

// 答案与解析 //

第1章 三角形的初步知识

1.1 认识三角形

课时1

课堂作业

1. C 2. C 3. C 4. 3 5. 16 cm 6. $2b-2c$

7. 解: (1) 图中共有6个三角形, 它们是 $\triangle ABD$, $\triangle ABE$, $\triangle ABC$, $\triangle ADE$, $\triangle ADC$, $\triangle AEC$.

(2) 线段 AE 分别为 $\triangle ABE$, $\triangle ADE$, $\triangle ACE$ 的边.

(3) $\angle B$ 分别为 $\triangle ABD$, $\triangle ABE$, $\triangle ABC$ 的角.

【点拨】在(1)问中数三角形的个数时, 应按一定规律去找, 这样才不会重复、不遗漏地找出所有的三角形; 在(2)问中, 突破口在于由三角形定义知, 除了 A, E 再找一个第三点, 使这点不在 AE 上, 便可得到以 AE 为边的三角形; (3)问的突破口是 $\angle B$ 一定是在以 B 为一个顶点组成的三角形中.

课后作业

1. D 2. D 3. D

4. D 【解析】连结 AB , 由题意可知, $15-10 < AB < 15+10$, 即 $5 < AB < 25$, 故选D.

5. 3, 4 或 3.5, 3.5

6. 27 cm 【解析】等腰三角形有两边相等, 故第三边为5 cm或11 cm, 若第三边为5 cm, 则不能构成三角形, 所以第三边为11 cm, 则周长为 $11+11+5=27$ (cm).

7. 3 【解析】从四条线段中任选三条为一组, 有2, 3, 4; 2, 4, 5; 3, 4, 5; 2, 3, 5. 再利用三边关系验证四组是否能构成三角形, 前3组均可, 2, 3, 5不能构成三角形, 故有3个不同的三角形.

8. 4 或 6

9. 解: 在题图(1)中, 因为 $81^\circ + 72^\circ + n = 180^\circ$, 所以 $n = 180^\circ - 72^\circ - 81^\circ = 27^\circ$. 在题图(2)中可有两种解法: 一是和(1)类似, $y = 180^\circ - 90^\circ - 31^\circ = 59^\circ$; 二是利用直角三角形两锐角互余: $y = 90^\circ - 31^\circ = 59^\circ$.

答: $n = 180^\circ$, $y = 59^\circ$.

10. 解: $\because b+c > 8, a > b > c, \therefore 4 < b < 8, \therefore b = 5, 6, 7$.

当 $a=8, b=5$ 时, $c=4$;

当 $a=8, b=6$ 时, $c=5, 4, 3$;

当 $a=8, b=7$ 时, $c=6, 5, 4, 3, 2$.

答: 满足条件的三角形共有9个.

11. 【解析】由 $BC:AC=4:3$, 可设 $BC=4x, AC=3x$, 再由三角形三边关系: $BC+AC > AB, BC-AC < AB$, 可求 x 的取值范围, 进而周长的取值范围可求.

解: 因为 $BC:AC=4:3$, 所以设 $BC=4x, AC=3x$. 根据三角形任意两边和大于第三边, 三角形任意两边差小于第三边可得 $BC+AC > AB, BC-AC < AB$, 即 $4x+3x > 7, 4x-3x < 7$, 解得 $1 < x < 7$. 因为 $\triangle ABC$ 周长为 $AB+AC+BC=7x+7$, 所以 $14 < \text{三角形周长} < 56$.

答: 这个三角形周长的取值范围为大于14, 小于56.

【点拨】此题设未知数有一定技巧, 它给计算带来方便,

使解题计算简便.

12. 【解析】在 $\triangle BPC$ 中, 已知 $\angle BPC = 130^\circ$, 可求 $\angle PBC + \angle PCB = 50^\circ$. 又因为 BP, CP 平分 $\angle ABC, \angle ACB$, 所以 $\angle ABC + \angle ACB = 2(\angle PBC + \angle PCB) = 100^\circ$, 在 $\triangle ABC$ 中, 根据三角形内角和等于 180° 可求 $\angle BAC$.

解: $\because BP, CP$ 平分 $\angle ABC, \angle ACB, \therefore \angle ABC = 2\angle PBC, \angle ACB = 2\angle PCB. \therefore \angle ABC + \angle ACB = 2\angle PBC + 2\angle PCB = 2(\angle PBC + \angle PCB) = 2(180^\circ - \angle BPC) = 2 \times (180^\circ - 130^\circ) = 100^\circ. \therefore \angle BAC = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$.

答: $\angle BAC$ 等于 80° .

【点拨】在三角形中, 应用三角形内角和求某个角的度数, 并不一定要把其余角都求出具体的数值, 求出其余两角的和也可.

课时2

课堂作业

1. C 2. D

3. D 【解析】因为 D, E 分别为 AC, BC 的中点, 所以 $DE \parallel AB$, 所以 $\angle 1 = \angle 3$, 因为 $AD = DE$, 所以 $\angle 2 = \angle 3$, 所以 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$, 故A、B项正确; 因为 $DE = AD = DC = \frac{1}{2}AC$, 所以 $\angle DEC = \angle C$, 因为 $DE \parallel AB$, 所以 $\angle B = \angle DEC$, 所以 $\angle B = \angle C$, 故C项正确.

4. 70° 5. BE 6. 8 6(或6 8)

7. 解: (1) CD 是 $\triangle ABC$ 中 AB 边上的高, 也是 $\triangle ACD$ 中 AD 边上的高, 还是 $\triangle BCD$ 中 BD 边上的高.

(2) AE 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的中线.

课后作业

1. D 【解析】正确理解三角形高的定义是解本题的关键.

2. B 3. B

4. D 【解析】三角形的三个角依次为 $180^\circ \times \frac{2}{12} = 30^\circ$,

$180^\circ \times \frac{3}{12} = 45^\circ, 180^\circ \times \frac{7}{12} = 105^\circ$, 所以这个三角形是钝角三角形.

5. 8 $\triangle ABC, \triangle EBC, \triangle FBC, \triangle GBC$ $\triangle ABC, \triangle ABF, \triangle FBC, \triangle EBG, \triangle GBC, \triangle EBC$ $\triangle EBG, \triangle EBC$ $\triangle AEC$

6. 4 1 【解析】等腰三角形有 $\triangle ABC, \triangle ABD, \triangle AEC, \triangle ADE$, 等边三角形有 $\triangle ADE$, 等边三角形是特殊的等腰三角形.

7. 直角 【解析】直角三角形有两条高在三角形的边上.

8. 12 30° 【解析】由中线与角平分线定义知: $AC = 2AE, \angle ABD = \frac{1}{2}\angle ABC$.

9. 【解析】求与 $\angle A$ 相邻的外角必先求 $\angle A$, 题目中有三个未知量 $\angle A, \angle B, \angle C$, 已知两个条件, 再利用隐含的条件 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, 可求出 $\angle A$.

解: 设 $\angle A = 2x, \angle B = 3x, \angle C = 2x + 40^\circ$, 由 $\angle A + \angle B +$

$\angle C = 180^\circ$, 得 $2x + 3x + 2x + 40^\circ = 180^\circ$, 所以 $x = 20^\circ$, 所以 $\angle A = 40^\circ$, 所以与 $\angle A$ 相邻的外角为 140° .
答: 与 $\angle A$ 相邻的外角的度数为 140° .

10. 解: (1) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6 (\text{cm}^2)$.

$\therefore \frac{1}{2} \times 5 \cdot BE = 6, \therefore BE = \frac{12}{5} (\text{cm})$.

(2) $AD:BE = 3:\frac{12}{5} = 5:4$.

答: $\triangle ABC$ 面积为 6cm^2 , BE 的长为 $\frac{12}{5}\text{cm}$. $AD:BE$ 的值为 $5:4$.

11. 解: 设 $AD = x \text{ cm}$, 则 $AC = 2x \text{ cm}$, $AB = 2x \text{ cm}$, $BC = (16 - 4x) \text{ cm}$, 根据题意, 有两种情况: (1) 若 $2x + x = 7$, 解得 $x = \frac{7}{3}$, 则三边长分别为 $\frac{14}{3} \text{ cm}$, $\frac{14}{3} \text{ cm}$, $\frac{20}{3} \text{ cm}$.

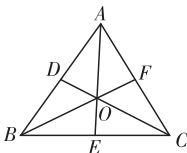
(2) 若 $2x + x = 9$, 解得 $x = 3$, 则三边长为 6 cm , 6 cm , 4 cm , 均符合题意.

答: $\triangle ABC$ 的各边长为 $\frac{14}{3} \text{ cm}$, $\frac{14}{3} \text{ cm}$, $\frac{20}{3} \text{ cm}$, 或 6 cm , 6 cm , 4 cm .

【点拨】通过中线把三角形的周长分成两部分, 要分情况讨论, 并检验解是否构成三角形, 本题的两个解都符合题意.

12. 【解析】只要将切蛋糕的问题转化为分割三角形的问题即可.

解: 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, AE, BF, CD 分别是三边上的中线, O 点为中线 CD, AE, BF 的交点, 则此时,



第 12 题图

$S_{\triangle ADO} = S_{\triangle BDO} = S_{\triangle BEO} = S_{\triangle CEO} = S_{\triangle CFO} = S_{\triangle AFO}$.

理由如下: $\because AD = BD$,

$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle BCD}, S_{\triangle ADO} = S_{\triangle BDO}$.

$\therefore S_{\triangle AOC} = S_{\triangle BOC}$,

同理, $\triangle AOB$ 和 $\triangle BOC$, $\triangle AOB$ 和 $\triangle AOC$ 的面积也相等.

又 $\because S_{\triangle BEO} = S_{\triangle CEO}, S_{\triangle CFO} = S_{\triangle AFO}$,

$\therefore S_{\triangle ADO} = S_{\triangle BDO} = S_{\triangle BEO} = S_{\triangle CEO} = S_{\triangle CFO} = S_{\triangle AFO}$.

所以该方案设计是有道理的.

【点拨】此题充分运用: ①等底等高的三角形面积相等;

②面积分别相等的两三角形之和或差也相等(即等量减等量, 差相等).

1.2 定义与命题

课时 1

课堂作业

1. B 2. C 3. B 4. D 5. C

6. 【解析】看一个句子是不是命题, 主要看这个句子是否对某一事物作出了判断, 不管判断正误. 提问的句子, 画图的句子, 词组一般都不是命题.

解: (1)(3)(5) 不是命题, (2)(4)(6) 是命题.

7. 【解析】明确命题中的条件和结论, 当命题的条件和结论不易叙述时, 我们应增加适当的语句.

解: (1) 条件: 同一个角的余角. 结论: 这两个角相等.

改写成: 如果两个角是同一个角的余角, 那么这两个角相等.

(2) 条件: 同一个三角形中的两边相等. 结论: 这两条边所对的两个角相等.

改写成: 如果在同一个三角形中的两边相等, 那么这两条边所对的两个角相等.

课后作业

1. D 【解析】定义是把被定义的事物或名词与其他的事物或名词区别开来的句子, 显然只有 D 项具有这样的特点.

2. D 【解析】当 $a \cdot b > 0$ 时, a, b 同号, 可能同为正, 也可能同为负, 故 A、B 错误; 当 $a \cdot b = 0$ 时, a, b 中必有一个为 0, 但不一定同时为零, 故 C 错误, D 正确. 本题易混淆“且”和“或”的含义, 从而错选 C.

3. D 【解析】: ④为命令性语句, 不是命题.

4. 两个角是对顶角 这两个角相等

5. 两个三角形有公共边且该边上的高相等 这两个三角形的面积相等

6. 两个角都与同一个角互余 这两个角相等

7. 假 【解析】当 $a < 3$ 时, $\sqrt{(a-3)^2} = |a-3| = 3-a$, 所以该命题为假命题.

8. 解: 如果两条平行线被第三条直线所截, 那么同位角相等.

9. 解: (1) 在同一个三角形中, 如果两个角相等, 那么这两个角所对的两条边也相等;

(2) 如果两个三角形有两边和它们的夹角对应相等, 那么这两个三角形全等.

10. 【解析】此题通过对我们熟悉的名称下定义, 考查对定义的含义的理解.

解: (1) 直角三角形. 定义: 有一个角是直角的三角形.

(2) 矩形. 定义: 有一个角是直角的平行四边形.

(3) 分式方程. 定义: 分母中含有未知数的方程.

【点拨】根据定义的含义可知, 定义是对被定义的事物或名词最本质的特征的描述.

11. 【解析】本题选取了几种不同形式的命题, 尤其应注意的是 (3), 这样的错误判断也是命题.

解: (1) 题设: 两条直线相交. 结论: 交点只有一个.

(2) 题设: 两个角是同旁内角. 结论: 这两个角互补.

(3) 题设: $a^2 = 9$. 结论: $a = 3$.

(4) 题设: 过直线外一点作和已知直线平行的直线. 结论: 这样的直线有且只有一条.

【点拨】命题中所有已知事项均应放在题设中, 不能遗漏.

课时 2

课堂作业

1. D 2. D 3. D

4. ①②④ 【解析】根据平行线的性质可知, 一条直线垂直于两条平行线中的一条, 也与另一条垂直, 所以①是正确的; 根据平行线公理可知②是正确的; 根据平行线的性质, 两条直线都与第三条直线垂直, 那么这两条直线平行, 所以③是错误的, ④是正确的. (此处都在同一平面上讨论)

5. ②③④ 【解析】②由 ASA 公理, 得 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, 故

$$AB=AC.$$

因为 $AD \perp BC$, 所以 $AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$, 可知③与④等价, 即其中一个成立, 另一个也成立, 由

$$\begin{cases} AB + BD = AC + CD, \\ AB - BD = AC - CD, \end{cases}$$

两式相加, 即得 $AB = AC$.

6. 【解析】正确区分命题的条件与结论, 根据已学知识推断其构成的因果关系是否成立.

解: (1) 条件: 两条直线被第三条直线所截. 结论: 内错角相等.

此命题为假命题.

(2) 条件: 一个角是锐角. 结论: 这个锐角的补角大于它的余角.

此命题为真命题.

【点拨】要判断一个命题是假命题, 通常只需举出一个反例.

课后作业

1. B 2. D 3. D 4. A
5. A 【解析】所有直角都是等于 90° 的角, 所以“直角都相等”是真命题.

6. C 【解析】若 $a^2 = b^2$, 则 $a = \pm b$, 故选项 A 错误; 若 $x = y$, 则 $2 - 3x = 2 - 3y$, 故选项 B 错误; C 正确; 若 $x^3 = 8$, 则 $x = 2$, 故选项 D 错误.

7. 【解析】从学过的平行线的性质和判定方法中, 或根据角的平分线的性质, 不难找到这样的两个定理.

解: (1) 角平分线上的点到这个角两边的距离相等;

(2) 到角的两边距离相等的点在这个角的角平分线上.

【点拨】本题答案不唯一, 熟悉前面已学过的定理, 并且分清它们的条件和结论是解答本题的关键.

8. 解: (1) 如果 $\angle D = \angle E$, $CD = BE$, $\angle DAB = \angle EAC$, 那么 $AB = AC$.

$\because \angle DAB = \angle EAC$, $\angle MAC = \angle NAB$, $\therefore \angle DAC = \angle EAB$.

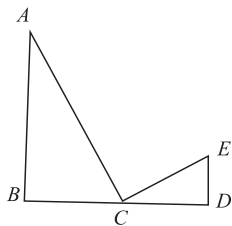
又 $\because \angle D = \angle E$, $CD = BE$, $\therefore \triangle ADC \cong \triangle AEB$. $\therefore AB = AC$.

(2) 如果①④⑤, 那么②; 如果①③④, 那么⑤; 如果①③④, 那么②, 等.

9. 【解析】要判断一个命题是假命题, 通常只需找出反例.

解: 假命题. 如图所示, $\angle B = \angle D = 90^\circ$, $\angle A = \angle ECD$, $BC = CE$.

但 $\triangle ABC$ 与 $\triangle CDE$ 不全等.



第9题图

10. 【解析】由 $\angle 1 = \angle 2$, 可得 $c \parallel d$, 由 $c \parallel d$ 可得 $\angle 3 = \angle 5$, 再由 $\angle 4 = \angle 5$ 可得 $\angle 3 = \angle 4$.

解: $\because \angle 1 = \angle 2$ (已知),

$\therefore c \parallel d$ (同位角相等, 两直线平行).

$\therefore \angle 3 = \angle 5$ (两直线平行, 同位角相等).

又 $\angle 5 = \angle 4$ (对顶角相等).

$\therefore \angle 3 = \angle 4$.

$\therefore$ 原命题是真命题.

【点拨】 $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 既不是内错角, 也不是同位角, 不

能由 $c \parallel d$ 得到 $\angle 3 = \angle 4$, 而是应先找到与 $\angle 3$ 是同位角的 $\angle 5$, 先得到 $\angle 5 = \angle 3$.

11. 解: $\because AB \parallel CD$, $\therefore \angle EFG + \angle FEG + \angle DEG = 180^\circ$. 又 $\angle PFA = \angle EFG = 40^\circ$, EG 是 $\angle DEF$ 的角平分线, $\therefore \angle FEG = \angle DEG = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle EFG) = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$. $\because \angle EGB$ 是 $\triangle EFG$ 的一个外角, $\therefore \angle EGB = \angle EFG + \angle FEG = 40^\circ + 70^\circ = 110^\circ$.

1.3 证明

课时1

课堂作业

1. D 2. B 3. D 4. C 5. A 6. D

7. 【解析】要证明 $BD = DE$, 只要证 $\angle DBC = \angle E$. 因为 $CE = CD$, 可以证明 $\angle E = 30^\circ$. 因为 D 为 AC 的中点, 故 $\angle DBC = 30^\circ$.

证明: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$.

$\because D$ 为 AC 的中点,

$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ$.

$\because CE = CD$,

$\therefore \angle E = 30^\circ$.

$\therefore \angle DBC = \angle E$.

$\therefore BD = DE$.

课后作业

1. C 2. B 3. A

4. C 【解析】 $\because AB \parallel CD$, $\angle A = 60^\circ$, $\therefore \angle AOD = 120^\circ$, $\therefore \angle COE = 120^\circ$, $\because \angle C = 25^\circ$, $\therefore \angle E = 35^\circ$. 故选 C.

5. 一个三角形两边上的高相等 这个三角形是等腰三角形

6. 54° 7. 90° 8. 125°

9. 证明: $\because AD \parallel CB$, $\therefore \angle A = \angle C$. 又 $\because AD = CB$, $\angle D = \angle B$, $\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE$. $\therefore AF = CE$, $\therefore AF + EF = CE + EF$, 即 $AE = CF$.

10. 【解析】利用 $\angle C$ 作为过渡角, 根据平行线的性质可以找到 $\angle B$ 与 $\angle D$ 的关系.

解: $\because AB \parallel CD$ (已知),

$\therefore \angle B = \angle C$ (两直线平行, 内错角相等).

$\because CB \parallel DE$ (已知),

$\therefore \angle D + \angle C = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补),

$\therefore \angle B + \angle D = 180^\circ$ (等量代换).

11. 【解析】由平行线的性质可得 $\angle 1$ 的度数, 再由三角形外角的性质可得 $\angle E$ 与 $\angle 1$, $\angle A$ 的关系.

解: $\because AB \parallel CD$ (已知),

$\therefore \angle 1 = \angle C = 125^\circ$ (两直线平行, 同位角相等).

又 $\because \angle 1 = \angle A + \angle E$ (三角形的外角等于和它不相邻的两个内角的和),

$\therefore \angle E = \angle 1 - \angle A = 125^\circ - 45^\circ = 80^\circ$ (等式性质).

12. 【解析】由角平分线的性质可推得 $\angle ADC = 2\angle 1$, $\angle BCD = 2\angle 2$. 再由已知条件 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, 可推得 $\angle ADC + \angle BCD = 180^\circ$,

$\therefore AD \parallel BC$. 又 $\because \angle B = 90^\circ$, $\therefore \angle A = \angle B = 90^\circ$, 即 $AD \perp AB$.

证明: $\because CE$ 平分 $\angle BCD$, DE 平分 $\angle ADC$ (已知),

$\therefore \angle BCD = 2\angle 2$, $\angle ADC = 2\angle 1$ (角平分线的定义).

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ (已知),
 $\therefore \angle BCD + \angle ADC = 2\angle 2 + 2\angle 1 = 180^\circ$ (等量代换).
 $\therefore AD \parallel BC$ (同旁内角互补, 两直线平行).
 又 $\because CB \perp AB$, 即 $\angle B = 90^\circ$ (已知),
 $\therefore \angle A = \angle B = 90^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补).
 $\therefore DA \perp AB$ (垂直的定义).

课时2

课堂作业

- C 【解析】 $\because \angle ACO = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$, $\therefore \angle AOB = \angle A + \angle ACO = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$.
- B 【解析】 $\because \angle 1$ 是 $\triangle ACD$ 的外角, $\therefore \angle 1 > \angle A$.
 $\because \angle 2$ 是 $\triangle CDE$ 的外角, $\therefore \angle 2 > \angle 1$.
 $\therefore \angle 2 > \angle 1 > \angle A$.
- D 4. 120° 5. 50° 或 60° 6. $\frac{5}{2}$ $\frac{12}{5}$
- 【解析】要证 $EM \parallel FN$, 可先证 $\angle 2 = \angle 4$.
 证明: $\because AB \parallel CD$, $\therefore \angle AEF = \angle CFG$.
 $\because EM$ 平分 $\angle AEF$, FN 平分 $\angle CFG$, $\therefore \angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$. $\therefore \angle 2 = \angle 4$, $\therefore EM \parallel FN$.
- 解: (1) ①② $\Rightarrow$ ③, ①③ $\Rightarrow$ ②, ②③ $\Rightarrow$ ①
 (2) 选择 ①③ $\Rightarrow$ ②. 证明: $\because AB = AC$, $\therefore \angle B = \angle C$.
 又 $\because BD = CE$, $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$.
 $\therefore AD = AE$. (答案不唯一)

课后作业

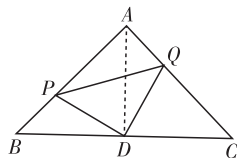
- C 2. C 3. B 4. 60° 5. 100° 6. 5 7. 105°
- 【解析】证明 $BD = CE$, 一般证明这两条线段所在的三角形全等. 在 $\text{Rt} \triangle ABD$ 和 $\text{Rt} \triangle ACE$ 中, $\angle A = \angle A$, $AB = AC$, 可判断 $\text{Rt} \triangle ABD \cong \text{Rt} \triangle ACE$ (AAS), 再利用全等三角形的性质可得到 $BD = CE$.
 证明: $\because BD \perp AC$, $CE \perp AB$, $\therefore \angle ADB = \angle AEC = 90^\circ$.
 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中, $\angle ADB = \angle AEC = 90^\circ$, $\angle A = \angle A$, $AB = AC$,
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$. $\therefore BD = CE$.
- 【解析】逆向分析, 要使 $\angle ACE = \angle DBF$, 只要 $\triangle EAC \cong \triangle FDB$ 即可, 而两个三角形全等的条件易得.
 证明: $\because AB = DC$, $\therefore AC = DB$. $\because EA \perp AD$, $FD \perp AD$,
 $\therefore \angle A = \angle D = 90^\circ$.
 在 $\triangle EAC$ 与 $\triangle FDB$ 中, $\because EA = FD$, $\angle A = \angle D$, $AC = DB$,
 $\therefore \triangle EAC \cong \triangle FDB$. $\therefore \angle ACE = \angle DBF$.
 【点拨】这是运用“SAS”判定三角形全等的基础题, 图形给予我们直观的印象就是要证全等, 进而寻找条件, 再规范表达.
- 【解析】此题中角比较多, 关系复杂, 我们应试着把这些角的关系式列一列, 看能不能找到思路, 这也是用代数思想解决几何问题常用的方法.
 证明: $\because AD \perp BC$ 于 D (已知),
 $\therefore \angle ADC = \angle ADB = 90^\circ$ (垂直的定义).
 $\because AE$ 平分 $\angle BAC$ (已知),
 $\therefore \angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC$ (角平分线的定义).
 $\because \angle B + \angle BAC + \angle C = 180^\circ$ (三角形内角和定理),
 $\therefore \frac{1}{2} (\angle B + \angle BAC + \angle C) = 90^\circ$ (等式性质).
 $\therefore \angle 1 + \angle DAE = \angle CAE$ (已知), $\therefore \angle DAE = \angle CAE -$

$$\angle 1 = \frac{1}{2} \angle BAC - (90^\circ - \angle C) = \frac{1}{2} \angle BAC - \left[\frac{1}{2} (\angle B + \angle BAC + \angle C) - \angle C \right] = \frac{1}{2} (\angle C - \angle B)$$

(等量代换), 即 $\angle DAE = \frac{1}{2} (\angle C - \angle B)$.

11. 【解析】连结 AD , 要证明 $PD = QD$, 只需证明 $\triangle BPD \cong \triangle AQD$, $\angle BDP + \angle ADP = 90^\circ$, $\angle ADQ + \angle ADP = \angle PDQ = 90^\circ$, 从而命题成立.

证明: 如图所示, 连结 AD .



第11题图

$\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形, D 是 BC 的中点,
 $\therefore AD \perp BC$, $AD = BD = DC$, $\angle DAQ = \angle B$.
 又 $BP = AQ$, $\therefore \triangle BPD \cong \triangle AQD$.
 $\therefore PD = QD$, $\angle ADQ = \angle BDP$.
 $\because \angle BDP + \angle ADP = 90^\circ$, $\therefore \angle ADQ + \angle ADP = \angle PDQ = 90^\circ$. $\therefore \triangle PDQ$ 为等腰直角三角形.

1.4 全等三角形

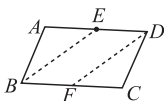
课堂作业

- A
- A 【解析】由 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 得 $AB = DE$, 则 $DE = AB = BE + AE = 4 + 1 = 5$.
- D 【解析】由全等三角形的性质知, 全等三角形的对应边相等、对应角相等, 本题中 $\angle \alpha$ 是 a 和 c 两边的夹角, 左边三角形中边 a 和 c 的夹角是 50° 所以 $\angle \alpha$ 等于 50° .
- 70° 【解析】依题意得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 所以 $\angle D = \angle A$. 又 $\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 31^\circ - 79^\circ = 70^\circ$, 所以 $\angle D = 70^\circ$.
- 30° 【解析】由题意可得 $\triangle ABC \cong \triangle BDE$, 所以 $\angle EBD = \angle CAB = 50^\circ$, 所以 $\angle CBE = 180^\circ - \angle ABC - \angle EBD = 180^\circ - 100^\circ - 50^\circ = 30^\circ$.
- 30° 【解析】从已知全等三角形中寻找相等的角是解题的关键. 因为 $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$, 所以 $\angle A_1 = \angle A = 110^\circ$, $\angle B_1 = \angle B = 40^\circ$. 所以 $\angle C_1 = 180^\circ - 110^\circ - 40^\circ = 30^\circ$.
- 【解析】根据全等三角形的定义“能够完全重合的三角形是全等三角形”来判定.
 解: 图中还有两对全等三角形, 分别为 $\triangle ADC \cong \triangle ABE$, $\triangle CDF \cong \triangle EBF$.

课后作业

- D 【解析】本题考查全等三角形的概念, 与 $\triangle ABC$ 全等的三角形共有 4 个, 分别为 $\triangle CDA$, $\triangle DCB$, $\triangle DCE$, $\triangle BAD$. 故选 D.
- B 【解析】因 $\triangle ACB \cong \triangle A'CB'$, 所以 $\angle BCA = \angle B'CA'$, 所以 $\angle BCA - \angle ACA' = \angle B'CA' - \angle BCB'$, 所以 $\angle ACA' = \angle BCB'$.
- D 【解析】由图形翻折的性质得 $\triangle ADC \cong \triangle A'DC$, 所以 $\angle DA'C = \angle A = 50^\circ$, 又知 $\angle DA'C = \angle CBA + \angle BDA'$, $\angle BDA' = \angle DA'C - \angle CBA = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ$. 故选 D.
- B 【解析】 $\because \angle B = 50^\circ$, $\angle AEC = 120^\circ$,

- $\therefore \angle BAE = \angle AEC - \angle B = 120^\circ - 50^\circ = 70^\circ$. $\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD$, $\therefore \angle DAC = \angle BAE = 70^\circ$.
5. $DC < DB$ 【解析】因为 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, 所以 $AB = DC$, $AC = DB$. 又因为 $AB < AC$, 所以 $DC < DB$.
6. 全等 $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ $\angle F = \angle D$
7. 45° 30° 【解析】因 $\triangle ABC \cong \triangle AED$, 所以 $\angle D = \angle C = 45^\circ$, $\angle DAE = \angle CAB$, 即 $\angle DAC = \angle EAB = 30^\circ$.
- 8.2 【解析】由在等边三角形 ABC 中, $AB = 6$, D 是 BC 上一点, 且 $BC = 3BD$, 则有 $BD = 2$. 因为 $\triangle ABD$ 绕点 A 旋转后得到 $\triangle ACE$, 所以 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, 所以 $CE = BD = 2$.
9. 解: 如图所示, 添加的条件是: 连结 BE , 取 BC 的中点 F , 连结 DF , 构造的全等三角形是 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CDF$.



第9题图

10. 【解析】全等三角形的性质在几何证明和计算中起着重要作用, 运用全等三角形的性质时, 应注意结合图形及表达式中字母的对应位置, 灵活判断对应角和对应边之间的关系.

解: $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$, $\angle B$ 和 $\angle D$ 是对应角, $\therefore \angle D = \angle B = 25^\circ$. 又 $\because \angle E = 105^\circ$, $\therefore \angle DAE = 180^\circ - \angle E - \angle D = 180^\circ - 105^\circ - 25^\circ = 50^\circ$. $\therefore \angle EAC = \angle DAE + \angle DAC = 50^\circ + 10^\circ = 60^\circ$.

$\angle EAC$ 的度数为 60° .
答: $\angle EAC$ 的度数为 60° .

11. 【解析】由 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 知两个三角形的三边对应相等, 可以在另一个三角形中找出三边的长, 所以根据已知只需求出 $\triangle DEF$ 的边 DF 的长度即可得到 $\triangle ABC$ 三边的长.

解: 由题意知 $DE + EF + DF = 32$ cm. 因为 $DE = 9$ cm, $EF = 12$ cm, 所以 $DF = 11$ cm. 因为 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 所以 $AB = DE = 9$ cm, $BC = EF = 12$ cm, $AC = DF = 11$ cm.

答: $\triangle ABC$ 各边的长分别为 9 cm, 12 cm, 11 cm.

【点拨】求线段的长度问题要注意利用全等三角形的性质, 找准对应边是解题的关键.

12. 【解析】欲证 $AB \parallel CD$, 须证 $\angle CAB = \angle ACD$ (内错角相等) 即可. 由全等三角形的性质和三角形的内角和得到内错角相等.

证明: $\because \triangle ABC \cong \triangle BAD$, $\therefore AC = BD$.

又 $\because OA = OB$, $\therefore OC = OD$. $\therefore \angle OCD = \angle ODC$.

$$\because \angle AOB = \angle COD, \angle CAB = \frac{180^\circ - \angle AOB}{2},$$

$$\angle ACD = \frac{180^\circ - \angle AOB}{2},$$

$$\therefore \angle CAB = \angle ACD. \therefore AB \parallel CD.$$

【点拨】(1) 利用全等三角形的性质得到对应边相等, 对应角相等. (2) 利用内错角相等, 两直线平行证两直线平行.

1.5 三角形全等的判定

课时1

课堂作业

1. C 【解析】因为 $AB = AC$, $BE = CE$, 由图形知 $AE = AE$, 则

直接利用“SSS”可判定 $\triangle ABE \cong \triangle ACE$, 故选 C.

2. C

3. D 【解析】由题意得: $OM = ON$, $CM = CN$, $OC = OC$, 所以 $\triangle OMC \cong \triangle ONC$ (SSS). 所以 $\angle MOC = \angle NOC$, 即 OC 平分 $\angle AOB$.

4. $AE = AD$ $5. 36^\circ$ $6. 3$

7. 证明: 连接 AC , 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中,

$$\begin{cases} AB = AD, \\ CB = CD, \\ AC = AC, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC \text{ (SSS)}. \therefore \angle B = \angle D.$$

课后作业

1. D 【解析】由三角形的内角和定理, 得 $\angle B = 40^\circ$. 由角平分线的定义, 知 $\angle DCB = 30^\circ$, 那么 $\angle BDC = 110^\circ$.

2. D 【解析】由 $AB \parallel CD$, 可求得 $\angle ABC = \angle C = 34^\circ$, 又由 BC 平分 $\angle ABE$, 所以 $\angle CBE = 34^\circ$, 根据三角形的外角性质得 $\angle BED = \angle C + \angle CBE = 68^\circ$.

3. D 4. B 5. 全等 边边边公理

6. DC $\angle D$ BF DC 【解析】由于对应顶点的连线就是对应边, 再根据全等三角形的对应边相等, 所以 $AB = CD$; 由于全等三角形的对应角相等, 所以 $\angle A = \angle D$, $\angle C = \angle B$, 所以 $AB \parallel DC$; 由于 $CF = BE$, 在此等式两边同时减去 EF , 得 $CF - EF = BE - EF$, 即 $CE = BF$.

7. $AC = DF$, $BC = EF$ (或 $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$)

【解析】这是一道开放性问题, 答案不唯一, 可根据 SSS、AAS、ASA、SAS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 以上答案供参考.

8. $\angle B = \angle F$ (或 $CA = DE$) 【解析】用“SAS”得全等可添加 $\angle B = \angle F$; 用“SSS”证全等可添加 $CA = DE$.

9. 证明: $\because BE = CD$, $ED = DE$, $\therefore BE + ED = CD + DE$, 即 $BD = CE$.

$$\text{在 } \triangle ABD \text{ 和 } \triangle ACE \text{ 中, } \begin{cases} AB = AC, \\ BD = CE, \\ AD = AE, \end{cases} \therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE.$$

10. 【解析】欲证 $AD \parallel BC \Rightarrow \angle ADB = \angle CBD \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle CDB$.

$$\text{证明: 在 } \triangle ABD \text{ 和 } \triangle CDB \text{ 中, } \begin{cases} AD = CB, \\ AB = CD, \\ BD = DB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB \text{ (SSS)}.$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CBD \text{ (全等三角形对应角相等)}. \therefore AD \parallel BC.$$

11. 【解析】要证 $AD \perp BC$, 根据垂直定义, 需证 $\angle 1 = \angle 2$, 而 $\angle 1 = \angle 2$ 可由 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 求得.

证明: $\because D$ 是 BC 的中点, $\therefore BD = CD$.

$$\text{在 } \triangle ABD \text{ 和 } \triangle ACD \text{ 中, } \begin{cases} AB = AC, \\ BD = CD, \\ AD = AD, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD \text{ (SSS)}.$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 \text{ (全等三角形的对应角相等)}.$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ \text{ (平角的定义)},$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 90^\circ. \therefore AD \perp BC \text{ (垂直的定义)}.$$

12. 解: (1) 连接 AD , 在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle CDA$ 中,

$$\begin{cases} AB = CD \text{ (已知)}, \\ DB = AC \text{ (已知)}, \\ AD = DA \text{ (公共边)}, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CDA \text{ (SSS)}.$$

$$\therefore \angle B = \angle C \text{ (全等三角形对应角相等)}.$$

(2)作辅助线的意图是构造全等的三角形.

课时2

课堂作业

1. C 2. D 3. B 4. 70° 5. 10

6. 不是 $AC=DF$ (答案不唯一) 【解析】由对顶角的概念可知 $\angle 1$ 不是 $\angle 2$ 的对顶角, 要使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 已知 $\angle 1 = \angle 2$, $BC = EF$, 则可补充 $AC = DF$ 或 $\angle BAC = \angle EDF$ 等 (答案不唯一).

7. 【解析】由 ED 是 AB 边的垂直平分线得 $\triangle BDE$ 与 $\triangle ADE$ 可重合, $\angle B = \angle DAE = 30^\circ$, 由条件 AE 平分 $\angle BAC$ 可得出 $\angle DAE = \angle CAE = 30^\circ$, 再根据三角形的内角和定理即可求出 $\angle C$ 的度数.

解: $\because DE$ 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 的垂直平分线, $\therefore \triangle ADE$ 与 $\triangle BDE$ 全等, $\therefore \angle DAE = \angle B$.

又 $\because AE$ 平分 $\angle BAC$, $\angle B = 30^\circ \therefore \angle DAE = \angle CAE = 30^\circ$, 即 $\angle BAC = 60^\circ$.

在 $\triangle ABC$ 中, $\because \angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$, 即 $60^\circ + 30^\circ + \angle C = 180^\circ$, 解得 $\angle C = 90^\circ$.

答: $\angle C$ 的度数为 90° .

8. 【解析】欲证 $AE = CF$, 只需证明 $\triangle AEB \cong \triangle CFD$, 根据等式的性质将 $BF = DE$ 转化为 $BE = DF$, 即可用题目所给的条件证明两个三角形全等.

证明: (1) $\because BF = DE$, $\therefore BF + EF = DE + EF$ (等式性质), $\therefore DF = BE$,

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CDF$ 中, $\begin{cases} AB = CD, \\ \angle B = \angle C, \\ BE = DF, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (SAS), $\therefore AE = CF$.

(2) $\because \triangle ABE \cong \triangle CDF$, $\therefore \angle AEB = \angle CFD$, $\therefore AE \parallel CF$.

课后作业

1. D 2. A 3. B 4. B

5. $AB = DE$ (答案不唯一) 6. AC

7. $DC = D'C'$ (答案不唯一) 8. 115°

9. 【解析】欲证 $DE = BC \Rightarrow \triangle ADE \cong \triangle ABC$.

证明: $\because \angle 1 = \angle 2$, $\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 3$, 即 $\angle DAE = \angle BAC$,

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABC$ 中, $\begin{cases} AD = AB, \\ \angle DAE = \angle BAC, \\ AE = AC, \end{cases} \therefore \triangle ADE \cong \triangle ABC$ (SAS), $\therefore DE = BC$.

10. 【解析】易证 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 所以 $\angle ACB = \angle DFE$, 从而得到 $BC \parallel EF$ 得证.

证明: $\because AF = DC$, $\therefore AC = DF$. 又 $\because AB = DE$, $\angle A = \angle D$, $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS). $\therefore \angle ACB = \angle DFE$. $\therefore BC \parallel EF$.

11. 【解析】由已知条件可证 $\triangle BEM \cong \triangle CFM$, 可得 $\angle 1 = \angle 2$, 再由 $\angle 1 + \angle BMF = \angle 2 + \angle BMF = 180^\circ$ 得到 E, M, F 在一条直线上.

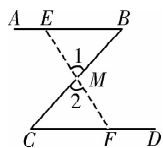
解: E, M, F 在同一条直线上, 证明如下:

连结 ME, MF . $\because AB \parallel CD$, $\therefore \angle B = \angle C$.

在 $\triangle BEM \cong \triangle CFM$ 中, $\begin{cases} BE = CF, \\ \angle B = \angle C, \\ BM = CM, \end{cases}$

$\therefore \triangle BEM \cong \triangle CFM$ (SAS). $\therefore \angle 1 = \angle 2$.

$\therefore \angle EMF = \angle 1 + \angle BMF = \angle 2 + \angle BMF = \angle BMC =$



第11题图

$180^\circ \therefore E, M, F$ 在一条直线上.

12. 【解析】(1) 先根据题意得出 $\angle ABE = \angle CDA$, 然后结合题中条件利用 SAS 可判断三角形全等; (2) 根据题意可分别求出 $\angle AEC$ 及 $\angle ACE$ 的度数, 在 $\triangle AEC$ 中利用三角形的内角和定理即可得出答案.

解: (1) 在梯形 $ABCD$ 中, $\because AD \parallel BC, AB = CD$,

$\therefore \angle ABE = \angle BAD, \angle BAD = \angle CDA$,

$\therefore \angle ABE = \angle CDA$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDA$ 中, $\begin{cases} AB = CD, \\ \angle ABE = \angle CDA, \\ BE = AD, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDA$ (SAS).

(2) 由 (1), 得 $\angle AEB = \angle CAD, AE = AC$,

$\therefore \angle AEB = \angle ACE$.

$\because \angle DAC = 40^\circ$, $\therefore \angle AEB = \angle ACE = 40^\circ$,

$\therefore \angle EAC = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$.

课时3

课堂作业

1. C 【解析】由三角形全等的条件可知带第③块玻璃去, 因为已知两个角和一条夹边能确定三角形的形状.

2. D

3. B 【解析】已知 $\angle 1 = \angle 2$, AD 为公共边, 若证 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, 则两个三角形中再有任一对对应角相等即可, 故选项 C, D 中的条件一定能使两个三角形全等, 选项 A 可使用 SAS 判定两个三角形全等.

4. 30° 5. 20 6. ①②③

7. 证明: $\because AC \parallel DF$,

$\therefore \angle ACB = \angle DFE$.

又 $\because \angle A = \angle D, AC = DF$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (ASA).

课后作业

1. B 2. C 3. D 4. C 5. 垂直

6. BD 7. 3

8. 【解析】逆向分析, 要使 $\angle ACE = \angle DBF$, 只要 $\triangle EAC \cong \triangle FDB$ 即可, 而两个三角形全等的条件由题中易得.

证明: $\because AB = DC$, $\therefore AC = DB$. $\because EA \perp AD, FD \perp AD$,

$\therefore \angle A = \angle D = 90^\circ$.

在 $\triangle EAC$ 与 $\triangle FDB$ 中, $\begin{cases} EA = FD, \\ \angle A = \angle D, \\ AC = DB, \end{cases}$

$\therefore \triangle EAC \cong \triangle FDB$ (SAS). $\therefore \angle ACE = \angle DBF$.

9. 证明: $\because AB \perp BD, ED \perp BD$, $\therefore \angle ABC = \angle D = 90^\circ$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中, $\begin{cases} \angle ABC = \angle D, \\ BC = DC, \\ \angle ACB = \angle ECD \text{ (对顶角相等)}, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC$ (ASA). $\therefore AB = ED$.

10. 【解析】要求证两条线段相等, 根据题中的条件可知, 只需要证明两个三角形全等, 而要证两个三角形全等, 已经具有两个条件, 另外根据线段平行, 可以得到一对角相等, 从而可证.

证明: $\because AD \parallel CB$, $\therefore \angle A = \angle C$. 又 $\because AD = CB, \angle D = \angle B$, $\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE$. $\therefore AF = CE$, $\therefore AF + EF = CE + EF$, 即 $AE = CF$.

【点拨】题目中给出两条直线平行时, 可以得到角相等, 结合其他已知条件易证两个三角形全等.

11. 解: $\because EF \perp AC, \therefore \angle FEC = 90^\circ$.

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle FEC, \angle ECF + \angle BCD = 90^\circ.$$

$$\because CD \perp AB, \therefore \angle BCD + \angle B = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ECF = \angle B.$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FCE$ 中,

$$\therefore \angle ECF = \angle B, EC = BC, \angle FEC = \angle ACB,$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FCE (\text{ASA}).$$

$$\therefore AC = EF.$$

$$\because BC = 2 \text{ cm}, EF = 5 \text{ cm},$$

$$\therefore AE = AC - CE = EF - BC = 5 - 2 = 3 (\text{cm}).$$

课时4

课堂作业

1. D 2. D 3. D

4. 这个角的平分线上 相等

5. 135° 6. 垂直

7. 证明: $\because BE = CF, \therefore BF = CF$.

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DCE$ 中,

$$\therefore \angle A = \angle D, \angle B = \angle C, BF = CE,$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DCE (\text{AAS}).$$

$$\therefore AB = CD (\text{全等三角形的对应边相等}).$$

课后作业

1. D 2. B 3. C

4. D 【解析】利用三角形内角平分线的交点到三边的距离相等和两外角平分线的交点到三角形的一边与其他两边延长线的距离相等可选择地址.

5. 125° 6. 2:3

7. 4 【解析】过点 P 作 $MN \perp AD$. $\because AD \parallel BC$, $\angle ABC$ 的平分线 BP 与 $\angle BAD$ 的平分线 AP 相交于点 P , $PE \perp AB$ 于点 E , $AD \perp MP$, $PN \perp BC$, $\therefore PM = PE = 2$, $PE = PN = 2$. $\therefore MN = 2 + 2 = 4$.

8. 4 【解析】作 $DE \perp BC$ 于点 E , 由垂线段最短可知当点 P 移动到与点 E 重合时 DP 的长最短. $\because \angle A = \angle BDC = 90^\circ$, $\angle ADB = \angle C$, $\therefore \angle ABD = \angle DBC$. 又 $\because BD = BD$, $\angle BAD = \angle BED = 90^\circ$, $\therefore \triangle ABD \cong \triangle EBD (\text{AAS})$, $\therefore DE = AD = 4$, $\therefore DP$ 长的最小值为 4.

9. 证明: $\because EF \perp AC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \angle FEC = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle F + \angle ECF = 90^\circ$.

$$\text{又} \because CD \perp AB, \therefore \angle A + \angle ECF = 90^\circ. \therefore \angle A = \angle F.$$

$$\text{在} \triangle ABC \text{ 和 } \triangle FCE \text{ 中}, \begin{cases} \angle A = \angle F, \\ \angle ACB = \angle FEC, \\ BC = CE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FCE (\text{AAS}). \therefore AB = FC.$$

10. 【解析】欲证 $OA = OD$, 可与它们所在的 $\triangle OAB$, $\triangle ODC$ 联系, 但它的全等条件不够, 而 $AC = BD$ 却用不上, 在现有的图形中, 为使它们成为一对三角形的一边, 可连 AD 或 BC .

$$\text{证明: 连结 } AD, \text{ 在 } \triangle ABD \text{ 和 } \triangle DCA \text{ 中}, \begin{cases} AB = DC, \\ BD = CA, \\ AD = DA, \end{cases}$$

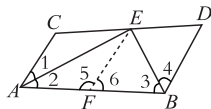
$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle DCA (\text{SSS}), \therefore \angle B = \angle C.$$

$$\text{在 } \triangle AOB \text{ 和 } \triangle DOC \text{ 中}, \begin{cases} \angle AOB = \angle DOC, \\ \angle B = \angle C, \\ AB = DC, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC (\text{AAS}), \therefore OA = OD.$$

11. 证明: 如图. 在 AB 上截取 $AF = AC$, 连结 EF . 在 $\triangle ACE$

$$\text{和 } \triangle AFE \text{ 中}, \begin{cases} AC = AF, \\ \angle 1 = \angle 2, \\ AE = AE, \end{cases}$$



第11题图

$\therefore \triangle ACE \cong \triangle AFE (\text{SAS}). \therefore \angle C = \angle 5$ (全等三角形的对应角相等). $\therefore AC \parallel BD, \therefore \angle C + \angle D = 180^\circ. \therefore \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ, \therefore \angle D = \angle 6$.

$$\text{在 } \triangle BEF \text{ 和 } \triangle BED \text{ 中}, \begin{cases} \angle 6 = \angle D, \\ \angle 3 = \angle 4, \\ BE = BE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BEF \cong \triangle BED (\text{AAS}). \therefore BF = BD. \therefore AF + BF = AC + BD, \text{ 即 } AB = AC + BD.$$

12. 证明: $\because MD \perp AB$, $\angle C = 90^\circ$,

$$\therefore \angle MDE = \angle C = 90^\circ.$$

$$\because ME \parallel BC, \therefore \angle B = \angle MED.$$

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle MED$ 中,

$$\therefore \angle B = \angle MED, \angle C = \angle EDM, AC = DM,$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle MED (\text{AAS}).$$

1.6 尺规作图

课堂作业

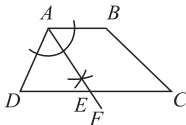
1. D 【解析】尺规作图必须用没刻度的直尺和圆规来作图, 因此 A, B, C 都不对, 故选 D.

2. B 【解析】射线 AB 不用延长, 本身向 B 方向无限长, 但可反向延长, 所以 A 不对; 作平行线, 必须强调过某点, 所以 C 不对; 延长线段 AB 至 C , 则 $AC > BC$, 而不是 $AC = BC$, 所以 D 不对, 故选 B.

3. 图略. 【解析】 $2\angle\alpha$ 即 $\angle\alpha + \angle\alpha$, 所以 $\angle AOB = \angle\alpha + \angle\alpha + \angle\beta$.

4. 【解析】如图所示, 以 A 为圆心, 任意长为半径作弧, 和 AB, AD 分别有交点, 然后以两个交点为圆心; 以大于二分之一两交点距离为半径作弧, 两弧的交点为 E , 作射线 AF , 则 AF 就是 $\angle DAB$ 的角平分线.

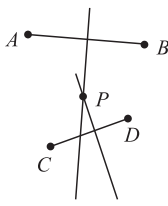
解: 如图所示, 射线 AF 即为所求.



第4题图

5. 【解析】到 A, B 两点距离相等的点在线段 AB 的垂直平分线上, 到 C, D 两点距离相等的点在线段 CD 的垂直平分线上, 同时满足上述条件的点是两条垂直平分线的交点.

解: 如图所示.



第5题图

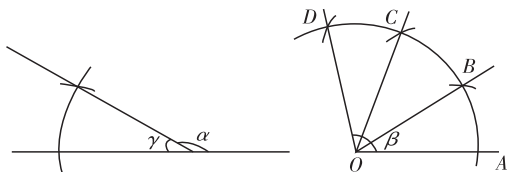
1. D 【解析】A, B, C 属三角形基本作图, 而 D 可作出 2 个满足条件的三角形, 故选 D.
2. B 【解析】已知三边, 实际上就是作线段等于已知线段, 故选 B.
3. D 【解析】以 AB 为一边, 则 C, D, E 都可为第三个顶点, 有 3 个三角形; 若以 CD 为一边, 则可以以 A 或 B 为第三个顶点, 有 2 个三角形; 若以 CE 为一边, 则可以以 A 或 B 为第三个顶点, 有 2 个三角形; 若以 ED 为一边, 则可以以 A 或 B 为第三个顶点, 有 2 个三角形, 共有 9 个三角形, 故选 D.

4. A 【解析】两条直角边已知, 同时直角也已知, 是两边夹角, 故选 A.

5. 【解析】先作出 $\angle \alpha$ 的补角, 再作 $\angle \beta$.

解: 如图所示, (1) 作 $\angle \alpha$ 的补角 $\angle \gamma$ (反向延长 $\angle \alpha$ 的一边即可)

(2) 作 $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle \gamma$. $\angle AOD$ 就是所求 $\angle \beta$.

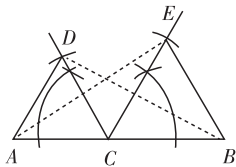


第 5 题图

【点拨】作一个角的补角, 可把角的一边反向延长即可得到补角.

6. 【解析】按要求, 按步骤作图.

解: (1) 根据要求作图, 如图所示.



第 6 题图

(2) 测量 AE 和 BD 的长, $AE = BD$.

理由: $\because \angle ACD = \angle BCE = 60^\circ, \therefore \angle ACD + \angle DCE = \angle BCE + \angle DCE$, 即 $\angle ACE = \angle DCB$.

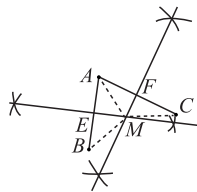
在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle DCB$ 中, $\begin{cases} AC = DC, \\ \angle ACE = \angle DCB, \therefore \triangle ACE \cong \triangle DCB, \\ CE = CB, \end{cases}$

$\triangle DCB$ (SAS). $\therefore AE = DB$ (全等三角形对应边相等).

【点拨】作图准确, 才能使所测量的结果准确.

7. 解: 如图所示, (1) 连结 AC, AB ; (2) 作 AC 的垂直平分线交 AC 于点 F , 作 AB 的垂直平分线交 AB 于点 E , 两条垂直平分线相交于点 M , 即机井应设在 M 点. 因为 ME 垂直平分 AB , 则有 $MA = MB$. MF 垂直平分 AC . 则有 $MA = MC$. 所以 $MA = MB = MC$.

【解析】可分开考虑, 与 A, B 距离相等的点在 AB 的垂直平分线上, 与 A, C 距离相等的点在 AC 的垂直平分线上, 因为同时满足到 A, B, C 三点的距离相等, 故机井应设在这两条垂直平分线的交点上.



第 7 题图

单元评估检测

1. B 【解析】因为 $3 + 3 < 7$, 所以等腰三角形的第三条边长只能为 7.

2. B 【解析】选项 A, C, D 都没有对某件事作出判断, 故它们都不是命题, 只有 B 中的语句对事情作出了判断, 所以只有它是命题.

3. A 4. D 5. D

6. B 【解析】由 $\angle A = 70^\circ, \angle B = 50^\circ$, 得 $\angle C = 60^\circ$. 又因为 $\triangle DEF \cong \triangle ABC$, 所以 $\angle F = \angle C = 60^\circ$, 故选 B.

7. A 【解析】由全等三角形的性质可知 $OB = OA$, 再利用线段差的关系可得 $OA = AD - OD = 10 - 2 = 8$ (cm), 所以 $OB = 8$ cm.

8. B 【解析】过 P 作 $PQ \perp OM$, 垂足为 Q , 则此时 PQ 为最短距离. $\because OP$ 平分 $\angle MON, PA \perp ON, PQ \perp OM, \therefore PA = PQ = 2$.

9. 锐角 【解析】因为 $\angle A = \angle B = 2\angle C, \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, 则 $5\angle C = 180^\circ, \angle C = 36^\circ, \angle A = \angle B = 72^\circ$, 故 $\triangle ABC$ 为锐角三角形.

10. 如果 $a > b$, 那么 $a + 3 > b + 3$ (答案不唯一)

11. $OA = OD$ (或 $AB = CD$ 或 $OB = OC$ 或 $\angle ACB = \angle DBC$) (答案不唯一)

12. 10° 【解析】由 AD 平分 $\angle BAC$, 可得 $\angle DAC = \frac{1}{2} \angle BAC =$

$\frac{1}{2}(180^\circ - 50^\circ - 70^\circ) = 30^\circ$, 由 $AE \perp BC$, 可得 $\angle EAC = 90^\circ - \angle ACB = 20^\circ, \therefore \angle EAD = 30^\circ - 20^\circ = 10^\circ$.

13. 65° 【解析】由三角形全等得 $\angle D = \angle C = 100^\circ, \angle CBA = \angle DBA = 15^\circ$, 所以 $\angle DAB = 180^\circ - \angle D - \angle ABD = 180^\circ - 100^\circ - 15^\circ = 65^\circ$.

14. SAS $\triangle AEB$

15. 5 【解析】由 a, b, c 为三角形三边, 则 $5 - 1 < c < 5 + 1$, 即 $4 < c < 6$, 又 c 为整数, 所以 $c = 5$.

【点拨】本题考查三角形的三边关系.

16. 10 【解析】由题知 $(AB + BD + AD) - (BC + BD + CD) = 2$ cm, 则 $AB - BC = 2$ cm, $\therefore AB = BC + 2 = 8 + 2 = 10$ (cm).

17. 【解析】对于一些不易直接判断其条件和结论的命题, 可先将它们写成“如果……, 那么……”的形式, 这时“如果”后面的即为条件, “那么”后面的即为结论.

解: (1) 条件: 一个角是三角形的一个外角. 结论: 这个角等于和它不相邻的两个内角的和. (2) 条件: 两条直线平行于同一条直线. 结论: 这两条直线不一定平行.

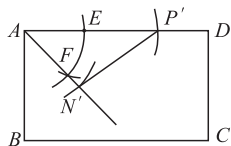
18. 【解析】由 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 可得 $\angle BAC = \angle DAE$, 进而得到 $\angle BAD = \angle EAC$, 从而求出 $\angle BAD$ 的度数.

解: $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE, \therefore \angle BAC = \angle DAE, \therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$,

即 $\angle BAD = \angle EAC, \because \angle EAC = 30^\circ, \therefore \angle BAD = 30^\circ$.

答: $\angle BAD$ 的度数为 30° .

19. 【解析】可用尺规作图的方法,在图上作出一个与图中阴影部分完全一样的图形.



第 19 题图

解:(1)分别以点 A , 点 O 为圆心,以任意长为半径作弧分别交 AD 于 E , 交 OP 于点 G , 交 ON 于点 H ;
(2)以点 E 为圆心,以 HG 为半径作弧,两弧交于点 F ;
(3)过点 F 作射线 AF ;
(4)分别在 AD, AF 上截取 $AP' = OM, AN' = ON$;
(5)连结 $N'P'$, 截下 $\triangle AN'P'$ 就可以补上墙上所缺的壁砖.

【点拨】尺规作图在生活中也处处都能用上,说明数学是来源于生活,同时也是服务于生活的.

20. 【解析】在证明两个三角形全等时,有的题目可以直接从图中找到全等的条件,而有些题目的已知条件隐含在题设或图形中,如公共角、公共边、对顶角等,如本题中隐含公共边,即 $AO = AO$.

解: $\angle BAD = \angle CAD$. 理由如下:

$$\because AE = \frac{1}{3}AB, AF = \frac{1}{3}AC, \text{ 又 } \because AB = AC, \therefore AE = AF.$$

在 $\triangle AEO$ 与 $\triangle AFO$ 中,

$$\begin{cases} AE = AF (\text{已证}), \\ OE = OF (\text{已知}), \\ AO = AO (\text{公共边}), \end{cases} \therefore \triangle AEO \cong \triangle AFO (\text{SSS}).$$

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$, 即雨伞开闭过程中, $\angle BAD = \angle CAD$.

第 2 章 特殊三角形

2.1 图形的轴对称

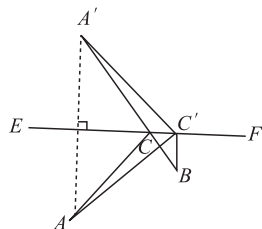
课堂作业

1. C 【解析】本题考查轴对称图形的概念,难度中等.轴对称图形指沿图形内某直线折叠直线两侧的部分能重合的图形, A, B, D 均为轴对称图形,在 C 图形中不能找到这样一条直线,故选 C .
 2. C 【解析】选项 C 不能找到一条直线,使直线两旁的部分能够互相重合,它是后面要学到的中心对称.
 3. C
 4. F17935 【解析】车牌号在水中的倒影和实际号码是成轴对称的.
 5. 答案不唯一,如:“山”“中”“回”等
 6. 50° 【解析】 $\triangle A'DE$ 是 $\triangle ABC$ 的一角沿 DE 折叠得到的,也就是说 $\triangle ADE$ 与 $\triangle A'DE$ 关于 DE 所在直线对称.由 $\angle 1 + \angle 2 = 100^\circ$, 得 $\angle ADA' + \angle AEA' = 260^\circ$, 所以 $\angle A + \angle A' = 100^\circ$, 由于 $\triangle ADE$ 与 $\triangle A'DE$ 关于 DE 所在直线对称, 所以 $\angle A = \angle A'$, 故 $\angle A = \angle A' = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$.
 7. 【解析】按照轴对称图形的定义,只要图形能够找到一条直线,使之沿这条直线折叠之后两部分能重合在一起,这个图形就是轴对称图形,同时,该直线即为它的对称轴.注意一个轴对称图形的对称轴不一定只有一条,也许有两条或多条对称轴.
- 解:图①②⑤⑥⑦⑧⑩是轴对称图形.图②⑤⑥都有一

条对称轴,图①⑦有两条对称轴,图⑧有 4 条对称轴,图⑩有 3 条对称轴.

课后作业

1. D 【解析】本题考查轴对称图形的识别,难度较小.沿某条直线折叠能够完全重合的图形是轴对称图形,只有 D 有对称轴,故选 D .
 2. D 【解析】正方形的对称轴分别为经过对边中点的直线及两条对角线所在的直线,共有 4 条.
 3. D 【解析】圆确实有无数条对称轴,但不应说直径是它的对称轴,而应说直径所在的直线是它的对称轴.依此类推,线段有两条对称轴,是它的垂直平分线所在的直线和它本身所在的直线,角的对称轴是角平分线所在的直线.
 4. C 【解析】根据轴对称的性质,关于某直线对称的两个图形一定全等,所以 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$, 所以 $\angle C = \angle C' = 30^\circ$. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - 50^\circ - 30^\circ = 100^\circ$.
 5. 2 6. 115° 7. AC
 8. 4cm 95° 【解析】 $\triangle ABC$ 与 $\triangle AED$ 关于直线 l 对称,则对应线段相等,对应角相等,则 $AB = AE, \angle C = \angle D$.
 9. 【解析】判断图形是否为轴对称图形,要理解轴对称图形的定义,看能否找到某条直线,沿它折叠后两旁的部分能够重合.
- 解:图(1)(4)(7)(8)是轴对称图形,图(2)(3)(5)(6)不是轴对称图形.
- 【点拨】正确理解轴对称图形与轴对称的概念是判别这两种对称图形的关键.
10. 【解析】由 $AB = EF = 2, \angle A = \angle E = 120^\circ$, 可知 A 与 E, B 与 F 是对称点. 又由 $\angle D = \angle H = 100^\circ$ 可知 D 与 H, C 与 G 是对称点.
- 解: $\because AB = EF = 2, \angle A = \angle E = 120^\circ, \therefore \angle F = \angle B$, 即 $x = 70^\circ$. 又 $\angle D = \angle H = 100^\circ, \therefore D$ 与 H, C 与 G 是对称点, $\therefore GF = BC$, 即 $y = 6$.
11. 解: MN 的长为 15. 理由: $\because P$ 与 M 关于 OA 对称,由性质可知 OA 所在直线为线段 PM 的垂直平分线, $\therefore EM = EP$. 同理 $FN = FP$.
- 又 $\because \triangle EFP$ 的周长 $= PE + EF + FP = 15$, 而 $MN = ME + EF + FN = PE + EF + FP = 15$, $\therefore MN$ 的长为 15.
12. 【解析】本题要在 EF 上找到一点 C , 使 AC 与 CB 的和最小, 设点 A' 是点 A 的对称点, 连结 $A'B$ 交于 EF 于点 C , 再在 EF 上任找一点 C' , 通过比较则得出点 C 即为所求.
- 解: 如图, 作点 A 关于直线 EF 的对称点 A' ; 连结 $A'B$ 交 EF 于点 C , 点 C 就是所求的点.



第 12 题图

理由: 在直线 EF 上另取一异于 C 的点 C' , 连结 $AC, AC', A'C', C'B$.

∵ 直线 EF 是点 A 与点 A' 的对称轴, C, C' 两点在对称轴上, ∴ $AC = A'C, AC' = A'C', ∴ AC + CB = A'C + CB = A'B$.

在 $\triangle A'C'B$ 中, ∵ $A'B < A'C' + C'B$ (三角形中两边之和大于第三边), ∴ $AC + CB < AC' + C'B$, 即 $AC + CB$ 最小.

【点拨】解这类题的关键是将实际问题抽象或转化为几何模型, 把两条线段的和转化为一条线段, 运用三角形的三边关系解决.

2.2 等腰三角形

课堂作业

1. A **【解析】**边长为 5 cm 的边可能是底, 也可能是腰, 当 5 cm 的边是底边时, 腰长为 11 cm, 所以周长为 27 cm, 当 5 cm 的边是腰时, 则底边长为 11 cm, 因为 $5 + 5 < 11$, 所以构不成三角形, 因此只有一种情况, 周长为 27 cm. 故选 A.

2. D

3. C **【解析】**首先要明确的是对称轴是一条直线, 等腰三角形是轴对称图形, 等腰三角形的对称轴是顶角的平分线所在的直线, 或底边的高线所在的直线, 或底边的中线所在的直线.

4. 16 或 17 **【解析】**(1) 因为已知两边长为 5 和 6, 没有说是底还是腰, 所以三边长有两种情况, 可能是 5, 5, 6, 也可能是 6, 6, 5, 所以周长为 16 或 17.

5. 5 **【解析】**等腰三角形的边分为腰和底边, 而此题的 2 和 5 没有指明谁是腰谁是底, 故应分类讨论.

①2 为腰 5 为底, 则另一边是腰即为 2, 而由组成三角形的条件可知, $2 + 2 = 4 < 5$ 不能组成三角形, 应舍去.

②5 为腰 2 为底, 则另一边是腰即为 5, $5 + 5 = 10 > 2$, 可以组成三角形, 故第三边长为 5.

6. 22 或 20 **【解析】**第一空 $2 \times 8 + 6 = 22$; 第二空中等腰三角形的三边长分别为 6, 6, 8 或 8, 8, 6, 故周长为 20 或 22; 第三空中等腰三角形的三边长分别为 8, 8, 4 或 4, 4, 8, 但 4, 4, 8 不符合三角形的三边关系, 故舍去, 所以周长为 20.

7. **【解析】**利用等腰三角形具有轴对称性这一性质解题.

解: 在 $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC, AB = AC$, 所以 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 能够完全重合, 所以 $BD = CD$, 根据等腰三角形的定义, 得 $\triangle DBC$ 是等腰三角形.

课后作业

1. C **【解析】**选项 A, B 和 D 不符合三角形的三边关系.

2. D **【解析】**长为 2 的边可能为底, 也可能为腰, 要分情况讨论.

3. B **【解析】**本题考查等腰三角形的性质和三角形三边关系, 难度较小. 因为已知两边长度为 3 和 6, 没有明确是底边还是腰, 所以有两种情况, 需要分类讨论. ①当 3 为底时, 其他两边都为 6, 可以构成三角形, 周长为 15; ②当 3 为腰时, 其他两边为 3 和 6, ∵ $3 + 3 = 6$, ∴ 不能构成三角形, 故舍去, ∴ 该等腰三角形的周长为 15, 故选 B.

4. 5 和 5 **【解析】**长为 3 的边可能是底边也可能是腰, 当 3 为底边长时, 三边为 3, 5, 5, 成立; 当腰长为 3 时, 三边长为 3, 3, 7, 不成立.

5. 5, 15, 15

6. **【解析】**已知三角形三边长度, 观察是否有两边的长度相

等, 显然 $AB = AC$, 因此三角形是等腰三角形, 其中 AB, AC 是两腰, 底边是 BC .

解: 根据等腰三角形的概念可知 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 腰是 AB 与 AC , 长为 5 cm, 底边是 BC , 长为 4 cm.

【点拨】根据等腰三角形的概念判断三角形是否是等腰三角形, 注意观察三角形的三边中是否有两边的长度相等, 若有, 则是等腰三角形, 反之不是.

7. **解:** 能成为等腰三角形, 设 x s 后 $\triangle PQB$ 为等腰三角形. 由等腰三角形的概念, 得 $PB = QB$, 因为 $AB = 12$ cm, $AP = x$ cm, $BQ = 2x$ cm, 所以 $12 - x = 2x$, 解得 $x = 4$. 即出发 4 s 后 $\triangle PQB$ 为等腰三角形.

2.3 等腰三角形的性质定理

课堂作业

1. C 2. D 3. D 4. 40° 5. 35°

6. 底边中线 底边上的高

7. $50^\circ, 50^\circ$ 或 $80^\circ, 20^\circ$ **【解析】**解答本题时要分 80° 的角是顶角或底角两种情况.

8. **【解析】**因为是等腰三角形, 所以底边上的高也是底边上的中线, 所以 $BC = 2BD$, 即可求出 BC 的长.

解: 因为 $AB = AC, AD \perp BC$, 所以 $BC = 2BD = 2 \times 5 = 10$ (cm).

答: 底边 BC 的长是 10 cm.

课后作业

1. D **【解析】**分 $\angle A$ 是顶角或底角两种情况.

2. C **【解析】**设顶角为 x 度, 则底角为 $(90 - \frac{1}{2}x)$ 度, 腰上的高与底边的夹角等于 $90 - (90 - \frac{1}{2}x) = \frac{1}{2}x$ (度), 故选 C.

3. A 4. C 5. 36° 6. 17 7. 100° 8. 15°

9. **【解析】**已知 $AB = AC$, 故 $\triangle ABC$ 为等腰三角形. 又知此三角形的顶角, 由三角形内角和定理可求 $\angle B, \angle C$. 又知 $\triangle ABD, \triangle ACD$ 为直角三角形, 即可求 $\angle BAD, \angle CAD$.

解: 在 $\triangle ABC$ 中,

∵ $AB = AC$ (已知),

∴ $\angle B = \angle C$ (等腰三角形两底角相等).

∴ $\angle B = \angle C = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAC) = 40^\circ$ (三角形内角和定理).

又 ∵ $AD \perp BC$ (已知),

∴ $\angle BAD = \angle CAD$ (等腰三角形“三线合一”),

∴ $\angle BAD = \angle CAD = 50^\circ$.

【点拨】本题主要考查等腰三角形性质的应用. 除了等腰三角形两底角相等以外, 还有一个最重要的性质, 就是“三线合一”.

10. **解:** ∵ $AB = AC$, ∴ $\angle B = \angle C$,
∴ $\angle BAC = 180^\circ - 2 \times 52^\circ = 76^\circ$.

又 ∵ $BD = CD$, 即 AD 是 $\triangle ABC$ 的 BC 上的中线, 根据等腰三角形“三线合一”, 知 AD 也是 $\angle BAC$ 的平分线, 得

$\angle BAD = \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 76^\circ = 38^\circ$. 在 $\triangle ADE$

中, $DE \perp AC$, ∴ $\angle AED = 90^\circ$, ∴ $\angle ADE = 180^\circ - \angle AED - \angle DAE = 180^\circ - 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$.

【点拨】解答该类问题的基本思路是综合利用等腰三角

形的性质来求未知量. 如在本题中, $\angle B$ 的度数
等边对等角 $\rightarrow \angle C$ 的度数 $\xrightarrow{\text{三角形内角和}} \angle BAC$ 的度数

三线合一 $\rightarrow \angle CAD$ 的度数 $\xrightarrow{\text{三角形内角和}} \angle ADE$ 的度数.

11. 【解析】因为 DE 、 DF 为 AD 上一点到 $\angle BAC$ 两边的距离, 所以欲证 $DE = DF$, 只需证 AD 是 $\angle BAC$ 的平分线. 由 D 为 BC 的中点, $AB = AC$ 可以得到 AD 平分 $\angle BAC$.
证明: $\because AB = AC, BD = CD$,
 $\therefore AD$ 为等腰三角形 ABC 底边 BC 上的中线,
 $\therefore AD$ 平分 $\angle BAC, \therefore DE \perp AB, DF \perp AC, \therefore DE = DF$.

12. 【解析】由 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 可得 $\angle A$ 与 $\angle C$ 相等. 又由于 $\angle ABC = 90^\circ$, 因此可以求出 $\angle A$ 与 $\angle C$ 都是 45° , 运用垂直定义得 $\angle AMD = 90^\circ$, 通过计算得出 $\angle D$ 与 $\angle A$ 的度数相等, 从而证明两个内角所对的边相等.
证明: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, 且 $\angle ABC = 90^\circ$.

$$\text{所以 } \angle A = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle ABC) = 45^\circ.$$

因为 $DM \perp AC$, 所以 $\angle AMD = 90^\circ$,

在 $\triangle AMD$ 中, $\angle D = 180^\circ - \angle AMD - \angle A = 45^\circ$,

又因为 $\angle A = 45^\circ$, 所以 $\angle A = \angle D$, 所以 $AM = DM$.

2.4 等腰三角形的判定定理

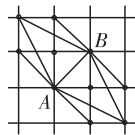
课堂作业

1. C 【解析】有两个角相等的三角形是等腰三角形.
2. C 3. C 4. 3 或 4
5. 65° 或 57.5°
6. 答案不唯一, 如 $BD = CD$ 等
7. $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$ 【解析】等腰三角形腰上的高与底边上的高相等, 说明腰与底边相等.
8. 【解析】(1) 首先通过 $\angle B, \angle C$ 求出 $\angle BAC$ 的度数, 然后利用 $\angle DAC = \angle BAC - \angle DAB$ 求出 $\angle DAC$ 的度数.
(2) 要证 $DC = AB$, 先证 $DC = AC$.
解: (1) $\because AB = AC, \therefore \angle B = \angle C = 30^\circ$.
 $\because \angle C + \angle BAC + \angle B = 180^\circ$,
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$.
 $\because \angle DAB = 45^\circ$,
 $\therefore \angle DAC = \angle BAC - \angle DAB = 120^\circ - 45^\circ = 75^\circ$.
(2) $\because \angle DAB = 45^\circ$,
 $\therefore \angle ADC = \angle B + \angle DAB = 75^\circ$,
 $\therefore \angle DAC = \angle ADC, \therefore DC = AC, \therefore DC = AB$.

课后作业

1. A
2. C 【解析】分别是 $\triangle ABC, \triangle ABD, \triangle ADE, \triangle ADC, \triangle BDE$.
3. D 【解析】本题考查等腰三角形的判定, 难度较小.
 $\because \angle B = \angle C$, 根据等角对等边得 $AC = AB = 5$, 故选 D.
4. 3 5. 160
6. 72° 【解析】 $\because AB = AC$,
 $\therefore \angle B = \angle ACB = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle A)$
 $= \frac{1}{2} (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$.
 $\therefore CD$ 平分 $\angle ACB, \therefore \angle ACD = \frac{1}{2} \angle ACB = 36^\circ$,
 $\therefore \angle BDC = \angle A + \angle ACD = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$.
7. 8 【解析】如图, 分情况讨论: ① AB 为等腰三角形 ABC 底

边时, 符合条件的 C 点有 4 个; ② AB 为等腰三角形 ABC 其中的一条腰时, 符合条件的 C 点有 4 个. 故共有 8 个.



第 7 题图

8. 【解析】利用等角对等边解答题.

解: $\because OB = OC, \therefore \angle OBC = \angle OCB$,

又 $\because \angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 O ,

$\therefore \angle ABC = 2\angle OBC, \angle ACB = 2\angle OCB$,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$.

$\therefore AB = AC$.

9. 【解析】小慧解得腰长为 6 cm, 这个结果不完整, 因为要分两种情况.

解: 设等腰三角形的腰长为 L cm, 则有:

$$10 + \frac{L}{2} + 4 = L + \frac{L}{2}, \text{ 解得 } L = 14.$$

$$\text{或 } 10 + \frac{1}{2} - 4 = L + \frac{L}{2}, \text{ 解得 } L = 6.$$

故等腰三角形的腰长为 14 cm 或 6 cm.

【点拨】要知道有两种情况, 以及等腰三角形的两腰相等.

10. 【解析】由 $DE \parallel BC, BF$ 平分 $\angle ABC$ 和 CF 平分 $\angle ACB$, 先判断 $\triangle BDF, \triangle EFC$ 为等腰三角形, 从而将 DE 转化为 $DF + EF = BD + CE$.

解: $\because BF$ 是 $\angle ABC$ 的平分线, $\therefore \angle ABF = \angle FBC$.

$\because DE \parallel BC, \therefore \angle FBC = \angle DFB. \therefore \angle ABF = \angle DFB$.

$\therefore BD = DF$. 同理可得 $FE = EC$.

$\therefore DE = DF + EF = BD + EC = 9$.

【点拨】运用平行线的性质以及角平分线的性质, 证明角之间的相等关系, 进而运用等腰三角形的判定得出线段之间的长度关系.

11. 【解析】解答题的基本思路是将未知的角转化为已知的角, 将未知的边转化为已知的边, 如 (1) 中将要求的 $\angle ECD$ 转化为 $\angle A$, (2) 中将要求的边 BC 转化为 EC ; 完成这种转化的方法就是利用等腰三角形的性质和判定将三角形的边和角联系起来.

解: (1) $\because ED$ 垂直平分 $AC, \therefore CE = AE, \therefore \angle ECD = \angle A = 36^\circ$ (在同一个三角形中, 等边对等角).

(2) $\because AB = AC, \angle A = 36^\circ, \therefore \angle B = \angle ACB = 72^\circ$.

$\because \angle ECD = 36^\circ, \therefore \angle BCE = \angle ACB - \angle ECD = 36^\circ$.

$\therefore \angle BEC = 180^\circ - \angle B - \angle ECB = 72^\circ. \therefore \angle BEC = \angle B$,

所以 $BC = EC = 5$ (在同一个三角形中, 等角对等边).

2.5 逆命题和逆定理

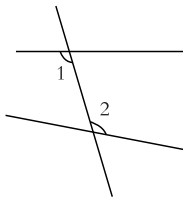
课时 1

课堂作业

1. A
2. C 【解析】A 的逆命题是相等的角都是直角; B 的逆命题是小于 180° 的角是钝角; D 的逆命题是相等的角是对顶角. 显然它们都是假命题. C 的逆命题是如果 $x = y = 0$, 那么 $x^2 + y^2 = 0$ 是真命题.
3. C 【解析】C 的逆命题是绝对值相等的两个数互为相反数, 显然, 这一逆命题是假命题. 因为绝对值相等的两个

数相等或互为相反数. A, B, D 的逆命题都是真命题.

4. 对角线互相平分的四边形是平行四边形
5. 如果一个三角形两腰上的高相等, 那么这个三角形是等腰三角形 真
6. 答案不唯一. 如: 内错角相等, 两直线平行 两直线平行, 内错角相等
7. 解: (1) 同旁内角互补, 两直线平行, 真命题;
(2) 如果两条直线平行, 那么这两条直线垂直于同一条直线, 真命题;
(3) 内错角相等, 假命题; 例如: 如图, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是内错角, 但不相等;



第 7 题图

- (4) 等边三角形有一个角是 60° , 真命题.

课后作业

1. A
2. C 【解析】找到原命题的逆命题判断是否是真命题即可.
【点拨】选项 C 的逆命题是“对应角相等的三角形是全等三角形”, 错误, 所以没有逆定理.

3. D 4. D
5. 绝对值相等的两数互为相反数
6. 如果两个角的补角相等, 那么这两个角相等 真命题
7. 相等的两个角是同位角 【解析】因为“同位角相等”的题设是“两个角是同位角”, 结论是“这两个角相等”. 所以命题“同位角相等”的逆命题是“相等的两个角是同位角”.

8. ①④ 【解析】先写出四个命题的逆命题, 然后判断其真假. ①的逆命题: 两直线平行, 同旁内角互补, 命题成立.
②的逆命题: 如果两个角相等, 那么这两个角是直角, 命题不成立. ③的逆命题: 如果两个实数的平方相等, 那么这两个实数也相等, 命题不成立. ④的逆命题: 如果直角三角形的三边长为 a, b, c (c 为最长边), 那么 $a^2 + b^2 = c^2$, 命题成立.

9. 【解析】由已知命题写出其逆命题就是把原命题的条件与结论互换.

解: (1) 逆命题: 如果 $x^2 - 5x = 0$, 那么 $x = 5$. 原命题是真命题, 逆命题是假命题.

(2) 逆命题: 如果 $a^2 = b^2$, 那么 $a = b$. 原命题是真命题, 逆命题是假命题.

(3) 逆命题: 对顶角相等. 原命题是假命题, 逆命题是真命题.

(4) 逆命题: 同位角相等, 两直线平行. 原命题是真命题, 逆命题是真命题.

【点拨】(1) 任何命题一定有逆命题; (2) 互逆命题中原命题和它的逆命题的真假没有必然联系, 原命题是真命题, 其逆命题不一定是真命题; 原命题是假命题, 其逆命题也可能是真命题.

10. 【解析】先写出定理的逆命题, 然后再判断逆命题的正确性. 如果逆命题正确, 说明原定理有逆定理; 如果逆命题错误, 说明原定理有逆命题而没有逆定理.

解: (1) (2) 都有逆定理.

(1) 的逆定理是: 对角线互相平分的四边形是平行四边形.

(2) 的逆定理是: 如果三角形一边上的中线等于这条边的一半, 那么这个三角形是直角三角形.

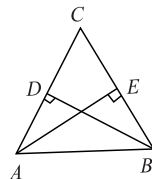
【点拨】写逆命题 (包括逆定理) 的关键在于明确原命题的条件和结论分别是什么, 在写逆命题时要写完整、准确.

11. 解: 逆命题为“等边三角形两边上的高相等”, 是真命题.

已知: 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC = AB$, AE, BD 分别是 BC, AC 两边上的高.

求证: $AE = BD$. 证明: $\because AE \perp BC, BD \perp AC, \therefore \angle AEC = \angle BDC = 90^\circ$.

又 $\because \angle C = \angle C, AC = BC, \therefore \triangle AEC \cong \triangle BDC, \therefore AE = BD$.



第 11 题图

12. 【解析】改写命题时一定要分清原命题的题设和结论, 本题中原命题的题设为“一个三角形是等腰三角形”, 结论为“顶角平分线与底边上的高相互重合”, 逆命题的叙述不能提及顶角和底边, 因为还不知道三角形是否为等腰三角形.

解: 逆命题为“如果三角形中一个角的平分线与它对边上的高线相互重合, 那么这个三角形是等腰三角形”, 该命题是真命题, 证明如下:

已知: $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, 且 $AD \perp BC$. 求证: $\triangle ABC$ 是等腰三角形.

证明: 因为 AD 平分 $\angle BAC$, 所以 $\angle BAD = \angle CAD$. 因为 $AD \perp BC$, 所以 $\angle ADB = \angle ADC$, 又因为 $AD = AD$, 所以 $\triangle ADB \cong \triangle ADC$, 所以 $AB = AC$, 所以 $\triangle ABC$ 是等腰三角形.

课时 2

课堂作业

1. C 【解析】 $\because 3^2 + 4^2 = 5^2, 6^2 + 8^2 = 10^2, 5^2 + 12^2 = 13^2$, 而 $(\sqrt{3})^2 + 2^2 \neq (\sqrt{5})^2, \therefore$ 只有 C 不能构成直角三角形.

2. A

3. C 【解析】在平面直角坐标系中任意一点 $P(x, y)$ 关于原点的对称点是 $(-x, -y)$. 所以点 $(2, -3)$ 关于原点中心对称的点的坐标是 $(-2, 3)$.

4. $(-3, 2)$ $(3, 2)$

5. $(-3, -4)$ $(3, 4)$ $(3, -4)$ 【解析】点 (a, b) 关于 x 轴对称的点的坐标为 $(a, -b)$, 关于 y 轴对称的点的坐标是 $(-a, b)$, 关于原点对称的点的坐标是 $(-a, -b)$.

6. 2 -2 【解析】因为关于原点对称的两点, 它们的横、纵坐标分别互为相反数, 所以由题意得 $\begin{cases} a+b=0, \\ b+2=0, \end{cases}$ 解得

$$\begin{cases} a=2, \\ b=-2. \end{cases}$$

7. 【解析】验证 a, b, c 三边是否符合勾股定理的逆定理.
证明: $\because a^2 + b^2 = (m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = m^4 + 2m^2n^2 + n^4 = (m^2 + n^2)^2, \therefore a^2 + b^2 = c^2, \therefore$ 这个三角形是直角三角形, c

是斜边.

【点拨】勾股定理的逆定理给出了判定一个三角形是否是直角三角形的方法,与前面学习的方法不同,它需要通过代数运算来证明.

课后作业

1. D 2. A 3. C

4. D **【解析】**点 P 平移后的像的坐标为 $(a-2, 5)$. 因为点 $(a-2, 5)$ 与点 $Q(-1, b)$ 关于坐标原点对称, 所以

$$\begin{cases} a-2-1=0, \\ 5+b=0, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a=3, \\ b=-5. \end{cases} \text{所以 } a+b=-2.$$

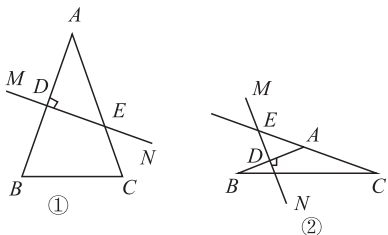
5. 12 6. 6

7. 1 **【解析】**根据两个点关于原点对称, 则横、纵坐标都是原数的相反数, 得 $2a+b=-2$, $a+2b=-3$, 解得 $a=-\frac{1}{3}$, $b=-\frac{4}{3}$. 所以 $a-b=1$.

8. 70° 或 20° **【解析】**画草图时考虑不全面导致丢解. 如图①所示, $\angle AED = 50^\circ$, $\therefore \angle A = 40^\circ$, $\therefore \angle B = \frac{1}{2} \times$

$$(180^\circ - \angle A) = \frac{1}{2} (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ. \text{如图②所示,}$$

$$\angle AED = 50^\circ, \therefore \angle BAC = 140^\circ, \therefore \angle B = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BAC) = \frac{1}{2} (180^\circ - 140^\circ) = 20^\circ.$$



第 8 题图

9. 解: 由题意得 $\begin{cases} 3m=n, \\ m+n-2=3-m, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=1, \\ n=3, \end{cases}$ 所以 $A(3, 2)$, $B(-3, -2)$.

10. 证明: 在 $\triangle ABC$ 中, $\because AB=13$, $AD=12$, $BC=10$, AD 是 BC 边上的中线, $\therefore BD=5$, $BD^2 + AD^2 = AB^2$, $\therefore \angle ADB = 90^\circ$, $\therefore AD$ 垂直平分 BC , $\therefore AB=AC$.

11. 证明: $\because CD \perp AB$, $\therefore CD^2 = AC^2 - AD^2 = AD \cdot AB - AD^2 = AD \cdot BD$. 又 $BC^2 = CD^2 + BD^2 = AD \cdot BD + BD^2 = BD \cdot AB$, $\therefore AC^2 + BC^2 = AD \cdot AB + BD \cdot AB = AB^2$, $\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形.

12. **【解析】**要求 $\angle BPC$ 的度数, 考虑到已知的特殊三角形——等腰直角三角形 ABC 及 PA 、 PB 、 PC 的长, 所以考虑将 $\angle BPC$ 进行转化. 本题中考虑将 $\angle BPC$ 分成两个角 $\angle BPE$ 与 $\angle CPE$ 的和.

解: 过 C 作 $CE \perp CP$, 使 $CE = CP = 4$. 连结 PE , BE , 则 $\angle CPE = 45^\circ$. $\because \angle ACP + \angle PCB = \angle PCB + \angle BCE = 90^\circ$, $\therefore \angle ACP = \angle BCE$. 又 $\because PC = EC$, $AC = BC$, $\therefore \triangle ACP \cong \triangle BCE$. $\therefore BE = AP = 6$. 在 $Rt \triangle PCE$ 中, $PE^2 = PC^2 + EC^2 = 4^2 + 4^2 = 32$. 在 $\triangle PEB$ 中, $PE^2 + PB^2 = 32 + 4 = 36$.

又 $BE^2 = 6^2 = 36$, $\therefore PE^2 + PB^2 = BE^2$. $\therefore \angle EPB = 90^\circ$. $\therefore \angle BPC = \angle CPE + \angle EPB = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$.

2.6 直角三角形

课时 1

课堂作业

1. C **【解析】**本题考查平行线的性质及垂直的定义, 难度较小. $\because DE \perp AB$, $\therefore \angle ADE = 90^\circ$. 又 $\because \angle EDF = 30^\circ$, $\therefore \angle ADF = \angle ADE - \angle EDF = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$. $\because BC \parallel DF$, $\therefore \angle B = \angle ADF = 60^\circ$, 故选 C.

2. B

3. B **【解析】**用面积法可得两直角边的乘积等于斜边与斜边上的高的乘积, 代入数据即可求出斜边上的高的长.

4. B 5.54° 6.60°

7. 解: $\because AD = BD$, $AD \perp BC$,

$$\therefore \angle B = \angle DAB = 45^\circ.$$

$$\text{又 } AD = CD,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle C = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BAD + \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\text{又 } \angle B = \angle C = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 是等腰直角三角形.}$$

课后作业

1. A 2. B

3. C **【解析】**在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 则 $\angle CAB + \angle CBA = 90^\circ$, 由 $BD \parallel AE$ 可知 $\angle DBA + \angle BAE = 180^\circ$, 即 $\angle DBC + \angle CBA + \angle CAB + \angle CAE = 180^\circ$, 所以 $\angle CAE = 180^\circ - \angle DBC - (\angle CBA + \angle CAB) = 180^\circ - 20^\circ - 90^\circ = 70^\circ$.

4. 60° 30° **【解析】**由 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, $\angle A = 2\angle B$ 得 $3\angle B + \angle C = 180^\circ$, 又因为 $\angle C = 90^\circ$, 故 $\angle B = 30^\circ$, 则 $\angle A = 60^\circ$.

5. 4 **【解析】** $\triangle ABC$ 是直角三角形, $\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ$, $\because CD \perp AB$ (已知), $\therefore \triangle ACD$, $\triangle BCD$ 是直角三角形, $\therefore \angle A + \angle ACD = 90^\circ$, $\angle B + \angle BCD = 90^\circ$. $\because \angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \angle ACD + \angle BCD = 90^\circ$, $\therefore$ 图中一共有 4 对互余的角, 分别是 $\angle A$ 与 $\angle B$, $\angle A$ 与 $\angle ACD$, $\angle B$ 与 $\angle BCD$, $\angle ACD$ 与 $\angle BCD$.

6. 2 7.65°

8. 4 **【解析】**因为 $AD \perp BC$, 所以 $\triangle ADC$ 为直角三角形; 根据“三角形斜边上的中线等于斜边的一半”, 得 $DE = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 8$.

9. 解: $\because$ 等腰直角三角形 ABC 中, AD 是斜边 BC 上的高, $\therefore \angle ABD = \angle BAD = 45^\circ$, $\therefore AD = BD$, 同理, $AD = CD$. $\therefore AD = BD = CD$.

10. **【解析】**仔细观察图形、分析图形结构是解决本题的关键, 本题可将 $\triangle ABC$ 分解成一个等腰三角形和一个含 30° 角的直角三角形, 利用这些图形的特殊性质解决问题.

解: 因为 $AB = AC$, 所以 $\angle B = \angle C$.

因为 $\angle BAC = 120^\circ$,

$$\text{所以 } \angle B = \angle C = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BAC) = 30^\circ.$$

又因为 $AE \perp AB$, 所以 $\angle BAE = 90^\circ$.

$$\text{所以 } \angle EAC = \angle BAC - \angle BAE = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ.$$

所以 $\angle C = \angle EAC$, 所以 $AE = EC = 3$ cm.

在 $Rt \triangle ABE$ 中, $\angle B = 30^\circ$, 所以 $BE = 2AE = 6$ cm.

所以 $BC = BE + EC = 6 + 3 = 9$ cm.

11. 【解析】因为 BD 是等边三角形 ABC 的角平分线, 所以 $BD \perp AC$, 又因为 BC 是直角三角形的斜边, 所以 $BC = 2DC$.

又因为在 $\triangle DEC$ 中, $EC = \frac{1}{2}DC$, 从而求得 BC 的值.

解: $\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle ABC = \angle C = 60^\circ, AC = BC.$$

$$\because BD \text{ 平分 } \angle ABC, \therefore CD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BC.$$

$$\because DE \perp BC, \angle C = 60^\circ, \therefore \angle CDE = 30^\circ, \therefore CD = 2CE = 2, \\ \therefore BC = 2CD = 4.$$

【点拨】在解决等边三角形相关问题时, 除利用它的特殊性质外, 还应结合“直角三角形中, 30° 角所对的直角边等于斜边的一半”来求解.

课时2

课堂作业

1. B 2. B 3. C 4. C 5. 3 6. 40° 50°

7. 30° 【解析】由 $\angle A + \angle B = \angle C$ 知三角形是直角三角形, 又因为 $AC = \frac{1}{2}AB$, 所以 $\angle B = 30^\circ$.

8. 8 【解析】本题考查图形的旋转、直角三角形斜边上中线的性质, 难度较小. 因为图形旋转后大小不变, 对应线段长不变, 因此 $A'B' = AB = 16$, 根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半, 故 $C'D = \frac{1}{2}A'B' = \frac{1}{2} \times 16 = 8$.

课后作业

1. C 【解析】易得三个内角的度数分别为 $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$, 故为等腰直角三角形.

2. A 【解析】 $\angle \alpha = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$.

3. C 4. A 5. A

6. 30 【解析】利用“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半”求出斜边长度, 再用面积公式求出面积.

7. 60° 或 120° 【解析】根据直角三角形两锐角互余可解. 当等腰三角形为锐角三角形时, 顶角为 60° ; 当等腰三角形为钝角三角形时, 顶角为 120° , 本题易错之处是考虑问题不全面, 忽视钝角三角形的情况, 造成漏解.

8. a^2

9. 8 【解析】运用“在直角三角形中如果一个锐角是 30° , 则它所对的直角边等于斜边的一半”即可求出答案.

10. $\frac{49}{2}$ 【解析】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because \angle B = 30^\circ, \therefore AC = \frac{1}{2}AB = 7$ cm. 由题意可知 $BC \parallel DE, \therefore \angle AFC = \angle D = 45^\circ, \therefore \triangle ACF$ 是等腰直角三角形, $\therefore CF = AC = 7$ cm. $\therefore$ 阴影部分的面积是 $S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2}AC \cdot CF = \frac{49}{2}(\text{cm}^2)$.

【点拨】阴影部分是规则的 $\triangle ACF$, 由已知求出其两直角边代入三角形面积公式可计算.

11. 解: (1) 如图所示, 直线 l 即为所求.

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$$\because \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ.$$

又 $\because l$ 为线段 AB 的垂直平分

线, $\therefore EA = EB$.

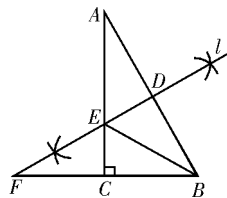
$$\therefore \angle EBA = \angle A = 30^\circ, \angle AED = \angle BED = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle EBC = \angle EBA = 30^\circ, \angle FEC = 60^\circ.$$

又 $\because ED \perp AB, EC \perp BC, \therefore ED = EC$.

在 $\text{Rt}\triangle ECF$ 中, $\angle FEC = 60^\circ$,

$$\therefore \angle EFC = 30^\circ. \therefore EF = 2EC. \therefore EF = 2ED.$$



第 11 题图

2.7 探索勾股定理

课时1

课堂作业

1. D 2. C

3. C 【解析】根据勾股定理判断直角三角形的两条直角边为 9, 12, 斜边为 15, 可利用面积求斜边上的高.

【点拨】直角三角形的面积等于两条直角边长度乘积的一半或一边与这边上高的乘积的一半.

4. (1) 13 (2) 20 (3) 6 8 5. 30

6. 【解析】利用勾股定理先求斜边, 再用面积公式求斜边上的高.

解: 设直角边 $a = 5, b = 12$, 斜边为 c , 斜边上的高为 h .

$$\because a^2 + b^2 = c^2,$$

$$\therefore c = 13.$$

$$\text{又 } ab = ch, \therefore h = \frac{ab}{c} = \frac{5 \times 12}{13} = \frac{60}{13}.$$

答: 斜边上的高为 $\frac{60}{13}$.

课后作业

1. C 2. A 3. C

4. C 【解析】由勾股定理的图形证明方法可知, 正方形 E 的面积等于正方形 A, B, C, D 的面积和.

5. 15 6. $\sqrt{3}$

7. 14 或 16 或 18

8. 24 cm^2

9. 【解析】虽然已知直角三角形的两边 AB 及 BC 的长, 但是不能确定哪条边是斜边, 第三边长也就不知何去何从, 因此就必须分情况来讨论最长边的问题.

解: $AB = 6$ cm, $BC = 8$ cm,

(1) 若 AC 为斜边, 则

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10(\text{cm}).$$

(2) 若 BC 为斜边, 则

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{8^2 - 6^2} \\ = \sqrt{64 - 36} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}(\text{cm}).$$

答: 第三边长为 10 cm 或 $2\sqrt{7}$ cm.

【点拨】在利用勾股定理时不可盲目, 需明确哪条边是斜边, 否则, 将遗漏情况, 造成不必要的损失.

10. 【解析】三边长为连续偶数, 可分别设为 $a, a+2, a+4$, 显然 $a+4$ 为斜边长, 再利用勾股定理列方程. 注意 a 为偶数. 若求出的结论中 a 取奇数值, 则舍去.

解: 设三边长为 $a, a+2, a+4$ (a 为偶数且 $a > 0$), 斜边

最长,为 $a+4$.

由勾股定理得 $a^2 + (a+2)^2 = (a+4)^2$,

$$a^2 - 4a - 12 = 0,$$

$$(a-6)(a+2) = 0.$$

$$\because a > 0, \therefore a+2 > 2.$$

$$\therefore a-6 = 0,$$

$$a = 6.$$

$\therefore$ 三边长为 6, 8, 10.

11. 【解析】根据勾股定理列出方程解出 AE .

解: 假设 E 点在 AB 上的位置已经确定, 即 $CE = DE$, 可设 AE 的长为 x km, 则 $BE = (25 - x)$ km. 在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, 有 $CE^2 = 15^2 + x^2$. 在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, 有 $DE^2 = (25 - x)^2 + 10^2$. $\because CE = DE, \therefore 15^2 + x^2 = (25 - x)^2 + 10^2$, 解得 $x = 10$. 故图书室 E 应建在距点 A 10 km 处.

12. 【解析】正方形的边长 CD 同时也是 $\text{Rt}\triangle BCD$ 的斜边, 连续使用两次勾股定理可求.

解: $\because \angle BAD = 90^\circ, AD = 4, AB = 3$,

$$\therefore BD = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

$$\because \angle CBD = 90^\circ, BC = 12,$$

$$\therefore CD = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13.$$

$$\therefore \text{正方形 } DCEF \text{ 的面积为 } 13 \times 13 = 169.$$

【点拨】勾股定理是求直角三角形中边长的重要方法, 只需知道任意两边长, 即可求出第三边.

课时 2

课堂作业

1. C 2. D 3. D

4. B 【解析】因为勾股数必须是正整数, 所以答案是 B.

5. 90° 【解析】因为 $AB^2 + AC^2 = 40^2 + 9^2 = 1\,681, BC^2 = 41^2 = 1\,681$, 所以 $AB^2 + AC^2 = BC^2$, 故 $\angle BAC = 90^\circ$.

6. 30

7. 解: 题图①中: $AB = \sqrt{5}, AC = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}, BC = \sqrt{17}$,

$$\therefore AB^2 + AC^2 \neq BC^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 不是直角三角形.

题图②中: $AB = \sqrt{2}, AC = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}, BC = \sqrt{10}$,

$$\therefore AB^2 + AC^2 = BC^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形.

课后作业

1. C 【解析】选项 C 中, $\angle A = 45^\circ, \angle B = 60^\circ, \angle C = 75^\circ$, 故不是直角三角形.

2. B 【解析】由勾股定理的逆定理知①②③能构成直角三角形.

3. C

4. C 【解析】观察图形可以发现, AC 是两直角边长分别为 3 和 4 的直角三角形的斜边, BC 是两直角边长分别为 1 和 4 的直角三角形的斜边, AB 等于 4, 所以 $b = AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, a = BC = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}, c = AB = 4$. 因为 $5 > \sqrt{17} > 4$, 所以 $c < a < b$.

5. 60 6. A 7. 6 8 10 8. 4

9. 【解析】根据已知条件中边之间的数量关系可设正方形

边长为 $4a$, 进而使用勾股定理表示出 $\triangle AEF$ 的各边长, 再用勾股定理的逆定理判定.

解: $\triangle AEF$ 是直角三角形, 理由如下:

设正方形边长为 $4a$,

因为 $CF = \frac{1}{4}CD, E$ 是 BC 的中点,

所以 $CF = a, DF = 3a, BE = CE = 2a$,

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中,

$$AF^2 = AD^2 + DF^2 = (4a)^2 + (3a)^2 = 25a^2,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中,

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 = (4a)^2 + (2a)^2 = 20a^2,$$

在 $\text{Rt}\triangle CEF$ 中, $EF^2 = CF^2 + CE^2 = a^2 + (2a)^2 = 5a^2$,

$$\text{所以 } EF^2 + AE^2 = AF^2.$$

所以 $\triangle AEF$ 是直角三角形.

【点拨】勾股定理的逆定理的综合运用一般是用勾股定理计算三角形的边长, 再用逆定理证明垂直关系, 这种数形结合的方法是证明直角三角形的常用方法.

10. 【解析】要求 AB 的长, 可在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中利用勾股定理求解, 一般地, 求一条线段的长度, 我们可把这条线段看做直角三角形的一条边, 然后利用勾股定理即可求解.

解: 由题意可知 $\angle C = 90^\circ$, 所以 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 根据勾股定理, 得 $AB^2 = AC^2 + BC^2$, 所以 $AB^2 = 1^2 + 2.4^2 = 2.6^2, AB = 2.6$ m, 即 AB 的长度为 2.6 m.

11. 解: $\triangle PP'C$ 是直角三角形,

$$\because \triangle ABP \cong \triangle CBP',$$

$$\therefore BP = BP', \angle ABP = \angle CBP', PA = P'C = 3.$$

$$\therefore \angle PBP' = \angle ABC = 60^\circ.$$

$\therefore \triangle BPP'$ 为正三角形.

$$\therefore PP' = 4.$$

$$\therefore PP'^2 + P'C^2 = PC^2.$$

$\therefore \triangle PP'C$ 是直角三角形.

12. 解: 在 $\triangle BCD$ 中, $\because BC = 20$ cm, $CD = 16$ cm, $BD = 12$ cm, $\therefore BD^2 + CD^2 = BC^2, \therefore \angle BDC = 90^\circ$. 设 $AD = x$ cm, 则 $AC = (12 + x)$ cm, 在 $\triangle ACD$ 中, $\because \angle ADC = 90^\circ, \therefore AD^2 + CD^2 = AC^2, \therefore x^2 + 16^2 = (12 + x)^2$, 解得 $x = \frac{14}{3}, \therefore \triangle ABC$ 的周长为 $AB + AC + BC = 2 \times \left(12 + \frac{14}{3}\right) + 20 = \frac{160}{3}$ (cm).

【点拨】先在 $\triangle BCD$ 中, 根据勾股定理的逆定理判定 $CD \perp AB$, 再在 $\triangle ACD$ 中, 用勾股定理求出 AD 的长, 最后求出 $\triangle ABC$ 的周长.

2.8 直角三角形全等的判定

课堂作业

1. B 2. D 3. B

4. 45 【解析】本题可以先证明 $\triangle ADC \cong \triangle BDH$, 得出 $\triangle ABD$ 为等腰直角三角形, 所以 $\angle ABC = 45^\circ$.

5. 斜边和一条直角边对应相等的两个直角三角形全等

6. $AC = BD$ 或 $BC = AD$

7. 【解析】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle EDC$ 中, 已知一条直角边对应相等, 但无法说明斜边对应相等, 所以不能运用“HL”, 应考虑其他方法.

证明: $\because AB \perp BD, ED \perp BD, \therefore \angle ABC = \angle EDC = 90^\circ$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDC$ 中, $\because \begin{cases} \angle ABC = \angle EDC, \\ BC = DC, \\ \angle ACB = \angle ECD, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDC$ (ASA). $\therefore AB = ED$.

课后作业

1. A 2. C 3. B 4. B

5. 答案不唯一,如 $BD = CD$ 或 $AB = AC$

6. $\angle ABC = \angle BAD$,答案不唯一

7. ①②③④

8. 90° 【解析】由“HL”可得两个直角三角形全等,把要求的两角之和转化为一个直角三角形的两锐角之和.

由现实意义及图形提示可知 $CA \perp BF$, $ED \perp BF$,即 $\angle BAC = \angle EDF = 90^\circ$,又因为 $BC = EF$, $AC = DF$,可知 $\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle DEF$,得 $\angle DFE = \angle ACB$.因为 $\angle ACB + \angle ABC = 90^\circ$,所以 $\angle ABC + \angle DFE = 90^\circ$.

【点拨】解决本题的关键是证明 $\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle DEF$,而证明直角三角形全等可使用判定“HL”来证明.

9. 【解析】本题需根据 $BF = AC$, $DF = DC$,由“HL”去求解.

证明: $\because AD$ 为 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的高, $\therefore \angle BDF = \angle ADC = 90^\circ$.又 $\because BD = AD$, $FD = CD$, $\therefore \text{Rt}\triangle BDF \cong \text{Rt}\triangle ADC$ (HL). $\therefore \angle BFD = \angle C$.又 $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle BDF$ 中, $\angle BFD + \angle DBF = 90^\circ$, $\therefore \angle C + \angle DBF = 90^\circ$. $\therefore \angle BEC = 180^\circ - \angle C - \angle DBF = 90^\circ$,即 $BE \perp AC$.

10. 证明: $\because AC \perp BC$, $AD \perp BD$, $AD = BC$, $AB = BA$,

$\therefore \text{Rt}\triangle ACB \cong \text{Rt}\triangle BDA$.

$\therefore AC = BD$, $\angle CAE = \angle DBF$.

$\because CE \perp AB$, $DF \perp AB$.

$\therefore \angle CEA = \angle DFB = 90^\circ$.

$\therefore \triangle AEC \cong \triangle BFD$.

$\therefore CE = DF$.

11. 【解析】欲证 $OB = OC$ 可证明 $\angle 1 = \angle 2$,由已知发现, $\angle 1, \angle 2$ 均在直角三角形中,因此证明 $\triangle BCE$ 与 $\triangle CBD$ 全等即可.

证明: $\because CE \perp AB$, $BD \perp AC$,

则 $\angle BEC = \angle CDB = 90^\circ$.

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 与 $\text{Rt}\triangle CBD$ 中, $\begin{cases} CE = BD, \\ BC = BC, \end{cases}$

$\therefore \text{Rt}\triangle BCE \cong \text{Rt}\triangle CBD$ (HL),

$\therefore \angle 1 = \angle 2$, $\therefore OB = OC$.

12. 【解析】由已知可以得到 $\triangle DBE$ 与 $\triangle CEB$ 全等,即可证明 $DE = EC$,又 $BD = BC$,可知 B, E 在线段 CD 的垂直平分线上,故 $CD \perp BE$.

证明: $\because DE \perp AB$, $\therefore \angle EDB = 90^\circ$, $\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle DEB$ 与 $\text{Rt}\triangle CEB$ 中,

$BD = BC$, $BE = BE$,

$\therefore \text{Rt}\triangle DEB \cong \text{Rt}\triangle CEB$ (HL),

$\therefore DE = EC$,又 $\because BD = BC$,

$\therefore E, B$ 在 CD 的垂直平分线上,

即 $BE \perp CD$.

单元评估检测

1. C

2. C 【解析】因为 70° 不确定是底角还是顶角,所以有两

种情况:当 70° 的角为底角时,顶角为 40° ,此三角形存在,所以底角为 70° ;当 70° 的角为顶角时,底角为 55° ,此三角形也存在,所以底角为 70° 或 55° ,故选C.

3. D 【解析】易知 $\angle BAO + \angle BCO = \angle ABO + \angle CBO = \angle ABC = 70^\circ$,所以 $\angle BOA + \angle BOC = 360^\circ - 140^\circ = 220^\circ$,所以 $\angle AOC = 140^\circ$,所以 $\angle AOC + \angle ADC = 140^\circ + 70^\circ = 210^\circ$,所以 $\angle DAO + \angle DCO = 360^\circ - 210^\circ = 150^\circ$.

4. C 5. C

6. C 【解析】根据题意, $(a-5)^2 = 0$, $|b-12| = 0$, $(c-13)^2 = 0$,所以 $a = 5$, $b = 12$, $c = 13$,而 $5^2 + 12^2 = 13^2$,所以 $\triangle ABC$ 是以 c 为斜边的直角三角形.

【点拨】本题主要运用了非负数的性质及勾股定理的逆定理.

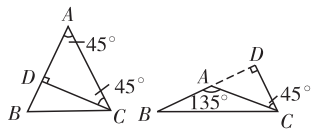
7. C 【解析】移动前后梯子的长度不变,即 $\text{Rt}\triangle ABO$ 和 $\text{Rt}\triangle A'B'O$ 的斜边相等.

【点拨】解决此题的关键是明确移动前后梯子的长度不变.注意,此题易错选A,必须通过计算才能得出结论.

8. B 【解析】由 $\angle ABC = 45^\circ$, $AD \perp BD$,得 $\angle BAD = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$, $\therefore \angle ABC = \angle BAD$, $\therefore AD = BD$. $\because AD \perp BC$, $BE \perp AC$, $\therefore \angle BEC = \angle ADC = 90^\circ$, $\therefore \angle DBF + \angle C = \angle DAC + \angle C = 90^\circ$, $\therefore \angle DBF = \angle DAC$.易得 $\text{Rt}\triangle DBF \cong \text{Rt}\triangle DAC$. $\therefore DF = DC = 4$.

9. 40° 或 70° 【解析】分两种情形,顶角的外角或底角的外角.

10. 45° 或 135° 【解析】有两种情况,如图①、图②所示,当是锐角等腰三角形时,其高在三角形内,根据直角三角形两锐角互余,得顶角为 45° ;当是钝角等腰三角形时,其高在三角形外,由图可知顶角的邻补角为 45° ,顶角为 135° ,也可根据三角形外角等于和它不相邻两内角和求出顶角为 135° .



第10题图

11. 假 如果一个三角形中有一个角是钝角,那么另外两个角为锐角 真 【解析】原命题和逆命题的真假不存在必然的联系.

12. 55° 和 35° 【解析】设直角三角形两锐角分别为 $\angle 1$ 、 $\angle 2$,则 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, $\angle 1 - \angle 2 = 20^\circ$,可得 $\angle 1 = 55^\circ$, $\angle 2 = 35^\circ$.

【点拨】本题考查了直角三角形两锐角互余的性质.

13. 8 【解析】直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半, $\therefore AB = 2CD = 2 \times 4 = 8$ (cm).

14. 2 【解析】由题意知 $\angle A + \angle B = 90^\circ$, $\angle B = \frac{1}{2} \angle A$,

$\therefore \angle A + \frac{1}{2} \angle A = 90^\circ$, $\therefore \angle A = 60^\circ$,则 $\angle B = 30^\circ$,

$\therefore AB = 2AC$ (在直角三角形中,如果一个锐角等于 30° ,那么它所对的直角边等于斜边的一半).

15. 2 【解析】连结 BD . $\because AB = BC$, $\angle ABC = 120^\circ$, $\therefore \angle A = \angle C = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle ABC) = 30^\circ$. $\therefore AB$ 的垂直平分线是

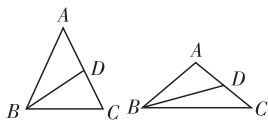
$DE, \therefore AD = BD, \angle ABD = \angle BAD = 30^\circ, \therefore \angle DBC = 90^\circ.$

$\therefore BD = \frac{1}{2}DC, AD = \frac{1}{2}DC. \because AC = 6 \text{ cm}, \therefore AD = \frac{1}{3}AC =$

2 cm.

16. $\sqrt{5}$ 或 $\sqrt{13}$

17. 证明: $\because AD$ 平分 $\angle BAC, \therefore \angle BAD = \angle CAD. \because AB = AC, AD = AD, \therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SAS). $\therefore DB = DC.$
 $\therefore \triangle DBC$ 是等腰三角形.



① ②
第 17 题图

18. 【解析】(1) 由已知 $DE = DC$, 可得 $AD + DE = AD + DC = AC$. 又由等腰三角形的判定定理, 可知 $BC = AC$, 进而结论可证; (2) 结合线段中点的定义证明即可.

证明: (1) 因为 $DE = DC$,

所以 $AD + DE = AD + DC = AC$.

因为在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \angle ABC$, 所以 $BC = AC$,

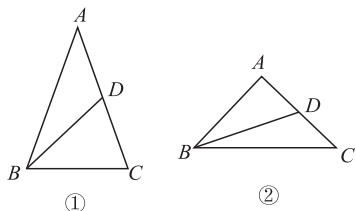
所以 $BC = AD + DE$.

(2) 因为 D 是 AC 的中点, 所以 $AD = DC$, 所以 $AD =$

$DC = \frac{1}{2}AC$. 又因为 $BC = AC$, 所以 $AD = \frac{1}{2}BC$.

【点拨】证明三角形中线段之间的和、差关系时, 一般通过等腰三角形的判定定理, 将三角形内角的相等关系转化为它们所对的边之间的等量关系.

19. 【解析】如图①、图②, 有锐角等腰三角形和钝角等腰三角形两种情况: 即一种是 $AB + AD = 12 \text{ cm}$, 另一种是 $BC + CD = 12 \text{ cm}$.



① ②
第 19 题图

解: (1) 如图①, 当是锐角三角形时,

设腰长为 $x \text{ cm}$, 得 $x + \frac{x}{2} = 12$, 解得 $x = 8 (\text{cm})$,

所以 $AB = 8 \text{ cm}, BC = 5 \text{ cm}$.

(2) 如图②, 当是钝角三角形时,

设腰长为 $y \text{ cm}$, $y + \frac{y}{2} = 9$,

解得 $y = 6 (\text{cm})$, 所以 $AB = 6 \text{ cm}, BC = 9 \text{ cm}$.

答: 腰长和底边的长分别为 8 cm 和 5 cm 或 6 cm 和 9 cm .

20. 【解析】本题考查三角形全等的判定及等腰三角形的判定(等角对等边)和三线合一性质, 难度中等. 第(2)问在第(1)问基础上考查了勾股定理和线段垂直平分线定理的逆定理的应用.

解: (1) $\because AD \perp BC, \angle BAD = 45^\circ$,

$\therefore \angle ABD = \angle BAD = 45^\circ. \therefore AD = BD$.

$\therefore AD \perp BC, BE \perp AC$.

$\therefore \angle CAD + \angle ACD = 90^\circ, \angle CBE + \angle ACD = 90^\circ.$

$\therefore \angle CAD = \angle CBE$.

又 $\because \angle CDA = \angle BDF = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BDF. \therefore AC = BF$.

$\because AB = BC, BE \perp AC, \therefore AE = EC$, 即 $AC = 2AE$.

$\therefore BF = 2AE$.

(2) $\because \triangle ADC \cong \triangle BDF, \therefore DF = CD = \sqrt{2}$.

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中, $CF = \sqrt{DF^2 + CD^2} = 2$.

$\because BE \perp AC, AE = EC. \therefore AF = FC = 2$.

$\therefore AD = AF + DF = 2 + \sqrt{2}$.

第 3 章 一元一次不等式

3.1 认识不等式

课堂作业

1. C 2. D

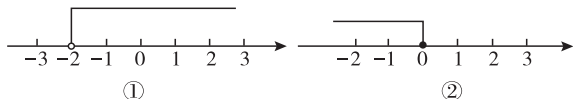
3. D 【解析】当天气温介于最高气温与最低气温之间, 包括最高气温和最低气温.

4. (1) $>$ (2) $<$ (3) $<$ (4) $\geq$

5. ①②④⑥ 【解析】③无不等号, 是代数式; ⑤用“=”连结, 是方程; 根据不等式定义可知, ①②④⑥是不等式. 分清代数式、等式、方程、不等式的定义, 是进行准确判断的关键.

6. (1) $x - (-3) > 0$ (2) $3a \geq \frac{1}{3}b$ 【解析】不小于就是大于等于.

7. 解: (1) 如图①所示; (2) 如图②所示.



第 7 题图

8. 【解析】 x 张广告单的印刷费为 $0.3x$ 元, 该公司印刷广告支出的总费用还应包含制版费 50 元, 即总费用为 $50 + 0.3x$. 另外, 此题中“至多”的含义为“不超过”, 即“ $\leq$ ”.

解: 由题意得 $50 + 0.3x \leq 1200$.

【点拨】抓住关键词, 结合题意, 准确列出不等式.

课后作业

1. C 2. C 3. A

4. D 【解析】由图中的跷跷板可以得出不等关系: $S > P, P > R, P + R > Q + S$, 则 $R > Q$, 故 $S > P > R > Q$.

5. (1) $>$ (2) $\leq$ (3) $\geq$ 【解析】(1) 两个负数比较大小时, 绝对值大的数反而小; (2) 注意 a 可以等于 0 ; (3) 一个数的平方是非负数.

6. $3 < x < 11$ 【解析】利用三边关系, 两边之和大于第三边, 两边之差小于第三边, 那么第三边的长度大于 $7 - 4$, 小于 $7 + 4$.

7. $<$ 【解析】因为 $a \triangle b = a \cdot b - a - b + 1$, 所以 $(-3) \triangle 4 = (-3) \times 4 - (-3) - 4 + 1 = -12, 4 \triangle (-2) = 4 \times (-2) - 4 - (-2) + 1 = -9$. 所以 $(-3) \triangle 4 < 4 \triangle (-2)$.

8. (1) 4 (2) $2 < x \leq 4$ 【解析】(1) 当 $x = 5$ 时, 第一次运算 $3 \times 5 - 2 = 13$; 第二次运算 $12 \times 3 - 2 = 37$; 第三次运算

$37 \times 3 - 2 = 109$; 第四次运算 $109 \times 3 - 2 > 244$. 故运算进行了 4 次. (2) 由 (1) 知运算一次为 $3x - 2$, 第二次为 $3(3x - 2) - 2 = 9x - 8$, 第三次为 $3(9x - 8) - 2 = 27x - 26$, 第四次为 $3(27x - 26) - 2 = 81x - 80$, 第五次为 $3(81x - 80) - 2 = 243x - 242$.

因为运算了五次, 故有 $81x - 80 \leq 244$ 且 $243x - 242 > 244$.

所以 $x \leq 4$ 且 $x > 2$ 故 x 的取值范围为 $2 < x \leq 4$.

9. 解: (1) $6(a - b) > 0$; (2) $x^2 + y \geq 12$; (3) $m - n \leq 0$.

10. 解: (1) $\frac{1}{2}x < -1$; (2) $y + 4 > 0.5$;

(3) $a < 0$; 【解析】负数小于 0.

(4) $b \geq 0$; 【解析】非负数大于等于 0.

(5) $x - 3 \leq -5$. 【解析】不大于就是小于等于.

11. 能, $b - a < b < -a < a < -b < a - b$.

3.2 不等式的基本性质

课堂作业

1. B

2. A 【解析】根据不等式的基本性质判断, 要注意不等号的方向.

3. A 【解析】根据不等式的基本性质: B 项错误, 应该为 $c - a < c - b$; C 项错误, 应该为 $ac < bc$; D 项错误, 应该 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.

4. (1) $<$ (2) $<$ (3) $>$ (4) $<$

5. (1) $0 < \sqrt{13} - \sqrt{10}$ (2) $x > \frac{5}{7}$ (3) $9a \leq 8b$

6. 解: (1) 因为 $x + 4 > 7$, 所以 $x + 4 - 4 > 7 - 4$, 即 $x > 3$.

(2) 因为 $5x < 1 + 4x$, 所以 $5x - 4x < 1 + 4x - 4x$, 即 $x < 1$.

(3) 因为 $-\frac{4}{5}x > -1$, 所以 $-\frac{4}{5}x \times \left(-\frac{5}{4}\right) < -1 \times \left(-\frac{5}{4}\right)$, 即 $x < \frac{5}{4}$.

(4) 因为 $2x + 5 < 4x - 2$, 所以 $2x + 5 - 2x + 2 < 4x - 2 - 2x + 2$, 即 $7 < 2x$, 所以 $7 \times \frac{1}{2} < 2x \times \frac{1}{2}$, 所以 $\frac{7}{2} < x$, 即 $x > \frac{7}{2}$.

课后作业

1. A 【解析】 $a < b$ 两边同时减去 1, 不等式仍然成立.

2. B 3. D

4. A 【解析】本题考查一元一次不等式的解法及用数轴表示不等式的解集, 难度较小. 由 $1 + x < 0$, 可得 $x < -1$, 故应选 A.

5. D 【解析】如果 $m = 0$, 那么 ③, ④, ⑤ 不成立; 如果 $x = -5, y = 2$, 那么 ⑥ 不成立.

6. D

7. $b < 0$ 【解析】不等式 $a > b$ 两边同时乘以 b , 如果要改变不等号的方向, b 必须小于 0.

8. $m < 5$ 【解析】由 $x < 1$, 可知原不等式 $(m - 5)x > m - 5$ 的两边同除以 $m - 5$ 时, 不等号方向改变, 因此, 根据不等式的基本性质 3, 可知 $m - 5 < 0$, 即 $m < 5$.

9. $x^2 < x < \frac{1}{x}$ 【解析】采用特殊值法, 如 x 可以取 $\frac{1}{2}$.

10. $2a + 1$

11. 【解析】由题意可知, 家具为 A 级产品, 所以 $0 \leq \frac{y}{n} < \frac{10}{0.1}$, 然后利用不等式的基本性质 3 求解.

解: $0 \leq y < 100n$.

3.3 一元一次不等式

课时 1

课堂作业

1. C 2. B

3. A 【解析】③⑤ 含有两个未知数, ⑥ 中的 $\frac{x+1}{x}$ 不是整式, ⑦ 中未知数的最高次数是二次, 所以 ③⑤⑥⑦ 不是一元一次不等式.

4. $x > \frac{2}{3}$ 【解析】移项, 得 $3x > 2$, 再在两边同时除以 3.

5. $x > 3$ 【解析】移项, 得 $-2x < -6$, 再在两边同时除以 -2 .

6. $x \geq 1$ 【解析】移项, 得 $3x \geq 3$, 再在两边同时除以 3.

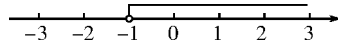
7. 【解析】本题考查考生在阅读理解能力, 难度较小. 解决问题的关键在于理解新定义的计算方法, 再根据新定义代入数据进行计算即可.

解: (1) $(-2) \oplus 3 = -2 \times (-2 - 3) + 1$
 $= -2 \times (-5) + 1$
 $= 10 + 1$
 $= 11$.

(2) $\because 3 \oplus x < 13, \therefore 3(3 - x) + 1 < 13$.

$9 - 3x + 1 < 13. -3x < 3. x > -1$.

数轴表示如图所示.



第 7 题图

课后作业

1. B 【解析】A 中未知数的最高次数是 2, C 中含有分式, D 含有两个不同的未知数, 只有 B 符合一元一次不等式的定义.

2. B

3. C 【解析】不等号方向改变, 说明 $a + 1 < 0$, 即 $a < -1$.

4. A 【解析】本题考查不等式的解法及在数轴上表示不等式解集, 难度中等. 依据不等式的性质解不等式, 然后在数轴上表示不等式的解集. 在数轴上表示解集, 包括原数在数轴上表示时用实心圆点来表示, 不包括原数时用空心圆圈来表示, 在数轴上按大大取大、小小取小、大小小大中间找、大大小小为空集的原则确定不等式组的解集. 解不等式得 $x > 2$, 在数轴上表示为 A, 故选 A.

5. C 【解析】不等式 $17 - 3x > 2$ 的解为 $x < 5$, 小于 5 的正整数有 4 个, 分别为 1, 2, 3, 4.

6. C

7. $x > 1$ 【解析】移项, 得 $3x > 3$, 再在两边同时除以 3.

8. 4

9. 1, 3, 5 或 3, 5, 7 【解析】设最小的正奇数为 x , 那么可以得到不等式 $x + x + 2 + x + 4 < 16$, 解得 $x < \frac{10}{3}$, x 为正奇数, 所以 x 可以为 1 或 3.

10. $x < 1$ 【解析】 $|x - 1| = 1 - x$, 所以 $x - 1 \leq 0$, 又因为 $x - 1$ 不能等于 0, 所以 $x < 1$.

11. 解: 移项, 得 $x \geq 3$.

12. 【解析】解答此题时, 应抓住一元一次不等式的特点:

- (1)只含有一个未知数;(2)未知数的最高次数是1;
(3)系数不为0;(4)左边和右边都是整式.

解: $\because 5x^{2m+3} + \frac{1}{2} > 1$ 是关于 x 的一元一次不等式,

$$\therefore 2m+3=1, 2m=-2. \therefore m=-1.$$

课时2

课堂作业

1. C 【解析】不等式 $8-2x>0$ 的解集是 $x<4$.
2. B 【解析】由题意得 $\frac{2m}{5}-1\geq 3$, 移项, 得 $\frac{2m}{5}\geq 4$, 两边同时乘 $\frac{5}{2}$, 得 $m\geq 10$.
3. C 【解析】由题意得 $\frac{3(2-x)}{5}<0$, 即 $2-x<0$, 解得 $x>2$.
4. $t\leq 19$ 【解析】由题意得 $\frac{t+1}{5}-\frac{t-1}{2}\geq -5$, 两边同时乘 10, 得 $2t+2-5t+5\geq -50$, 整理, 得 $-3t\geq -57$, 解得 $t\leq 19$.
5. 4 【解析】本题考查一元一次不等式的解集, 难度较小. 本题很容易解得 $x>9-2m$, 由题意知 $9-2m=1$, 所以 $m=4$.
6. 解: 不等式两边同时乘 2, 得 $x-3\geq 2(x-2)$, 去括号, 得 $x-3\geq 2x-4$, 移项, 得 $x-2x\geq -4+3$, 解得 $x\leq 1$.
7. 解: (1) $x<-6$; (2) $x<14$; 数轴表示略.

课后作业

1. C 【解析】把 $x=-\frac{1}{2}$ 代入不等式 $x^2+kx-1<0$, 得 $\frac{1}{4}-\frac{1}{2}k-1<0$, 解得 $k>-\frac{3}{2}$.
2. B 【解析】不等式 $\frac{x}{4}-2<1-\frac{x}{2}$ 的解为 $x<4$, 不等式 $6x-1\geq 3x-3$ 的解为 $x\geq -\frac{2}{3}$, 同时满足两个不等式的整数 x 是 0, 1, 2, 3.
3. B
4. B 【解析】 $\begin{cases} x=m+5, \\ y=-m-7, \end{cases}$
 $\therefore x>y$,
 $\therefore m+5>-m-7$.
 $\therefore m>-6$.
5. $x<4$ 【解析】移项得 $2x<8$, $\therefore x<4$.
6. $m<2$ 且 $m\neq 0$ 【解析】方程的解为 $x=m-2$, 由题意得 $m-2<0$, 即 $m<2$. 又因为分母 $x+2\neq 0$, 解得 $x\neq -2$, 所以 $m-2\neq -2$, 即 $m\neq 0$. 综上 m 的取值范围是 $m<2$ 且 $m\neq 0$.
7. -6 8. $x<\frac{1}{9}$
9. 【解析】解此不等式包括去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 这些步骤.
解: 去括号, 得 $3-2x+2<1$,
移项, 得 $-2x<1-3-2$,
合并同类项, 得 $-2x<-4$,
系数化为 1, 得 $x>2$.
10. 【解析】根据不等式的基本性质 2, 解不等式时可以“移项”, 即把不等式一边的某项变号后移到另一边, 而不等号的方向不变, 系数化为 1 是根据不等式的性质 3,

要先确定系数是正数还是负数再进行运算.

解: (1) 去分母, 得 $14x-7(3x-8)+14\geq 4(10-x)$,
去括号, 得 $14x-21x+56+14\geq 40-4x$,
移项、合并同类项, 得 $-3x\geq -30$,
系数化为 1, 得 $x\leq 10$.
(2) 去分母, 得 $6x-4(5x+7)\geq 12-3(3x-5)$,
去括号, 得 $6x-20x-28\geq 12-9x+15$,
移项、合并同类项, 得 $-5x\geq 55$,
系数化为 1, 得 $x\leq -11$.

11. 【解析】本例含有分母且分母都为小数, 若按一般方法去分母, 计算量较大, 这时可以根据分数的基本性质, 将不等式两边的每个分母化为整数, 分子、分母同乘的这个数, 要根据分母中所含小数来确定, 原则上既要使分母化为整数, 又要使所乘的数尽可能的小.

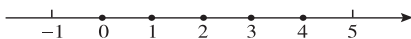
解: 原不等式变形, 得 $\frac{15x-35}{2}-2(x-0.5)-5x\geq 10$,
去分母得 $15x-35-4(x-0.5)-10x\geq 20$,
去括号、移项、合并同类项, 得 $x\geq 53$.

12. 【解析】先求出不等式的解集, 再在解集中求出符合条件的非负整数解.

解: 去括号, 得 $10-4x+12\geq 2x-2$. 移项, 得 $10+12+2\geq 2x+4x$.

合并同类项, 得 $6x\leq 24$. 系数化为 1, 得 $x\leq 4$.

解集 $x\leq 4$ 的非负整数解为 0, 1, 2, 3, 4, 如图所示.



第 12 题图

课时3

课堂作业

1. D 【解析】本题的不等关系为: 已存有 50 元 + x 个月节省的费用 ≥ 280 .
2. C 【解析】设有 x 户, 由题意得 $10\,000+500x<1\,000x$, 解得 $x>20$, 最小整数解为 $x=21$.
3. B
4. 4 【解析】设商家把售价定为每千克 x 元, 购进的苹果质量为 m kg, 则有 $(1-5\%)mx\geq 3.8m$, 解得 $x\geq 4$.
5. 8 【解析】他们选购的 3 只环保购物袋最少 2 只 8kg 环保袋, 1 只 5kg 环保袋, 故花费 $2\times 3+2=8$ (元).
6. 解: 设小明买 x 支钢笔, 则买圆珠笔 $(30-x)$ 支, 由题意, 得 $5x+2(30-x)\leq 100$, 解得 $x\leq \frac{40}{3}$, 故 x 取最大整数解为 13.
答: 小明最多能买 13 支钢笔.
7. 解: 设以后几天每天要读 x 页, 由题得 $2\times 4+8x\geq 72$, 解得 $x\geq 8$, 所以以后几天每天至少要读 8 页.
答: 以后每天至少要读 8 页.

课后作业

1. B 2. C
3. 7 【解析】设打 x 折, 有 $\frac{750\times\frac{x}{10}-500}{500}\times 100\%\geq 5\%$, 解得 $x\geq 7$.
4. 24 【解析】小明获得优秀, 所以得分大于或等于 90 分, 设他答对了 x 道题, 由题意得 $4x-(30-x)\geq 90$, 解得 $x\geq 24$.

5.10 【解析】当购买不超过5件时,最多花费15元,因为 $27 > 15$,所以设可以购买 $x(x > 5)$ 件该商品,由题意得 $3 \times 5 + 3 \times 80\% (x - 5) \leq 27$,解得 $x \leq 10$,故 $5 < x \leq 10$.

6. 【解析】这一题目包含的不等关系是:导火线燃烧的时间应大于人转移到安全区域所需的时间,因此需列不等式来解决.

解:设导火线的长度应为 x cm,根据题意得 $\frac{x}{0.02 \times 100} > \frac{10}{4}$,解这个不等式,得 $x > 5$.

答:导火线的长度应长于5 cm.

7. 【解析】这1 000股股票的获利等于卖出1 000股股票的总钱数减去这1 000股股票的总成本,再减去买、卖这两次交易的交易费用,由问题中的“不低于”可列出不等式解答.

解:设至少涨到每股 x 元时才能卖出,根据题意,得 $1\,000x - 5 \times 1\,000 - (5 \times 1\,000 + 1\,000x) \times 0.5\% \geq 1\,000$,

解这个不等式,得 $x \geq \frac{1\,205}{199}$,即 $x \geq 6.06$.

答:至少涨到每股6.06元时才能卖出.

8. 【解析】本题是对列一元一次方程和列一元一次不等式解决实际问题的综合考查,关键是分析题意,找相等关系列方程和找不等关系列不等式,根据等量关系“第一次售价 $\times (1 - 10\%) =$ 进价 $+ 18$ ”可列方程,利用“不低于”的含义列不等式,第一次出售所获利润 $+ 降价后所获利润 + 余下商品所获利润 \geq$ 进价 $\times 25\%$.

解:(1)设该商品的进价为 x 元,第一次售价为 $(x + 30)$ 元.依题意,得

$$(1 - 10\%)(x + 30) = x + 18,$$

解得 $x = 90$,

$$x + 30 = 90 + 30 = 120,$$

答:该商品的进价为90元,第一次售价为120元.

(2)设剩余商品的售价应不低于 y 元,依题意,得 $30 \times 65\% m + 18 \times 25\% m + (y - 90)(1 - 65\% - 25\%) m \geq 90m \times 25\%$,

解得 $y \geq 75$,

答:剩余商品的售价应不低于75元.

9. 【解析】设问应符合题意,并能使已知条件得到应用,在实际问题中,不等式解的取值应使实际问题有意义.

解:答案不唯一,如问“若要使车间每天获利不低于1 800元,至少要派多少人加工乙种零件?”解:设派 x 人加工乙种零件.由题意,得 $5(20 - x) \times 16 + 4x \times 24 \geq 1\,800$,解得 $x \geq 12.5$.因为 x 只能取非负整数,所以 x 的最小值为13,所以至少要派13人加工乙种零件.

10. 【解析】本题是一道方案设计题.解这类题目首先要通过审题设出未知数,列出不等式(组)并解出不等式(组),然后通过所设未知数的实际意义,找出方案,进而解决选择最优方案问题.

解:(1)设轿车要购买 x 辆,那么面包车要购买 $(10 - x)$ 辆.由题意得 $7x + 4(10 - x) \leq 55$,解得 $x \leq 5$.又 $x \geq 3$,则 $x = 3, 4, 5$.

$\therefore$ 购车方案有3种:

方案一:轿车3辆,面包车7辆.

方案二:车辆4辆,面包车6辆.

方案三:轿车5辆,面包车5辆.

(2)方案一的日租金为: $3 \times 200 + 7 \times 110 = 1\,370$ (元).

方案二的日租金为: $4 \times 200 + 6 \times 110 = 1\,460$ (元).

方案三:的日租金为: $5 \times 200 + 5 \times 110 = 1\,550$ (元).

$\therefore$ 为保证日租金不低于1 500元,应选择方案三.

11. 解:(1)设A种户型住房建 x 套,则B种户型住房建 $(80 - x)$ 套.

由题意知 $2\,090 \leq 25x + 28(80 - x) \leq 2\,096$,

解得 $48 \leq x \leq 50$.

$\because x$ 取非负整数, $\therefore x$ 为48,49,50.

$\therefore$ 有三种建房方案:

A型48套,B型32套;A型49套,B型31套;A型50套,B型30套.

(2)设该公司建房获得利润 W 万元.

由题意知 $W = (30 - 25)x + (34 - 28)(80 - x) = 480 - x$.

$\therefore$ 当 $x = 48$ 时, $W_{\text{最大}} = 432$ (万元).

(3)由题意知 $W = (30 - 25 + a)x + (34 - 28)(80 - x) = 480 + (a - 1)x$.

$\therefore$ 当 $0 < a < 1$ 时, $x = 48, W$ 最大.

即A型住房建48套,B型住房建32套.

当 $a = 1$ 时, $a - 1 = 0$,三种建房方案获得利润相等.

当 $a > 1$ 时, $x = 50, W$ 最大.

即A型住房建50套,B型住房建30套,可获得最大利润.

3.4 一元一次不等式组

课时1

课堂作业

1. D 【解析】A,C中含有两个未知数,B中 $x^2 + x > 2$ 不是一元一次不等式,故A,B,C均不是一元一次不等式组.

2. C 【解析】根据“大小小大中间找”,知答案为C.

3. B 4. $a > -2$

5. $x > 3$ 【解析】解每一个不等式,得 $x > 3, x > -2$,根据大大取大可知 $x > 3$.

6. $x > 1$ 【解析】本题考查不等式组的解法,难度较小.根据解不等式组的一般步骤,解不等式 $x - 1 > 0$ 得 $x > 1$,解不等式 $2x + 3 > x$ 得 $x > -3$,所以不等式组的解集为 $x > 1$.

7. 解:(1)解每一个不等式,得 $x < 2, x < -1$,根据“小小取小”可知 $x < -1$;

(2)解每一个不等式,得 $x < 2, x \geq -1$,根据“大小小大中间找”可知 $-1 \leq x < 2$.

课后作业

1. D 【解析】选项A中,第二个不等式不是一元一次不等式;B,C选项中含有两个未知数;只有D选项符合一元一次不等式组的定义.

2. B 【解析】解每一个不等式,得 $x > -1, x < 2$,根据“大小小大中间找”,答案为B.

3. B 【解析】解不等式 $2x + 2 > 0$,得 $x > -1$;解不等式 $x + 1 < 3$,得 $x < 2$,所以不等式组的解集是 $-1 < x < 2$.所以正确答案应为B.

4. D 【解析】如果 $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$,那么D满足.

5. A 【解析】解不等式组,得 $-\frac{3}{2} < x \leq 3$.

6. A 【解析】解每一个不等式,得 $x \geq -a, x < 1$,结合数轴分析,可知 $-a < 1$,尤其要注意 $-a \neq 1$.

7. $x \leq 1$

8. -3 【解析】因为 $m + 2 > m - 1$,又因为“同大取大”,所以不等式组的解集为 $x > m + 2$,即 $m + 2 = -1$.

9. 1 【解析】解每一个不等式,得 $x \geq 4 - 2a, x < \frac{3 + b}{2}$,根据

不等式组的解可知 $4 - 2a = 0$, $\frac{3+b}{2} = 1$, 解得 $a = 2$, $b = -1$.

10.1 1 【解析】不等式组 $\begin{cases} x+2>a, \\ x-1<b \end{cases}$ 可变形为 $\begin{cases} x>a-2, \\ x<b+1. \end{cases}$ 又已知其解为 $-1 < x < 2$, 根据“大小小大中间找”的规律可得, $a-2 = -1$, $b+1 = 2$, 即 $a = 1$, $b = 1$.

11. 解: 由①, 得 $2x + 10 \geq 6$, $2x \geq -4$, $x \geq -2$, 由②, 得 $-4x > -2$, $x < \frac{1}{2}$, 综合①、②得这个不等式组的解集为 $-2 \leq x < \frac{1}{2}$.

12. 【解析】解一元一次不等式时, 当两边同乘(或除以)同一个负数时, 不等号的方向一定要改变.

解: 由①得 $5x - 9 < 3x - 3$, $2x < 6$, $\therefore x < 3$, 由②得 $-\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x \leq -1 - 1$, $-2x \leq -2$, $\therefore x \geq 1$.

$\therefore$ 不等式组的解集为 $1 \leq x < 3$.

数轴图略.

课时2

课堂作业

1. B 2. C 3. C 4. C

5. 解: 设会下围棋的有 x 人, 则会下象棋的有 $(2x - 3)$ 人,

$$\begin{cases} x + 2x - 3 - 48 \leq 9, \\ x + 2x - 3 - 48 \geq 5. \end{cases}$$

解得 $18 \frac{2}{3} \leq x \leq 20$,

答: 会下围棋的有 19 或 20 人.

6. 解: 设宾馆底层有客房 x 间, 则二楼有客房 $(x + 5)$ 间,

则
$$\begin{cases} \frac{48}{5} < x < \frac{48}{4}, \\ \frac{48}{4} < x + 5 < \frac{48}{3}. \end{cases}$$

解得 $\frac{48}{5} < x < 11$, 则 $x = 10$.

答: 该宾馆底层有 10 间客房.

7. 解: (1) $m = 3x + 8$; (2) 由 $\begin{cases} 3x + 8 - 5(x - 1) > 0, \\ 3x + 8 - 5(x - 1) < 3, \end{cases}$
 解得 $5 < x < 6.5$, 所以学生应为 6 人, $m = 3 \times 6 + 8 = 26$,
 故课外读物有 26 本.

答: 学生有 6 人, 课外读物有 26 本.

课后作业

1. A 【解析】本题考查不等式组的解法, 难度较小. 解不等式 $x + 2 \geq 0$ 得 $x \geq -2$, 解不等式 $x - 1 \leq 0$ 得 $x \leq 1$. 所以

以不等式组 $\begin{cases} x+2 \geq 0, \\ x-1 \leq 0 \end{cases}$ 的解集是 $-2 \leq x \leq 1$, 故选 A.

2. A 3. C 4. C

5.8 【解析】设购买签字笔 x 支, 由题意得 $26 < 2x + 1.5(15 - x) < 27$, 解得 $7 < x < 9$, 因为 x 为正整数, 所以 $x = 8$.

6. 4 cm 或 6 cm 或 8 cm 或 10 cm

7. $m < n$ 8. $a \geq 2$

9. 解: (1) 这批牛奶共有 $(5x + 38)$ 盒.

(2) 根据题意得 $\begin{cases} 5x + 38 - 6(x - 1) < 5, \\ 5x + 38 - 6(x - 1) \geq 1, \end{cases}$ 化简, 得

$\begin{cases} 44 - x < 5, \\ 44 - x \geq 1. \end{cases}$ 解这个不等式组, 得 $39 < x \leq 43$. 因为 x 是正

整数, 所以 $x = 40, 41, 42, 43$.

答: 该敬老院至少有 40 名老人, 最多有 43 名老人.

10. 【解析】通过题意找出两个不等关系, 通过这两个不等关系列出不等式组.

解: (1) $18 \times 2 - 6 = 30$ (元),

所以一个书包的价格是 30 元.

(2) 设剩余经费还能为 x 名学生每人购买一个书包和一件文化衫, 根据题意, 得
$$\begin{cases} (18 + 30)x \geq 1800 - 400, \\ (18 + 30)x \leq 1800 - 350, \end{cases}$$

解之得
$$\begin{cases} x \geq 29 \frac{1}{6}, \\ x \leq 30 \frac{5}{24}; \end{cases}$$

所以不等式组的解集为 $29 \frac{1}{6} \leq x \leq 30 \frac{5}{24}$,

$\therefore x$ 为正整数,

$\therefore x = 30$,

答: 剩余经费还能为 30 名学生每人购买一个书包和一件文化衫.

11. 【解析】通过阅读总结出结论, 再应用到要求的问题中.

解: 由有理数的除法法则“两数相除, 异号得负”, 有

(1) $\begin{cases} 5x + 1 > 0, \\ 2x - 3 < 0, \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 5x + 1 < 0, \\ 2x - 3 > 0, \end{cases}$

解不等式组(1), 得 $-\frac{1}{5} < x < \frac{3}{2}$, 解不等式组(2), 得无解,

故分式不等式 $\frac{5x+1}{2x-3} < 0$ 的解集为 $-\frac{1}{5} < x < \frac{3}{2}$.

12. 解: 设购买 x 张餐椅, 甲费用为 $50x + 1800$ 元, 乙费用为 $2040 + 42.5x$ 元.

① $x > 32$ 时选乙; ② 当 $x = 32$ 时都可以;

③ 当 $x < 32$ 时选甲.

单元评估检测

1. C 【解析】不等式 $2x \geq x + 2$ 两边同时减去 x , 得 $x \geq 2$.

2. D 【解析】解不等式, 得 $x \geq 2$, 故选 D. 或者由于不等式有等号, 应画实心点, 所以 A, B 选项排除; 当 $x = 0$ 时代入可知不等式不成立, 因此选项 C 排除, 故选 D.

3. C

4. A 【解析】运用数形结合思想, -1 对应的点空心, 2 对应的点实心.

5. C 【解析】解每一个不等式, 得 $x > 1$, $x \leq 2$, 所以答案为 C.

6. A 【解析】解每一个不等式, 得 $x > -2$, $x > 6$, 根据“大大取大”, 所以不等式组的解为 $x > 6$.

7. B 【解析】观察题图可知, 两个一元一次不等式的解分别为 $x < 2$, $x < 4$, 根据“同小取小”, 可知该一元一次不等式组的解为 $x < 2$.

8. B 【解析】由数轴知不等式组的解集是 $-1 < x < 3$, 所以只有 B 符合题意.

9. $x \leq -1$

10. 1(或 2 或 3) 【解析】本题答案不唯一. 解不等式 $2x - 1 < 6$, 得 $x < \frac{7}{2}$, 其正整数解有 1, 2, 3.

11. $m \leq 2$

12. $-3 < a \leq -2$ 【解析】原不等式组的解集为 $a \leq x < 2$, 其四个整数解必定为 1, 0, -1 , -2 . 故 $-3 < a \leq -2$. 解答此类题基本思路是: 先确定不等式(组)的解集, 然后确定不等式(组)的整数解, 在此基础上利用数形结合的方法确定关于待定字母的不等式, 最后求这个不等式的解集.

第4章 图形与坐标

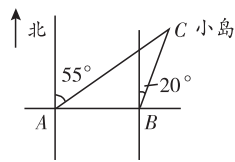
4.1 探索确定位置的方法

课堂作业

1. A 【解析】一个数字只能表示数轴上的点.
2. A 3. A
4. 行列定位法 方位角加距离定位法 2
5. 经度 纬度 方位角加距离定位
6. 在教室第5排第1行
7. 解:(1)西北方向.(2)728 m.(3)略.

课后作业

1. B 2. D 3. B 4. A
5. 有序数对法,方位法,经纬法等
6. 南偏西 30° 方向 1 200 m
7. $(-3, 1)$ 8. $\frac{1}{72}$
9. 解:盘王殿位于第2列第1行,可记作(2,1);千家峒位于第1列第2行,可记作(1,2);九疑山位于第4列第2行,可记作(4,2);柳子庙位于第2,3两列的中间和第5行,可记作(2.5,5).
10. 【解析】把座位看成平面上的点,排和号交叉后表示一个点,平面上每一个点都对应着一个有序数对,把排写在前面,号写在后面.这样的有序数对都对应着唯一的点.
解:(1)略. (2)(3,5) (5,3) (3)3排7号 7排3号
11. 解:(1)学校和公园.
(2)商场在小明家北偏西 30° 方向 2.5 cm 处,学校在小明家北偏东 45° 方向 2 cm 处,公园在小明家南偏东 60° 方向 2 cm 处,停车场在小明家南偏东 60° 方向 4 cm 处.
(3)商场距离小明家 500 m,停车场距离小明家 800 m.
12. 解:如图, $\angle CAB = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$,
 $\angle ABC = 90^\circ + 20^\circ = 110^\circ$.
所以 $\angle C = 180^\circ - \angle CAB - \angle ABC = 35^\circ = \angle CAB$.
所以 $BC = AB$.
又 $AB = 20 \times 2 = 40$ (km),
所以 $BC = 40$ km.



第12题图

4.2 平面直角坐标系

课时1

课堂作业

1. C 2. A 3. C 4. 3 4 5. $(-3, 0)$ 6. (9,81)
7. 解:A点的坐标是(1,3);B点的坐标是(3,1);C点的坐标是(-2,3);D点的坐标是(-3,-2);E点的坐标是(0,-4).
- 【点拨】根据点的坐标定义,写出点的坐标.

课后作业

1. B 【解析】A图中两条坐标轴不是互相垂直的;C图中的横轴正方向表示不符合要求;D图中没有标出x轴、y轴.
2. B 【解析】 $\because -3 < 0, 2 > 0, \therefore P(-3, 2)$ 在第二象限.

13. 1 【解析】解不等式得 $x \leq -2$, 把 $x = -2$ 代入 $|x+1|$ 中得 1.

14. -6 【解析】解不等式 $2(1-x) > 1-3(x+2)$, 得 $x > -7$.

15. $x > -\frac{1}{4}$ 【解析】由已知不等式得 $(2a-b)x < 4b-3a$. $\therefore$ 此不等式的解集为 $x > \frac{4}{9}$, $\therefore 2a-b < 0$, 即 $x > \frac{4b-3a}{2a-b}$, $\frac{4b-3a}{2a-b} = \frac{4}{9}$, 解得 $a = \frac{8}{7}b$. 代入 $2a-b < 0$ 可得 $b < 0$. 又将 $a = \frac{8}{7}b$ 代入 $(a-4b)x + 2a-3b > 0$, 得

$$\left(-\frac{20}{7}\right)x > \frac{5}{7}b. \text{ 而 } -\frac{20}{7}b > 0, \therefore x > \frac{\frac{5}{7}b}{-\frac{20}{7}b} = -\frac{1}{4}.$$

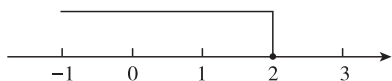
16. 3 或 -3 【解析】注意理解符号运算, 则 $\left|\frac{1}{d} \frac{b}{4}\right| = 4 - db$, $\therefore 1 < 4 - db < 3$. 即 $1 < 4 - db$, $\therefore db < 3$; $4 - db < 3$, $\therefore bd > 1$, 即 $1 < bd < 3$. 而 b, d 都是整数, $\therefore bd = 2$, 即 $b = 1, d = 2$ 或 $b = -1, d = -2$; $b = 2, d = 1$ 或 $b = -2, d = -1$. 故 $b+d = 3$ 或 -3 .

17. 【解析】先解不等式, 再把其解集在数轴上表示出来.

解: 去分母, 得 $3(x-1) \leq 1+x$,

整理, 得 $2x \leq 4$, $\therefore x \leq 2$.

它的解集在数轴上表示如图所示.



第17题图

$$18. \text{解: } \begin{cases} 3x > x-2, & \text{①} \\ \frac{x+1}{3} > 2x. & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①, 得 $x > -1$.

解不等式②, 得 $x < \frac{1}{5}$.

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 < x < \frac{1}{5}$.

19. 解: 设王女士在甲商场购物 x 元 ($x > 100$) 就比在乙商场购物优惠. 根据题意, 得 $100 + 0.8(x-100) < 50 + 0.9(x-50)$, 解这个不等式, 得 $x > 150$.

答: 她在甲商场购物超过 150 元就比在乙商场购物优惠.

20. 解: (1) 设购买乙种电冰箱 x 台, 则购买甲种电冰箱 $2x$ 台, 丙种电冰箱 $(80-3x)$ 台, 根据题意列不等式, 得 $1\ 200 \times 2x + 1\ 600x + (80-3x) \times 2\ 000 \leq 132\ 000$.

解这个不等式, 得 $x \geq 14$.

答: 至少购进乙种电冰箱 14 台.

(2) 根据题意, 得 $2x \leq 80-3x$.

解这个不等式, 得 $x \leq 16$.

由(1)知 $x \geq 14$.

$\therefore 14 \leq x \leq 16$.

又 $\because x$ 为正整数, $\therefore x = 14, 15, 16$.

所以, 有三种购买方案.

方案一: 甲种电冰箱为 28 台, 乙种电冰箱为 14 台, 丙种电冰箱为 38 台.

方案二: 甲种电冰箱为 30 台, 乙种电冰箱为 15 台, 丙种电冰箱为 35 台.

方案三: 甲种电冰箱为 32 台, 乙种电冰箱为 16 台, 丙种电冰箱为 32 台.

3. C 4. 3 4 5. (1,3) 6. (-2,5) 7. 三
 8. (1)(5,4) (2)(2,2) (3)(-2,-2) (4)(-4,3)
 9. 解:在一、三象限角平分线上的点的横纵坐标相等,在二、四象限角平分线上的点的横纵坐标互为相反数.
 10. 【解析】由B和C点的坐标可知,图中的1个单位长度等于小正方形的边长,根据有序实数对(a,b)的有序性,先在x轴上找到a,过这个点作x轴的垂线,再到y轴上找到b,作y轴的垂线,两垂线的交点就是数对(a,b)对应的点.
 解:(0,0)、(0,4)、(6,0)、(0,-4)、(2,-4)及(6,-2)对应的点分别是O,A,D,G,F,E.
 11. 解:(1)A(2,0) B(-3,0) C(1,-3).
 (2)通过画点的方法可判断D、E在△ABC外部,F在△ABC内部.
 (3) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 = \frac{15}{2}$.

课时2

课堂作业

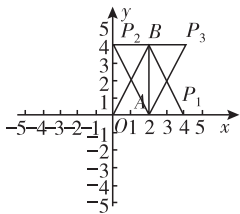
1. D 【解析】∵ $x=4>0$, $y=-3<0$, ∴ 点(4,-3)在第四象限.
 2. C 【解析】满足条件的点有两个.
 3. B 【解析】因为点P(a,a-2)在第四象限,所以

$$\begin{cases} a>0, \\ a-2<0, \end{cases}$$
 所以 $0<a<2$.
 4. 4 5. x轴 6. (-2,0)或(8,0)
 7. 解:(1)梯形. (2) $\frac{27}{2}$. (3) $9+\sqrt{10}+\sqrt{13}$.

课后作业

1. C 2. D 3. C
 4. A 【解析】设P点坐标为(x,y),则由题意得

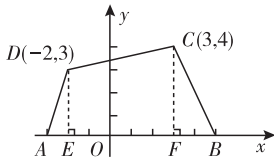
$$\begin{cases} x<0, \\ |x|=5, \end{cases}$$
 且 $\begin{cases} y>0, \\ |y|=4, \end{cases}$ 所以 $\begin{cases} x=-5, \\ y=4, \end{cases}$ 所以P点坐标为(-5,4).
 5. 1 6. (-4,-3)
 7. (4,0)(或(4,4)或(0,4)),只要写出一个即可
 【解析】如图.



第7题图

- ∵ $\triangle ABO \cong \triangle ABP$,
 ∴ ① $OA=AP_1$, 点 P_1 的坐标为(4,0).
 ② $OA=BP_2$, 点 P_2 的坐标为(0,4).
 ③ $OA=BP_3$, 点 P_3 的坐标为(4,4).
 8. 40 【解析】∵ 第一个正方形四条边上的整点有4个,第二个正方形四条边上的整点有8个,第三个正方形四条边上的整点有12个,∴ 第十个正方形四条边上的整点有40个.
 9. 解:A(2,2), B(-2,-1), C(3,-2)
 $S_{\triangle ABC} = 5 \times 4 - \frac{1}{2} \times 4 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 5 - \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 9.5$.
 10. 【解析】显然平面直角坐标系是以直线AB为x轴,射线

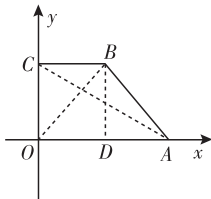
AB的方向为x轴正方向. 由于线段AB的长为8,可以考虑将AB八等分,找出坐标原点,从而就确定了直角坐标系的三个要素,即原点、正方向和单位长度,于是“宝藏”的地点就可以找出来了(如图所示). 四边形ABCD的面积可以通过分割分别求.



第10题图

解:宝藏的位置如图所示.
 过C作CF⊥x轴于F,过D作DE⊥x轴于E,则E,F的坐标分别为(-2,0)和(3,0)
 $S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle AED} + S_{\text{梯形}DEFC} + S_{\triangle BFC}$
 $= \frac{1}{2} \times 1 \times 3 + \frac{1}{2} \times (3+4) \times 5 + \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 23$.

11. 解:(1)如图,OC=8,∴ 点C的坐标为(0,8),作BD⊥OA于D,则BD=OC=8,又∵ BC=8,



第11题图

∴ 点B的坐标为(8,8),
 又∵ $\angle OAB=45^\circ$,
 ∴ $\triangle ABD$ 是等腰直角三角形,
 ∴ $AD=BD=8$,
 又∵ $OD=CB=8$,
 ∴ $AO=OD+DA=16$,
 ∴ 点A的坐标为(16,0).
 (2)连结AC,则△ABC的面积= $\frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$ (平方单位).

12. 解:(1)(1,1) 4
 (2)存在,点P的坐标为(2,0)或(-1,0).

4.3 坐标平面内图形的轴对称和平移

课时1

课堂作业

1. D 【解析】∵ P(2,-3)关于x轴对称的点是P₁,
 ∴ P₁的坐标为(2,3).
 ∵ P₁(2,3)关于y轴对称的点是P₂, ∴ P₂的坐标为(-2,3).
 2. D 【解析】∵ A(2,-2)关于x轴对称的点是B,
 ∴ B的坐标为(2,2), ∴ 点B关于原点的对称点是C,
 ∴ C的坐标为(-2,-2).
 3. C
 4. (2,1) 【解析】关于y轴对称的点的横坐标互为相反数,纵坐标不变.
 5. x y y

6. $(-1, -2)$ $(1, 2)$ $(-1, 0)$ $(0, -1.5)$

7. 解: (1) $A(0, -2), B(3, -1), C(2, 1)$

(2) $A'(0, -2), B'(-3, -1), C'(-2, 1)$. 画图略.

课后作业

1. C 【解析】关于 y 轴对称的两点横坐标互为相反数, 纵坐标相等.

2. C 【解析】由题意知 P, Q 两点的横坐标相同, 纵坐标互为相反数, 故两点关于 x 轴对称.

3. C 【解析】 A, B 两点的横、纵坐标均互为相反数, 故这两点关于原点中心对称, 点 A 在第一象限, 故点 B 在第三象限.

4. D 【解析】点 P 在第四象限, 则 P 的坐标为 $(3, -5)$, 关于 x 轴对称, 故选 D.

5. $-1 \quad 3$

6. $-3 \quad -2$

7. 1 【解析】 $\because$ 点 $M(x, y)$ 与点 $N(-2, -3)$ 关于 x 轴对称,

$$\therefore x = -2, y = 3, \therefore x + y = 1.$$

8. 5 -1 【解析】点 $P(a, 3)$ 与点 $Q(-5, a + 2b)$ 关于 y 轴对称,

$$\therefore a = -(-5), 3 = a + 2b.$$

$$\therefore a = 5, b = -1.$$

9. 解: (1) $A(-2, 2), B(-2, -2), C(2, -1), D(2, 1)$

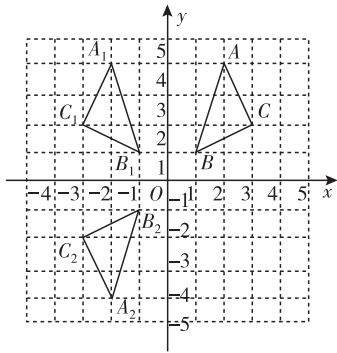
(2) 点 A 与点 B , 点 C 与点 D 的横坐标相同, 且都关于 x 轴对称.

10. 【解析】 $A(-2, 0), B(0, -2), C(2, -1), D(2, 1), E(0, 2)$.

解: (1) 点 B, E 关于 x 轴对称;

(2) 从点 B 与点 E , 点 C 与点 D 的位置看, 它们的横坐标相同, 纵坐标互为相反数.

11. 解: (1) (2) 如图, 点 C_1 的坐标 $(-3, 2)$; 点 C_2 的坐标 $(-3, -2)$.



第 11 题图

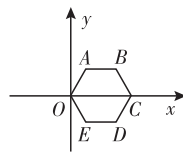
12. 解: 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 各顶点的坐标分别为 $A(1, \sqrt{3}), B(3, \sqrt{3}), C(4, 0), D(3, -\sqrt{3}), E(1, -\sqrt{3}), O(0, 0)$.

课时 2

课堂作业

1. C 2. C

3. D 【解析】向右平移 3 个单位, 则点的横坐标加 3, 纵坐标不变.



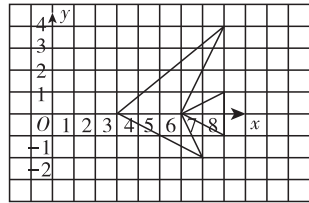
第 12 题图

4. $(3, 5)$ 5. 向右平移 4 个单位 6. $(7, 2)$ 或 $(-1, 2)$

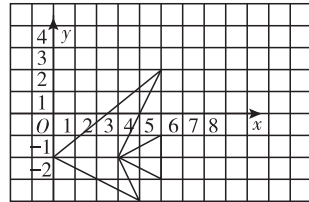
7. 【解析】注意图形的变化规律: 当横坐标不变, 纵坐标加上 (或减去) 一个正数时, 图形向上 (或下) 平移; 当纵坐标不变, 横坐标减去 (或加上) 一个正数时, 图形向左 (或右) 平移.

解: (1) 如图①所示, 图形的形状和大小都不变, 只是沿 x 轴向右平移了 3 个单位.

(2) 如图②所示, 图形的形状和大小都不变, 只是沿 y 轴向下平移了 2 个单位.



①



②

第 7 题图

课后作业

1. B 2. A

3. C 【解析】 $\because$ 点 $M(-5, y)$ 与点 M 向下平移 5 个单位的像关于 x 轴对称, $\therefore y + y - 5 = 0, \therefore y = \frac{5}{2}$.

4. D 【解析】先确定旋转后的位置再写点的坐标, 也可以利用旋转的性质直接写出答案.

5. $(3, -1)$

6. $(11, 7)$

7. -10 【解析】 $\because$ 点 $P(-3, y)$ 向下平移 3 个单位, 向左平移 2 个单位后得到点 $Q(x, -1), -3 - 2 = x, y - 3 = -1, \therefore x = -5, y = 2, \therefore xy = -10$.

8. 3 【解析】点 $A(-5, 4)$ 跳到点 $B(2, -3)$ 的路径很多. 由 $A(-5, 4)$ 向右跳三步, 再向下跳一步. 然后再跳它关于原点的对称点即跳到点 $B(2, -3)$. 这个路径步数最少是 3 步.

9. 解: (1) 二

(2) 将点 M 向左平移 2 个单位, 再向上平移 1 个单位后得到点 $N(a - 2, 1 - 2a + 1)$, 即 $N(a - 2, 2 - 2a)$,

点 N 在第三象限, 则 $\begin{cases} a-2 < 0, \\ 2-2a < 0, \end{cases}$

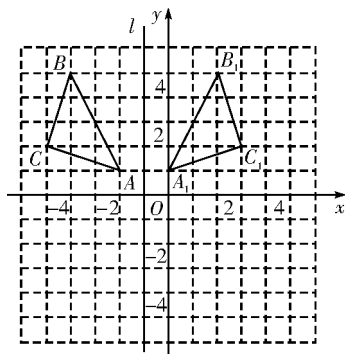
所以 $1 < a < 2$.

10. 解: (1) 建立坐标系的方法不唯一. 如: 以 BC 所在的直线为 x 轴, 以 BC 的垂直平分线为 y 轴建立坐标系. 因为 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 斜边 $BC = 6$, $\therefore A(0, 3)$, $B(-3, 0)$, $C(3, 0)$. 图略.

(2) 所得三角形与原三角形相比, 向右平移了 2 个单位. 图略.

11. 【解析】本题考查根据轴对称的性质作图及坐标求解, 难度较小.

解: (1) 如图, 画 $\triangle A_1B_1C_1$, 标出字母.



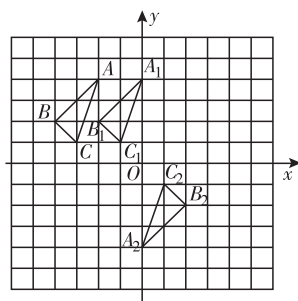
第 11 题图

(2) $A_1(0, 1)$, $B_1(2, 5)$, $C_1(3, 2)$.

12. 解: (1) 如图所示, $A_1(0, 4)$, $B_1(-2, 2)$, $C_1(-1, 1)$.

(2) 如图所示, $A_2(0, -4)$, $B_2(2, -2)$, $C_2(1, -1)$.

(3) $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 关于点 $(0, 0)$ 成中心对称.



第 12 题图

单元评估检测

1. D 【解析】由第四象限的点的坐标特征可知选 D.

2. D 【解析】由第四象限的点的坐标特征 $(+, -)$ 可得

$$\begin{cases} m > 0, \\ 1 - 2m < 0, \end{cases} \text{ 解不等式组可得 } m > \frac{1}{2}.$$

3. B 【解析】根据方位角的意义, 小刚家在学校的北偏东 30° 方向, 距离学校 2 000 米, 则学校在小刚家的南偏西 30° 的位置.

4. D

5. B 【解析】由已知条件可得 $OA = 2\sqrt{2}$, (1) 若以 OA 为腰, $PA = OA$, 则 OP 为底边, 故 P 的坐标应该为 $(4, 0)$; (2) 若以 OA 为腰, $OP = OA$, 则 $OP = PA = 2\sqrt{2}$, 故 P 的坐标应该为 $(\pm 2\sqrt{2}, 0)$; (3) 若以 OA 为底边, $AP = OP$, 则

P 的坐标应该为 $(2, 0)$. 故选 B.

6. C 【解析】由点 $M(-5, y)$ 向下平移 5 个单位, 得它的像的坐标为 $(-5, y-5)$. 两个点关于 x 轴对称, 则有 $-y = y-5$, 解得 $y = \frac{5}{2}$, 故选 C.

7. C 【解析】将点 A 向右平移 5 个单位, 再向上平移 3 个单位得到点 C , 则将点 $B(-4, -1)$ 向右平移 5 个单位, 再向上平移 3 个单位得到点 D 的坐标为 $(1, 2)$.

8. D 【解析】 $\triangle ABC$ 在 BC 边上的高为 x , 则 $\frac{1}{2} \times 2 \cdot x = 3$, 解这个方程得 $x = 3$, 即点 A 到 x 轴的距离为 3, 所以点 A 的纵坐标为 ± 3 .

9. 北偏东 45° 且相距 600 m 处

10. 5 1 【解析】关于 y 轴对称, 则纵坐标相同, 横坐标互为相反数. 故 $a = 5$, $b = 1$.

11. $(-a, -b)$ 【点拨】点 $P_1(a, b)$ 与点 P_2 关于 y 轴对称, 则点 P_2 的坐标为 $(-a, b)$, 点 P_2 与点 P_3 关于 x 轴对称, 则点 P_3 的坐标为 $(-a, -b)$.

12. -2 【解析】点在第二象限, 则 $a < 0$, 点在坐标轴夹角平分线上说明 $|a| = 2$, 综合可得 $a = -2$.

13. 8 【解析】本题考查等腰三角形的性质和作图, 体现分类讨论的思想, 难度较大. 本题应考虑点 P 在 x 轴和 y 轴上两种情况. (1) 点 P 在 x 轴上: 若 $OA = OP$, 则以点 O 为圆心, OA 长为半径作弧交 x 轴于两点 P_1, P_2 , 点 P_1, P_2 符合题意; 若 $OA = AP$, 则以点 A 为圆心, AO 长为半径作弧交 x 轴于两点 O, P_3 , 点 P_3 符合题意; 若 $OP = AP$, 则作 OA 的垂直平分线交 x 轴于点 P_4 , 点 P_4 符合题意, 故在 x 轴上有符合条件的 4 个点, 同理在 y 轴上也有符合条件的 4 个点, 故这样的点共有 8 个.

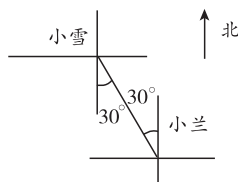
14. $(3, 2)$ 【解析】一只蚂蚁由 $(0, 0)$ 先向上爬 4 个单位长度后到点 $(0, 4)$, 再向右爬 3 个单位长度后到点 $(3, 4)$, 再向下爬 2 个单位长度后到点 $(3, 2)$.

15. $-\frac{1}{2} < m < 3$ 【解析】 $\because$ 点 $M(2m+1, 3-m)$ 关于 y 轴的对称点 M' 在第二象限, $\therefore$ 点 $M(2m+1, 3-m)$ 一定在第一象限, $\therefore \begin{cases} 2m+1 > 0, \\ 3-m > 0, \end{cases}$ 解得 $-\frac{1}{2} < m < 3$.

16. $(0, 1)$ 【解析】首先根据点的坐标确定坐标轴的位置, 而根据 $AB = BC$, 以点 A, B, C, D 为顶点的四边形既是轴对称图形, 又是中心对称图形, 则四边形 $ABCD$ 是正方形, 根据作图即可得到 D 的位置, 确定 D 的坐标.

17. 解: $(0, 0), (1, 0), (3, 2), (3, 4), (5, 4), (5, 6), (7, 6), (7, 8)$.

18. 解: 不对, 如图所示, 小兰在小雪的南偏东 30° 方向上.



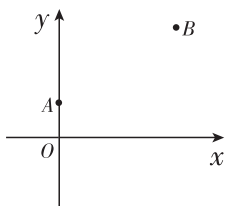
第 18 题图

19. 解: (1) $(2, 3)$.

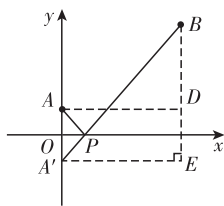
(2) 图形略. $(0, -6)$;

(3) $(-7, 3)$ 或 $(-5, -3)$ 或 $(3, 3)$.

20. 解: (1) 如图①, 点 A 的坐标 $(0, 1)$, 点 B 的坐标 $(4, 4)$.



①



②

第 20 题图

(2) 作 A 关于 x 轴的对称点 A' , 连结 $A'B$ 交 x 轴于点 P , 连结 AP , 则 P 点即为水泵站的位置, $PA + PB = PA' + PB = A'B$ 为最短路径 (如图②).

过 B, A' 分别作 x 轴、 y 轴的垂线交于点 E , 作 $AD \perp BE$, 垂足为 D , 则 $BD = 3$.

在 $Rt\triangle ABD$ 中, $AD = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$,

所以 $A'E = AD = 4$, 又 $BE = 5$, 所以在 $Rt\triangle A'BE$ 中, $A'B = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$.

故所用水管最短长度为 $\sqrt{41}$ km.

第 5 章 一次函数

5.1 常量与变量

课堂作业

1. A

2. D 【解析】

A	$\times$	π 不是变量, C 也是变量.
B	$\times$	一个变化过程中, 一般情况下有两个变量, 不能只有一个. R, C 为变量.
C		
D	$\checkmark$	C 和 R 在变化, 2 和 π 始终不变.

3. B

4. 3.5 s 和 k

5. 100 t 和 s

6. $\frac{4}{3}$ 和 π V 和 R 大 【解析】 π 是无理数, 是常量, 而不是变量.

7. 【解析】常量与变量是相对的, 判定的依据看变化过程中是哪些量发生变化, 哪些量不发生变化.

解: (1) $C = 2\pi r$, 2π 为常量, C, r 为变量;

(2) $y = 110x$, 110 为常量, y, x 为变量;

(3) $S = 5h$, 5 为常量, S, h 为变量;

(4) $h = \frac{S}{6}, \frac{1}{6}$ 为常量, h, S 为变量.

【点拨】(1) 在不同的研究过程中, 常量与变量是可以互相转化的.

(2) 字母 π 不是变量, 它是一个常数.

课后作业

1. C 2. A

3. C 【解析】对于任何直角三角形, $x + y = 90$ 都成立, 所以 $x + y$ 是常量.

4. 60 s 和 t

5. 30% x 和 y $y = 30\% x$

6. (1) V 和 r 4π (2) $V = 4\pi r^2$ (3) $16\pi \text{ cm}^3$ $256\pi \text{ cm}^3$

7. (1) $\frac{1}{2}$ 和 a S 和 h

(2) $\frac{1}{2}$ 和 h S 和 a

(3) $\frac{1}{2}$ 和 S a 和 h

8. 油的单价 4.75 元 总价 y (元) 和加油量 x (升)

【解析】解此类题的关键是熟练掌握常量和变量的含义.

9. 解: 变量为 v 和 T , 常量为 331 和 0.6.

10. 【解析】在不同的变化过程中, 变量和常量是可以互相转换的, 并非一成不变.

解: (1) 常量是 π 和 R , 变量是 V 和 h . (2) 常量是 π 和 h , 变量是 V 和 R .

11. 【解析】根据题意, 由于变化后的式子是 $W = \frac{5}{72}n$, 其中

数字 $\frac{5}{72}$ 不变, W 和 n 都可以取不同数值, 因此可知常量和变量.

解: 常量是 $\frac{5}{72}$, 变量是 n 和 W .

12. 【解析】结合题目中的式子 $W = \frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n + 1$, 由于数

字 $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ 与 1 不变, W 和 n 的值是变化的, 因此 $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ 和 1 是常量, W 和 n 是变量.

解: 常量是 $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ 和 1, 变量是字母 W 和 n .

5.2 函数

课时 1

课堂作业

1. D 2. B 3. D

4. D 【解析】用图象来表示变量之间的关系, 简洁直观.

5. $m = 1.2n$ 18 用水 15 立方米应收水费 18 元

6. 是

7. 解: 答案不唯一. 如: 第一套 42.0, 78.2, 第四套 35.0, 67.

8. 解: (1) 是; (2) 是; (3) 不是.

课后作业

1. B 2. C 3. A 4. D

5. 1 【解析】本题考查求函数的值, 难度较小. 因为函数

$f(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$, 所以当 $x = \sqrt{2}$ 时, $f(\sqrt{2}) = \frac{3}{(\sqrt{2})^2 + 1} = 1$.

6. $y = 8.4x$ 【解析】由表中信息可知, 进货价为 8 元/千克, 利润为 0.4 元/千克, 所以 $y = (8 + 0.4)x = 8.4x$.

7. 2 【解析】根据函数定义, $|y| = x$ 与 $2x - y^2 = 0$ 中, x 每取一个大于 0 的值, y 都有两个值与之对应, 例如 $x = 4$ 时, $|y| = 4$, 有 $y = \pm 4$, 故 y 不是 x 的函数; 只有 $y = |x|$ 和 $2x^2 - y = 0$ 中 y 是 x 的函数.

【点拨】本题没有指出变量 x 与 y 哪个是自变量,哪个是函数,但是由问题“ y 是 x 的函数”可判断 x 是自变量.

8. 解: (1) $y = 12 + 0.5x$; (2) $0 \leq x \leq 20$; (3) 16 cm; (4) 16 kg.

9. 【解析】求函数值,把自变量的取值代入求解即可.

解: (1) $y = 3 \times 3^2 = 27$; (2) $y = \frac{1}{4 \times 3 + 1} = \frac{1}{13}$.

10. 【解析】若 y 为 x 的函数,必须具备以下两个条件:一是有两个变量 x 和 y ,二是当一个变量 x 的值确定后,另一个变量 y 的数值也随之唯一确定.此外还要注意有一种函数叫做常值函数.如 $y = 3$.

解:根据解析中 x 与 y 的对应值,可看到:(1)(2)(3)中,当 x 取确定值时, y 有唯一的值与之对应,所以(1)、(2)、(3)中 y 是 x 的函数;而(4)中,当 x 取确定值时, y 有两个对应值,所以 y 不是 x 的函数.

11. 解:表中从左到右依次填入 16, 80, 160, 240, 320, 16t
(1) 16 m 和 t (2) $m = 16t$ (3) 能.当 $t = 25$ 时, $m = 400$;
当 $t = 30$ 时, $m = 480$; 当 $t = 50$ 时, $m = 800$.

12. 解:(1)是,因为在这个变化的过程中,对于每一个 x 的值, y 都有唯一确定的值与之对应;(2)当 $x = 5$ 时, $y = 0.80$,它的实际意义是当信件质量为 5g 时应付邮资为 0.80 元;当 $x = 10$ 时, $y = 0.80$,它的实际意义是当信件质量为 10g 时应付邮资为 0.80 元;当 $x = 30$ 时, $y = 1.60$,它的实际意义是当信件质量为 30g 时应付邮资为 1.60 元;当 $x = 50$ 时, $y = 2.40$,它的实际意义是当信件质量为 50g 时应付邮资为 2.40 元;(3)当 $x = 70$ 时,函数值没有意义,因为 70 超过了自变量的取值范围.

课时 2

课堂作业

1. C
2. B 【解析】注意被开方数是非负数,则有 $x - 2 \geq 0$,解得 $x \geq 2$.
3. A 【解析】由题意得, $2 - x \geq 0$ 且 $x - 3 \neq 0$,解得 $x \leq 2$.
4. C $5. y = -\frac{8}{5}x + 8$
6. $y = 20 - 2x$ $5 < x < 10$ $7. y = 0.8n$ n 为正整数
8. B (1) $x \neq 1$ (2) $x \neq 2$ 且 $x \neq 1$ 【解析】要使 $\frac{1}{x-2}$ 有意义,则 $x - 2 \neq 0$,即 $x \neq 2$;要使 $(x-1)^0$ 有意义,则 $x - 1 \neq 0$,即 $x \neq 1$;要使 $\frac{1}{x-2} + (x-1)^0$ 有意义,则 $x - 2 \neq 0$ 且 $x - 1 \neq 0$,即 $x \neq 2$ 且 $x \neq 1$.

课后作业

1. D 【解析】根据三角形的三边关系,得 $0 < x < 25$,所以应选 D.若忽略三角形的三边关系,则易错选为 C.
2. C 3. D
4. C $5. y = 6 - \frac{1}{2}x$ $0 < x < 6$ $6. x \neq \frac{1}{2}$
7. $x \neq 6$ 【解析】由题意得 $x - 6 \neq 0$,所以 $x \neq 6$.
8. 580 【解析】把 $x = 16$ 代入 $y = 35x + 20$ 即可求得 y 值.
9. 【解析】函数与方程都是含有未知数的等式,要列出函数

解析式首先要找出题中的相等关系.

解:因为 $x > 10$,所以超过 10t 的部分 $(x - 10)t$,则应缴水费 y 元由 10t 以内水的费用和超过 10t 的水的费用组成,所以 $y = 1.2 \times 10 + 1.8(x - 10)$,即 $y = 1.8x - 6 (x > 10)$.

10. 【解析】用数学式子表示的函数,一般来说,自变量确保能使式子有意义的值.例如,在(1),(2)中, x 取任意实数, $3x - 1$ 与 $2x^2 + 7$ 都有意义;而在(3)中, $x = -2$ 时, $\frac{1}{x+2}$ 没有意义;在(4)中, $x < 2$ 时, $\sqrt{x-2}$ 没有意义.

解:(1) x 的取值范围是全体实数;

(2) x 的取值范围是全体实数;

(3) x 的取值范围是 $x \neq -2$;

(4) x 的取值范围是 $x \geq 2$.

【点拨】四个小题代表三类题型.(1),(2)题给出的是含有自变量的整式;(3)题给出的是分母中含有自变量的分式;(4)题给出的是含有自变量的二次根式.

11. 解:(1)直线 $y = -x + b$ 交 y 轴于点 $P(0, b)$,
由题意,得 $b > 0, t \geq 0, b = 1 + t$.
当 $t = 3$ 时, $b = 4. \therefore y = -x + 4$.
(2)当直线 $y = -x + b$ 过 $M(3, 2)$ 时, $2 = -3 + b$.
解得 $b = 5.5 = 1 + t. \therefore t = 4$.
当直线 $y = -x + b$ 过 $N(4, 4)$ 时, $4 = -4 + b$.
解得 $b = 8.8 = 1 + t. \therefore t = 7$.
 $\therefore 4 < t < 7$.
(3) $t = 1$ 时,落在 y 轴上; $t = 2$ 时,落在 x 轴上.
12. 【解析】(1)超过 3 km 时的费用为 $[(x - 3) \times 1.8 + 8]$ 元.(2)由 $y = 14$ 求出 x 的值再与 6 比较大小或由 $x = 6$ 求出 y 的值再与 14 比较大小即可.

解:(1) $y = 8 + 1.8(x - 3) = 1.8x + 2.6 (x \geq 3 \text{ 且 } x \text{ 为整数})$.

(2)当 $x = 6$ 时, $y = 1.8x + 2.6 = 13.4 < 14$,所以车费够了.

【点拨】(1)出租车问题是我们生活中常遇到的问题,也是中考的热点问题.解答此类问题的一般方法是解方程或列不等式或应用函数知识.(2)注意:8 元是起步价.(3)此题启示我们,要多观察社会生活,逐步积累解决数学问题的生活经验.

5.3 一次函数

课时 1

课堂作业

1. C
2. B
3. B 【解析】一次函数是关于自变量的一次式,正比例函数是一次函数,只有④错误,①②③全对.
4. $y = 3x$ $5. Q = 50 - 5t$
6. -2 【解析】由正比例函数定义满足 $k \neq 0, x$ 的指数为 1.
由定义得 $\begin{cases} m - 2 \neq 0, \\ m^2 - 3 = 1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m \neq 2, \\ m = \pm 2, \end{cases}$

$$\therefore m = -2.$$

【点拨】若忽视了 $m-2 \neq 0$, 就会导致错误.

7. 解: (1) $y = \frac{20}{x}$, 不是; (2) $y = 2x + 50$, 是, $k = 2, b = 50$;
(3) $xy = 400$, 不是.

课后作业

1. D
2. C 【解析】① $y = 2x$ 是正比例函数; ② $y = \frac{x+1}{2}$, 即 $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ 是一次函数; ③ $y = \frac{1}{3} + 2x$, 即 $y = 2x + \frac{1}{3}$ 是一次函数; ④ $y = \frac{2}{x} + 1$ 中, 由于 x 位于分母上, 故不是整式, 因此不是一次函数.

【点拨】判断函数是一次函数时, 要从一次函数的比例系数是非零常数, 以及整式的指数是 1 次两方面考虑.

3. B 【解析】拧不紧的水龙头每分钟滴出 100 滴水, 每滴水约 0.05 毫升, x 分钟滴出 y 毫升的水, 因此 $y = 0.05 \times 100x = 5x$.

4. A $5. y = 4x \quad x > 0$

6. $m = \pm 3$ 【解析】因为 y 是 x 的正比例函数, 所以 $\begin{cases} |m| - 2 = 1, \\ m - 2 \neq 0, \end{cases}$ 所以 $m = \pm 3$.

7. $y = -4x - 7$ 【解析】由 y 是关于 x 的一次函数, 得 $\begin{cases} k - 2 \neq 0, \\ |k| - 1 = 1, \end{cases}$ 所以 $k = -2$.

8. -2 【解析】既然是一次函数, 就应满足关于自变量的一次式, $k \neq 0$, 与 b 无关.

$$\begin{cases} 3 - |m| = 1, \\ m - 2 \neq 0. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} m = \pm 2, \\ m \neq 2. \end{cases} \text{故 } m = -2.$$

【点拨】在函数 $y = kx + b$ 中, 当 $k \neq 0$ 时, 关于自变量的一次式就是一次函数, 与 b 的取值无关, 若为正比例函数, b 一定是 0.

9. 【解析】判断哪个函数是正比例函数, 应该抓住正比例函数的本质特征是常数与自变量的乘积, 即形如 $y = kx$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的函数.

解: (1) $y = -\frac{x}{3}$ 即 $y = -\frac{1}{3}x$ 是正比例函数.

(2) $y = -\frac{8}{x}$ 不是正比例函数.

(3) $y = 8x^2 + x(1 - 8x)$ 变形为 $y = x$, 是正比例函数.

(4) $y = 1 + 8x$ 即 $y = 8x + 1$, 不是正比例函数.

【点拨】形如 $y = kx$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的函数是正比例函数, 这是判断正比例函数的依据.

10. 【解析】(1) 根据一次函数的定义可知: $|m| = 1$ 且 $m - 1 \neq 0$, 由此求出 m, n 的取值.

(2) 根据正比例函数的定义可知, 在 (1) 的条件下还要满足 $n - 3 = 0$.

解: (1) 由定义得: $\begin{cases} |m| = 1, \\ m - 1 \neq 0, \end{cases}$, 解得 $m = -1$
 $n - 3$ 为全体实数,

且 n 为全体实数.

$$(2) \text{ 由定义得: } \begin{cases} |m| = 1, \\ m - 1 \neq 0, \\ n - 3 = 0, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m = -1, \\ n = 3. \end{cases}$$

【点拨】(1) 一次函数 $y = kx + b$ 中 $k \neq 0$, $kx + b$ 为 x 的一次二项式. 正比例函数是特殊的一次函数, $b = 0$, 是过原点的直线.

(2) 根据函数的定义求值时既要讨论自变量 x 的系数和指数, 还要考虑 b 值.

11. 【解析】(1) 根据一次函数的概念, 式子中二次项系数是 0, 确定 n 的值, 从而得出函数的解析式; (2) 运用代入法求函数值.

解: (1) 函数是一次函数, 则有二次项系数是 0, 同时一次项系数不为零, 所以 $n + 1 = 0, 2n - 4 \neq 0$, 解得 $n = -1$, 即 n 是 -1 时函数是一次函数.

(2) 由 (1) 得此一次函数的解析式为 $y = -6x - 4$.

当 $x = \frac{4}{3}$ 时, $y = -6x - 4 = -6 \times \frac{4}{3} - 4 = -12$.

12. 解: (1) 10, 22, 31; (2) $y = -5 + 3n$ (n 取正整数).

课时 2

课堂作业

1. B 2. C 3. C

4. 6 【解析】把 $x = -1, y = 3$ 代入 $y = 3x + b$ 中, 得 $3 = 3 \times (-1) + b$, 解得 $b = 6$.

5. $y = 3x - 9$ 【解析】设 $y = k(x - 3)$, 把 $x = 4, y = 3$ 代入, 得 $3 = k(4 - 3)$, 所以 $k = 3$, 所以 $y = 3(x - 3) = 3x - 9$.

6. -2 【解析】设 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 由题意可得 $\begin{cases} k + b = 1, \\ -k + b = 7, \end{cases} \therefore \begin{cases} k = -3, \\ b = 4, \end{cases} \therefore y = -3x + 4$. 当 $x = 2$ 时, $y = -3 \times 2 + 4 = -2$, 即 $m = -2$.

7. $y = 2x - 8$ 【解析】本题可以先确定 $y = kx + b$ 中 k 的值或 b 的值, 比如先确定 k 的值为 2, 可得 $y = 2x + b$, 然后将 $x = 3, y = -2$ 代入可求得 $b = -8$, 所以 $y = 2x - 8$. 此题答案不唯一.

8. 【解析】已知两点求一次函数的解析式, 可用待定系数法求解, 先设出函数的解析式, 然后把两点的坐标代入解析式中, 从而求出待定系数.

解: 设这条直线的解析式是 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 将这两点的点标 (1, 2) 和 (3, 0) 代入, 得 $\begin{cases} k + b = 2, \\ 3k + b = 0, \end{cases}$ 解得

$$\begin{cases} k = -1, \\ b = 3. \end{cases} \text{ 所以, 这条直线的解析式为 } y = -x + 3.$$

课后作业

1. D 2. C 3. D

4. B 【解析】由已知得 $\begin{cases} k^2 + b = 3, \\ k + b = k, \end{cases}$ 所以 $\begin{cases} k = \pm\sqrt{3}, \\ b = 0. \end{cases}$ 所以选 B.

5. $y = x + 2$ 6. $y = -x + 5$ 7. 5 -3

8. 解: (1) 根据题意, 设 $y - 3 = kx$ 将 $x = 2, y = 7$ 代入得 $7 - 3 = 2k$, 即 $k = 2$, $\therefore y = 2x + 3$.

(2) 当 $x = 4$ 时, $y = 2 \times 4 + 3 = 11$.

(3) 由 $y = 4$ 可得 $2x + 3 = 4$, $\therefore x = \frac{1}{2}$.

9. 解: (1) 5 张白纸黏合后的长度为 $30 \times 5 - 3 \times 4 = 138(\text{cm})$, 20 张白纸黏合后的长度为 $30 \times 20 - 3 \times 19 = 543(\text{cm})$.
 (2) x 张白纸黏合后的长度为 $y = 30x - 3(x - 1) = 27x + 3$, 即 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = 27x + 3$.

10. 【解析】因为弹簧的长度 y 是所挂物体的质量 x 的一次函数, 所以可设 $y = kx + b (k \neq 0)$.

解: 设 $y = kx + b$, 根据题意, 得

$$\begin{cases} 10 = k + b, \\ 12 = 3k + b, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = 1, \\ b = 9. \end{cases}$$

$\therefore y$ 与 x 之间的关系式为 $y = x + 9$.

当 $x = 6$ 时, $y = 6 + 9 = 15$.

即物体的质量为 6 kg 时, 弹簧的长度为 15 cm.

11. 【解析】以上题型均是围绕一次函数的概念展开, 关键要准确把握一次函数的定义.

解: $\because y = (k - 1)x + (k^2 - 4)$ 是关于 x 的正比例函数, $\therefore k^2 - 4 = 0$ 且 $k - 1 \neq 0, \therefore k^2 = 4$, 即 $k = \pm 2$.

(1) $\because y = (k - 1)x + (k^2 - 4)$ 是关于 x 的一次函数, $\therefore k - 1 \neq 0$, 即 $k \neq 1$.

(2) $\because y = (k - 1)x^{|k|} + (k^2 - 4)$ 是关于 x 的一次函数, $\therefore |k| = 1, \therefore k = \pm 1$. 又 $\because k - 1 \neq 0, \therefore k \neq 1, \therefore k = -1, \therefore (3k + 2)^{2012} = (-1)^{2012} = 1$.

5.4 一次函数的图象

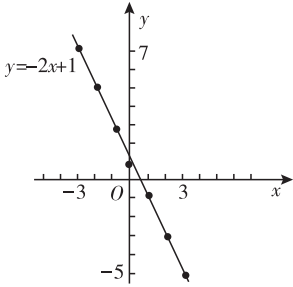
课堂作业

1. A 2. B 3. C 4. 二、四 减小
 5. (1) 一、三 (2) 二、四 (3) 平行
 6. (1) 正半轴 (2) 负半轴 (3) 同一点
 7. 增大
 8. 【解析】先列表, 再描点, 然后连线画图象.

解: 列表:

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y = -2x + 1$	...	7	5	3	1	-1	-3	-5	...

描点、连线, 所画图象如图所示.



第 8 题图

【点拨】由图象可知, 所画的图象是一条直线, 从左到右下降, 即 y 随 x 增大而减小, 不要把它画成一条线段.

课后作业

1. D 【解析】想要知道哪一点在函数图象上, 只需代入函数关系式中, 成立就在, 不成立就不在, 可见此题应建立函数关系式.
 题中给出的是正比例函数, 可设函数关系式为 $y = kx$, 且过点 $(-1, 2)$, 代入得 $2 = -1 \cdot k$, 解得 $k = -2$, 解析式为

$y = -2x$. 然后把 A、B、C、D 代入验证, 故 A、B、C 全错误.

2. C 【解析】一次函数 $y = kx + b$ 的函数值 y 随 x 的增大而减小, $k < 0$. 图象交 y 轴的正半轴, $b > 0$.
 3. C 【解析】由题意知, 解析式中的常数项 $b = -k$, 一次项系数 k 与常数项 $-k$ 互为相反数.

A	×	图象经过原点, 不正确.
B	×	由图象知, $k > 0$ 且 $-k > 0$, 相矛盾, 不正确.
C	✓	由图象知, $k < 0$ 且 $-k > 0$, 正确.
D	×	由图象知, $k < 0$ 且 $-k < 0$, 相矛盾, 不正确.

4. D 【解析】想确定函数的图象应确定函数解析式. 根据题意函数解析式为 $y = -2x + 4$. $k = -2 < 0, b = 4 > 0$, 图象过第一、二、四象限.

5. D

$$6. y = -\frac{4}{3}x$$

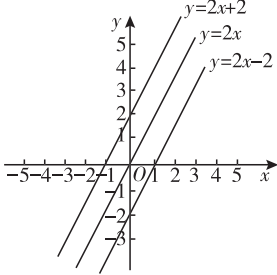
7. $m > -2$ 【解析】本题考查一次函数的图象与性质、解不等式, 难度较小. 因为一次函数 $y = kx + b$ 中, 当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 因此 $m + 2 > 0, m > -2$.

8. $(0, 16)$ $(2, 0)$ 16

9. 解: (1) 列表.

x	...	0	1	...
$y = 2x$	...	0	2	...
$y = 2x + 2$	...	2	4	...
$y = 2x - 2$	...	-2	0	...

(2) 过点 $(0, 0)$ 和 $(1, 2)$ 画直线得到 $y = 2x$ 的图象; 过点 $(0, 2)$ 和 $(1, 4)$ 得到 $y = 2x + 2$ 的图象; 过点 $(0, -2)$ 和 $(1, 0)$ 得到 $y = 2x - 2$ 的图象. 如图:



第 9 题图

5.5 一次函数的简单应用

课堂作业

1. A 2. A 3. D
 4. $y = 3.60x + 0.20$
 5. 20
 6. $(11, 4)$
 7. 【解析】(1) ① 小明在甲商店所需费用为: 前 10 本的费用 + 剩下 10 本的费用 $\times 70\%$.
 ② 小明在乙商店所需费用为: 20 本的费用 $\times 85\%$.
 (2) 根据题意, 我们可写出在两个商店购买练习本时 y 与 x 之间的函数关系式分别为:
 $y_{\text{甲}} = 0.7(x - 10) + 10, y_{\text{乙}} = 0.85x$.

其中, $y_{\text{甲}}$ 是 y 关于 x 的一次函数, $y_{\text{乙}}$ 是关于 x 的正比例函数.

(3) 把 $y_{\text{甲}} = 24, y_{\text{乙}} = 24$ 代入, 分别求出 x 再作比较.

解: (1) 小明在甲商店购买所需费用为: $1 \times 10 + 10 \times 1 \times 70\% = 17$ (元).

小明在乙商店购买所需费用为: $20 \times 1 \times 85\% = 17$ (元). 因此小明买 20 本练习本, 到哪个商店买都可以, 所需费用都是 17 元.

(2) 根据题意, 得

$y_{\text{甲}} = 0.7(x - 10) + 10$, 不是正比例函数, $y_{\text{乙}} = 0.85x$, 是正比例函数.

(3) 当 $y_{\text{甲}} = 24, y_{\text{乙}} = 24$ 时,

$0.7(x_{\text{甲}} - 10) + 10 = 24$, 解得 $x_{\text{甲}} = 30$,

$0.85x_{\text{乙}} = 24$, 解得 $x_{\text{乙}} \approx 28$.

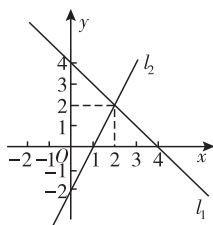
$\therefore$ 小明在甲商店最多买 30 本练习本, 在乙商店最多买 28 本练习本, $\therefore$ 最多可以买 30 本练习本.

课后作业

1. C 2. A

3. A **【解析】** 本题运费 y (元) 等于 0 时, 一次函数图象与 x 轴交点的横坐标就是免费时可携带行李质量的最大值. 设过图象上两点 $(30, 300), (50, 900)$ 的一次函数解析式为 $y = kx + b$ (k, b 为常数, $k \neq 0$), 将两点坐标代入得 $\begin{cases} 300 = 30k + b, \\ 900 = 50k + b, \end{cases}$ 解得 $k = 30, b = -600$, 所以 $y = 30x - 600$, 当 $y = 0$ 时, $0 = 30x - 600$, 解得 $x = 20$ (kg), 即旅客可携带的免费行李的最大质量为 20 kg.

4. **解:** 由 $x + y = 4$, 得 $y = 4 - x$, 同理, 由 $2x - y = 2$, 得 $y = 2x - 2$, 在同一直角坐标系中作出一次函数 $y = 4 - x$ 的图象 l_1 和 $y = 2x - 2$ 的图象 l_2 , 如图所示. 观察图象, 得 l_1, l_2 的交点坐标为 $(2, 2)$. 所以, 方程组 $\begin{cases} x + y = 4, \\ 2x - y = 2, \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x = 2, \\ y = 2. \end{cases}$



第 4 题图

5. **解:** (1) 由图象可知, 当 $0 \leq x \leq 15$ 时, 它是正比例函数, y 与 x 的函数关系式为 $y = \frac{9}{5}x$; 当 $x \geq 15$ 时, 它是一次函数, 可求得 y 与 x 的函数关系式为 $y = 2.5x - 10.5$;
(2) 该用户该月用水 21 t, 应交水费 $y = 2.5 \times 21 - 10.5 = 42$ (元).

6. **【解析】** 求两函数图象的交点, 一般需联立两函数解析式组成方程组, 方程组的解即交点的坐标, 先求直线 AB 和 CD 的解析式, 再联立方程组求出交点坐标.

解: 由已知得, 直线 AB 的解析式为 $y = 2x + 6$, 直线 CD 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 1$.

解方程组 $\begin{cases} y = 2x + 6, \\ y = -\frac{1}{2}x + 1, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = -2, \\ y = 2, \end{cases}$ 所以直线 AB, CD

的交点坐标为 $(-2, 2)$.

7. **【解析】** (1) 由图象可知小亮行走了 3 600 m; 图象上平行于 x 轴的线段表示小亮休息的过程, 他在途中休息了 $50 - 30 = 20$ (min). (2) 利用待定系数法求函数关系式. 设 $y = kx + b$, 将 $x = 50, y = 1\,950$ 和 $x = 80, y = 3\,600$ 分别代入上式, 求 k, b 的值即可.

解: (1) 3 600 20

(2) ① 当 $50 \leq x \leq 80$ 时, 设 y 与 x 的函数关系式为 $y = kx + b$.

根据题意, 当 $x = 50$ 时, $y = 1\,950$; 当 $x = 80$ 时, $y = 3\,600$.

所以 $\begin{cases} 1\,950 = 50k + b, \\ 3\,600 = 80k + b, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = 55, \\ b = -800. \end{cases}$

所以, y 与 x 的函数关系式为 $y = 55x - 800$.

② 缆车到山顶的线路长为 $3\,600 \div 2 = 1\,800$ (m), 缆车到达终点所需时间为 $1\,800 \div 180 = 10$ (min).

小颖到达缆车终点时, 小亮行走的时间为 $10 + 50 = 60$ (min).

把 $x = 60$ 代入 $y = 55x - 800$, 得 $y = 55 \times 60 - 800 = 2\,500$.

所以, 当小颖到达缆车终点时, 小亮离缆车终点的路程是 $3\,600 - 2\,500 = 1\,100$ (m).

8. **解:** (1) 设从甲厂调运了饮用水 x t, 从乙厂调运了饮用水 y t, 由题意可知: $\begin{cases} 20 \times 12x + 14 \times 15y = 26\,700, \\ x + y = 120, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = 50, \\ y = 70, \end{cases}$
 $50 \leq 80, 70 \leq 90$,
 $\therefore$ 符合条件.

(2) 从甲厂调运水 x t, 则需从乙厂调运水 $(120 - x)$ t, $x \leq 80$, 且 $120 - x \leq 90$, 即 $30 \leq x \leq 80$.

总运费 $W = 20 \times 12x + 14 \times 15(120 - x)$
 $= 30x + 25\,200$ ($30 \leq x \leq 80$).

$\therefore W$ 随 x 的增大而增大, 故当 $x = 30$ 时, $W_{\text{最小}} = 26\,100$ 元.

$\therefore$ 每天从甲厂调运饮用水 30 t, 从乙厂调运饮用水 90 t, 才能使每天的总运费最省.

9. **【解析】** 本题考查利用一次函数图象解决实际问题的能力, 难度中等. 解题的关键在于理解图象的意义, 读出图象中的隐含信息.

解: (1) 设 OA 段图象的函数表达式为 $y = kx$.

$\therefore$ 当 $x = 1.5$ 时, $y = 90$,

$\therefore 1.5k = 90. \therefore k = 60$.

$\therefore y = 60x$ ($0 \leq x < 1.5$).

$\therefore$ 当 $x = 0.5$ 时, $y = 60 \times 0.5 = 30$.

$\therefore$ 行驶半小时时, 他们离家 30 千米.

(2) 设 AB 段图象的函数表达式为 $y = k'x + b$.

$\therefore A(1.5, 90), B(2.5, 170)$ 在 AB 段图象上,

$\therefore \begin{cases} 90 = 1.5k' + b, \\ 170 = 2.5k' + b. \end{cases}$

解得 $k' = 80, b = -30$.

$\therefore y = 80x - 30$ ($1.5 \leq x \leq 2.5$).

(3) 当 $x = 2$ 时, $y = 80 \times 2 - 30 = 130$.

$\therefore 170 - 130 = 40$.

$\therefore$ 他们出发 2 小时时, 离目的地还有 40 千米.

(注:本题中对自变量取值范围不作要求)

单元评估检测

1. C 2. B

3. D 【解析】这个函数关系式是一个偶次无理式与分式的组合,这样 x 的取值必须使它们的组合有意义,即它们的公共取值,这样可得 $\begin{cases} x-3 \geq 0, \\ x-4 \neq 0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x \geq 3, \\ x \neq 4. \end{cases}$ 利用数轴观察4在 $x \geq 3$ 的范围内,为了使整个式子有意义,应在 $x \geq 3$ 的范围内去掉实数4.故取值范围是 $x \geq 3$ 且 $x \neq 4$.

4. C

5. C 【解析】观察图象得从第3分到第6分,这个时段汽车的速度保持为40 km/h,行驶的路程为: $40 \times \frac{3}{60} = 2$ (km/h),而不是120 km,要注意统一单位.

6. C

7. C 【解析】一次函数 $y = kx + k^2 + 1$ 中 $b = k^2 + 1$,而 $k^2 > 0, k^2 + 1 > 0$,故 $b > 0$.这样 $k > 0$ 或 $k < 0$.

① $k > 0, b > 0$,图象过第一、二、三象限;② $k < 0, b > 0$,图象过第一、二、四象限.

8. B 【解析】这就是一个把实际中的有关面积的问题抽象出函数图象.应保证所画函数图象的正确.仔细分析实际问题,确定面积在点 P 的运动过程中面积的变化规律.点 P 从 B 点出发此时面积为0,应从原点开始,显然C错误,当点 P 运动到 C 点时 $S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$,即面积由0逐渐到1,显然D错误.然后由 C 向 D 运动,点 P 不论在 CD 的什么位置, $S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$,故A错误,只剩下B.

9. 函数 10. $k \neq 0$ =

11. $x > 2$ 12. 3

13. $y = 5x + 10$ 【解析】此题为建立函数关系式的习题.这类问题就是根据题意列二元方程即可.学生票5元,有 x 人,所花费用为 $5x$ (元).成人票每张10元,就张老师1人,所花费用为10元,则总费用为 $(5x + 10)$ 元.

14. $\frac{10}{3}$ $\frac{11}{3}$

15. $y \geq 9$ 【解析】由 $\sqrt{x-2}$ 有意义得 $x \geq 2$,由 $y = 4x + 1$ 得 $x = \frac{y-1}{4}$,故 $\frac{y-1}{4} \geq 2$,解得 $y \geq 9$.

16. $y = -2x - 2$

17. 【解析】题目中的油箱内汽油总价等于油箱内汽油总量乘单价,或原有油的价钱加上再加入的汽油的价钱.

解:由题意可得 $y = (10 + x) \times 7.6 = 76 + 7.6x$ 或 $y = 10 \times 7.6 + x \times 7.6 = 7.6x + 76$.

因为油箱内已有汽油10 L,油箱一共能装30 L,故 x 的取值范围为 $0 \leq x \leq 20$.

故函数关系式是 $y = 7.6x + 76$,自变量 x 的取值范围为 $0 \leq x \leq 20$.

18. 解:(1)由题意,得批发蒜薹 $3x$ t,储藏后销售 $(200 - 4x)$ t,

则 $y = 3x \cdot (3\,000 - 700) + x \cdot (4\,500 - 1\,000) + (200 - 4x) \cdot (5\,500 - 1\,200) = -6\,800x + 860\,000$.

(2)由题意,得 $200 - 4x \leq 80$,解得 $x \geq 30$.

$\therefore y = -6\,800x + 860\,000, -6\,800 < 0$,

$\therefore y$ 的值随 x 的值增大而减小.

当 $x = 30$ 时,

$y_{\text{最大值}} = -6\,800 \times 30 + 860\,000 = 656\,000$ (元).

$\therefore$ 该生产基地按计划全部售完蒜薹获得的最大利润为656 000元.

19. 解:(1) $800 \times 3\,000 = 2\,400\,000$ (元).

政府出台补贴措施前,该市种植这种蔬菜的总收益额为2 400 000元.

(2)由图象知,种植面积 y 和政府补贴数额 x 之间是一次函数关系,设 $y = kx + b$,因为图象过 $(0, 800)$ 和 $(50, 1\,200)$,所以

$\begin{cases} b = 800, \\ 50k + b = 1\,200, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = 8, \\ b = 800. \end{cases}$ 所以 $y = 8x + 800$.

由图象知,每亩收益 z 和政府补贴数额 x 之间是一次函数关系,设 $z = k'x + b'$.

因为图象过 $(0, 3\,000)$ 和 $(100, 2\,700)$,所以

$\begin{cases} b' = 3\,000, \\ 100k' + b' = 2\,700, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k' = -3, \\ b' = 3\,000. \end{cases}$ 所以 $z = -3x + 3\,000$.

20. 【解析】(1)由图象可得甲厂的制版费为1千元,设

$y_{\text{甲}} = mx + n$,则 $2m + n = 2, n = 1, \therefore \begin{cases} m = \frac{1}{2}, \\ n = 1, \end{cases} \therefore y_{\text{甲}} =$

$\frac{1}{2}x + 1$.由图象得印刷2千个证书需2千元,其中制版

费1千元,故甲厂的证书印刷单价为 $\frac{1\,000}{2\,000} = 0.5$ (元).

(2)当 $x = 8$ 时,分别求出 $y_{\text{甲}}$ 与 $y_{\text{乙}}$,比较后得解.(3)甲厂应把每个证书的费用降低,使总费用至少降低到与乙厂费用相同才能揽下印刷任务.

解:(1)制版费1千元, $y_{\text{甲}} = \frac{1}{2}x + 1$,证书印刷单价是0.5元.

(2)把 $x = 6$ 代入 $y_{\text{甲}} = \frac{1}{2}x + 1$ 中得 $y_{\text{甲}} = 4$,当 $x \geq 2$ 时,设 $y_{\text{乙}}$ 与 x 之间的函数解析式为 $y_{\text{乙}} = kx + b$,由图知

$\begin{cases} 2k + b = 3, \\ 6k + b = 4, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b = \frac{5}{2}, \\ k = \frac{1}{4}, \end{cases}$ 所以 $y_{\text{乙}} = \frac{1}{4}x + \frac{5}{2}$.当 $x = 8$

时, $y_{\text{甲}} = \frac{1}{2} \times 8 + 1 = 5, y_{\text{乙}} = \frac{1}{4} \times 8 + \frac{5}{2} = \frac{9}{2}, 5 - \frac{9}{2} =$

0.5(千元).

即当印制8千个证书时,选择乙厂,节省费用500元.

(3)设甲厂每个证书的印刷费用最少降低 a 元,则 $8\,000a = 500$,所以 $a = 0.0625$.即甲厂每个证书印刷费最少降低0.0625元.

期末测评试题

1. D 【解析】由题意可知三线段4,4,9不能构成三角形;三线段4,9,9能构成三角形, $\therefore$ 等腰三角形的周长是22.

2. C 3. B

4. D 【解析】因为 $ab = 0$,所以 a, b 中至少一个为0,所以点 P 在坐标轴上.

