) = \frac{1}{2}$. 可能性相等.

(2) 根据班中学生数而定.

$$P(\text{男生}) = \frac{\text{男生数}}{\text{总学生数}}, P(\text{女生}) = \frac{\text{女生数}}{\text{总学生数}}.$$

$$(3) P(\text{蓝色}) = \frac{1}{3}; P(\text{白色}) = \frac{2}{3},$$

所以指针落在白色区域的可能性大.

(4) 抽到红桃或方块的可能性相同.

[教材课后习题答案]

习题 26.1 (P₉₃)

1. (1) 随机事件. (2) 随机事件. (3) 必然事件. (4) 随机事件.

2. 抽到黑桃的可能性最大; 抽到方块的可能性最小.

3. (1) 绿球.

(2) 不可能摸到黑球, 摸到黑球的可能性为 0.

26.2 等可能情形下的概率计算

[教材课上思考答案]

练习 (P₉₆)

1. (1) 摸到红球的概率大.

$$(2) P(A) = \frac{3}{5}, P(B) = \frac{2}{5}, P(A) + P(B) = 1.$$

$$2. (1) P(\text{黑桃 K}) = \frac{1}{52}. (2) P(\text{红桃}) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}.$$

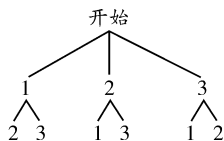
$$(3) P(Q) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}.$$

练习 (P₉₉)

$$1. P(\text{取到红球}) = \frac{3}{14}, P(\text{取到黄球}) = \frac{11}{14}.$$

$$2. P(\text{小明抽到睡上铺}) = \frac{4}{7}.$$

3. 画树状图如答图 111.



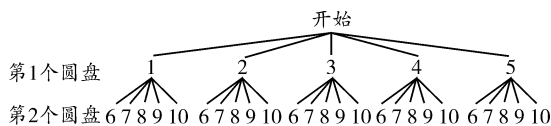
答图 111

所以组成的两位数有 12, 13, 21, 23, 31, 32 共 6 种情况.

$$\text{所以 } P(\text{两位数是 } 32) = \frac{1}{6}.$$

数字之和共有 3, 4, 3, 5, 4, 5 共 6 种情况, 和为 5 的共有两种情况, 故 $P(\text{和为 } 5) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$

4. 画树状图如答图 112.



答图 112

第 1 个圆盘的指针, 第 2 个圆盘的指针指向共有 25 种情况, 都是偶数的有 6 种情况.

$$\text{所以 } P(\text{指针同时指向偶数}) = \frac{6}{25}.$$

练习 (P_{102})

1. 答案不唯一, 只要符合要求即可. 如彩票中奖的概率.

2. 最后两个数字共有 100 种情况, 恰好开锁只有一种情况, 故 $P(\text{恰好打开锁}) = \frac{1}{100}.$

$$3. (1) P(\text{笔记本}) = \frac{2}{9}.$$

(2) 由于小丽翻了一张贺年卡, 所以还有 8 张, 这 8 张中有 4 张写有“铅笔”, 所以小勇翻到“铅笔”的概率为 $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$

[教材课后习题答案]

习题 26.2 (P_{102})

$$1. \because P(\text{女生}) = \frac{1\ 327}{2\ 500}, P(\text{男生}) = \frac{2\ 500 - 1\ 327}{2\ 500} =$$

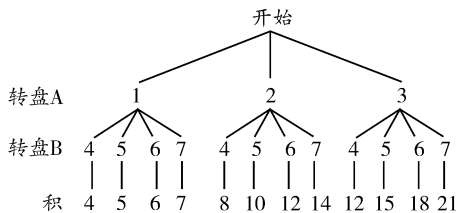
$$\frac{1\ 173}{2\ 500}, \text{又} \because \frac{1\ 327}{2\ 500} > \frac{1\ 173}{2\ 500}, \therefore \text{选中女生的概率大一些,}$$

$$\text{选中男生的概率是 } \frac{1\ 173}{2\ 500}.$$

$$2. 200 \times \frac{11}{5+11} = 137.5 \approx 138(\text{台}), \text{则估计有 } 138 \text{ 台国内}$$

$$\text{品牌. } P(\text{购买国外品牌}) = \frac{5}{5+11} = \frac{5}{16}.$$

3. 画树状图如答图 113.



答图 113

共有 12 种情况, 其中是偶数的有 8 种, 是奇数的有 4 种, 偶数甲胜, $P(\text{偶数}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$; 奇数乙胜,

$$P(\text{奇数}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}. \text{ 所以游戏不公平.}$$

公平规则: 将两指针所指扇形中的数相加, 如果得到和为偶数甲胜, 和为奇数乙胜.

理由: 和共有 12 种情况, 是偶数的有 6 种, 是奇数的也有 6 种, 所以它们的概率都为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$ (答案不唯一)

26.3 用频率估计概率

[教材课上思考答案]

练习 (P_{108})

1. (1) 不正确. 因为频率不等于概率, 频率的稳定值近似等于概率.

(2) 不正确. 每次试验的结果是不可预测的, 所以不一定有 10 只次品.

2. 正确. 因为试验次数足够多时, 频率接近于概率.

3. (1) 表中依次填 80%, 95%, 88%, 92%, 89%, 91%.

(2) 约是 90%.

$$4. (1) \frac{50+60}{50+150+60+180} = \frac{1}{4}.$$

$$(2) \text{男性顾客购买东西的可能性: } \frac{50}{50+150} = \frac{1}{4}, \text{女性}$$

$$\text{顾客购买东西的可能性: } \frac{60}{60+180} = \frac{1}{4},$$

所以男性、女性顾客在该店买东西的可能性一样大.

$$5. P(\text{两次都是 } 6) = \frac{1}{36}.$$

[教材课后习题答案]

习题 26.3 (P_{109})

1. 不对. 因为彩票中奖是随机事件, 结果无法预测.

2. 不对, 比如同时抛掷两枚硬币, 共出现“正, 正”“反, 反”“正, 反”三种结果, 但其出现的概率依次是 $\frac{1}{4},$

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}.$$

$$3. (1) \frac{8\ 500}{10\ 000} \times 100\% = 85\%.$$

$$(2) 30\ 000 \times 85\% = 25\ 500(\text{尾}).$$

$$(3) 5\,000 \div 85\% = 5\,000 \times \frac{100}{85} \approx 5\,882(\text{个}).$$

4. 答案不唯一,只要合理就行.

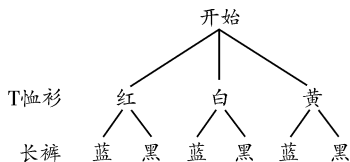
A 组复习题(P₁₁₆)

1. (1) $P(\text{摸到球的号码是奇数}) = \frac{1}{2}.$

(2) $P(\text{摸到球的号码大于3}) = \frac{1}{2}.$

(3) $P(\text{摸到球的号码不大于6}) = 1.$

2. 画树状图如答图 114,共有 6 种情况.



答图 114

恰好是红 T 恤、黑裤子的情况只有 1 种,所以 $P(\text{红 T 恤、黑裤子}) = \frac{1}{6}.$

3. 列表如下:

第 1 枚 和 第 2 枚	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

从上表可看出所得点数之和共有 11 种可能,其中点数之和为 7 的概率最大,其概率为 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$

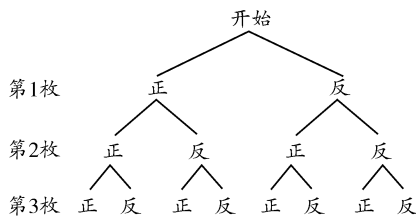
4. (1) $\frac{2}{50\,000} = \frac{1}{25\,000}.$

(2) $\frac{2+8+40+200+1\,000}{50\,000} = \frac{1}{40}.$

5. $\frac{2}{5}.$

6. $\frac{1}{2}.$

7. 画树状图如答图 115,共有 8 种情况.



答图 115

(1) 出现 3 个正面的概率为 $\frac{1}{8}.$

(2) 出现 2 个正面、1 个反面的概率为 $\frac{3}{8}.$

8. 可能排出的数:143、134、413、431、314、341 共 6 种,是

偶数的有 2 种, $\therefore P(\text{偶数}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$

B 组复习题(P₁₁₆)

1. (1) 共有 9 999 999 + 1 = 10 000 000(个) 号码,

$\therefore P(\text{中特等奖}) = \frac{1}{10\,000\,000}.$

(2) $\therefore$ 中一等奖共有 9 + 9 = 18(个) 号码,

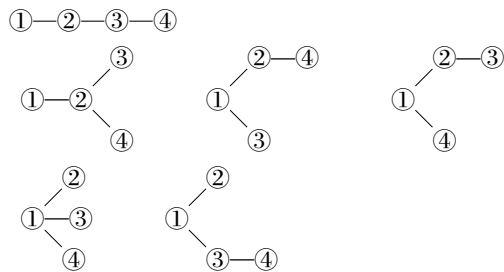
$\therefore P(\text{中一等奖}) = \frac{18}{10\,000\,000} = \frac{9}{5\,000\,000}.$

2. (1) $\frac{1}{6}.$ (2) 相同.

3. 能围成三角形的情况有 (2,3,4), (3,4,5), (2,4,5), 共 3 种,不能围成三角形的情况有 (2,3,5), 共 1 种. 能围成直角三角形的情况有 (3,4,5), 共 1 种. $\therefore P(\text{能围成三角形}) = \frac{3}{1+3} = \frac{3}{4}, P(\text{能围成直角三角形}) = \frac{1}{4}.$

C 组复习题(P₁₁₇)

用树状图来分析(如答图 116).



答图 116

$\therefore \text{①} \rightarrow \text{②} \rightarrow \text{③} \rightarrow \text{④}$ 传染途径的概率为 $\frac{1}{6}.$