答案与解析

第1章 二次根式

1.1 二次根式

拔高题训练 →正文 P10

答案

1 B　2 C　3 $x\geqslant -3$ 且 $x\neq\frac{1}{2}$ 且 $x\neq 3$　4 2 020

5 解：由题意得 $\begin{cases}x^2-9\geqslant 0,\\ 9-x^2\geqslant 0,\\ x+3\neq 0,\end{cases}$ 解得 $x=3$，则 $y^3=\frac{6}{3+3}=1$，$y=1$，$\sqrt{x+y}=2$，2 的平方根是 $\pm\sqrt{2}$。

6 解：(1)当 $t=16$ 时，$d=7\times\sqrt{16-12}=7\times 2=14$。

即冰川消失 16 年后苔藓的直径是 14 cm。

(2)当 $d=35$ 时，$7\sqrt{t-12}=35$，$\therefore\sqrt{t-12}=5$，

$\therefore t-12=25$，$\therefore t=37$。

即如果测得一些苔藓的直径是 35 cm，则冰川约是在 37 年前消失的。

解析

1 $\because 3a$，b^2-1 都有可能是负数，-144 是负数，不能作为二次根式的被开方数，$\therefore$ 二次根式有 $\sqrt{15}$，$\sqrt{a^2+b^2}$，$\sqrt{m^2+20}$，共 3 个。

2 由题意得 $3x-2\geqslant 0$，$|x|-3\neq 0$，解得 $x\geqslant\frac{2}{3}$ 且 $x\neq 3$。

3 由题意得 $x+3\geqslant 0$ 且 $1-2x\neq 0$ 且 $x-3\neq 0$，解得 $x\geqslant -3$ 且 $x\neq\frac{1}{2}$ 且 $x\neq 3$。

4 由题意得 $a-2\ 020\geqslant 0$，则 $a\geqslant 2\ 020$，

原式变形为 $a-2\ 019+\sqrt{a-2\ 020}=a$，

则 $\sqrt{a-2\ 020}=2\ 019$，

则 $a=2\ 019^2+2\ 020$，则 $a-2\ 019^2=2\ 020$。

1.2 二次根式的性质

拔高题训练 →正文 P17

答案

1 B　2 D　3 $\frac{\sqrt{6a}}{3a}$　$\frac{7}{2}$　27　4 $2a$

5 (1)解：根据 a,b,c 为 $\triangle ABC$ 的三边，得到

$a+b+c>0$，$a-b-c<0$，$b-a-c<0$，$c-b-a<0$，

则原式 $=|a+b+c|+|a-b-c|+|b-a-c|-|c-b-a|=a+b+c+b+c-a+a+c-b-a-b+c=4c$。

(2)$\because m$ 是 $\sqrt{5}$ 的小数部分，$\therefore m=\sqrt{5}-2$，

$\therefore$ 原式 $=\sqrt{\left(m-\frac{1}{m}\right)^2}=\left|m-\frac{1}{m}\right|$。

$\because m=\sqrt{5}-2$，

$\therefore\frac{1}{m}=\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\sqrt{5}+2$，即 $\frac{1}{m}>m$，$\therefore m-\frac{1}{m}<0$，

$\therefore$ 原式 $=-\left(m-\frac{1}{m}\right)=-m+\frac{1}{m}=-(\sqrt{5}-2)+\sqrt{5}+2=4$。

6 解：(1)$\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)}=\frac{1}{5}\sqrt{\frac{5}{24}}$，

验证：$\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)}=\sqrt{\frac{1}{4\times 5\times 6}}=\sqrt{\frac{5}{4\times 5^2\times 6}}=\frac{1}{5}\sqrt{\frac{5}{24}}$。

(2)$\sqrt{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)}=\frac{1}{n+1}\sqrt{\frac{n+1}{n(n+2)}}$，

验证：$\sqrt{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)}=\sqrt{\frac{1}{n(n+1)(n+2)}}=\sqrt{\frac{n+1}{n(n+1)^2(n+2)}}=\frac{1}{n+1}\sqrt{\frac{n+1}{n(n+2)}}$。

解析

1 最简二次根式为 $\sqrt{x^2+2}$，$\sqrt{x^2+y^2}$。

2 $\because m>0$，$-mn^3\geqslant 0$，$\therefore n\leqslant 0$，$\therefore\sqrt{-mn^3}=\sqrt{-m\cdot n\cdot n^2}=|n|\sqrt{-mn}=-n\sqrt{-mn}$。

3 $\sqrt{\frac{2}{3a}}=\sqrt{\frac{2\cdot 3a}{3a\cdot 3a}}=\frac{\sqrt{6a}}{3a}$；$\sqrt{5\frac{1}{16}\times 2\frac{34}{81}}=\sqrt{\frac{81}{16}\times\frac{196}{81}}=\sqrt{\frac{49}{4}}=\frac{7}{2}$；$\sqrt{\frac{27^{10}+9^{10}}{27^8+9^7}}=\sqrt{\frac{3^{30}+3^{20}}{3^{24}+3^{14}}}=\sqrt{\frac{3^{20}(3^{10}+1)}{3^{14}(3^{10}+1)}}=\sqrt{3^6}=27$。

4 $\because -1<a<0$，$\therefore a+\frac{1}{a}<0$，$a-\frac{1}{a}>0$，

$\therefore$ 原式 $=\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}-\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}=a-\frac{1}{a}+a+\frac{1}{a}=2a$。

1.3 二次根式的运算

拔高题训练 → 正文 P28

答案

1 B　2 A

3 $\frac{21}{4}$　4 $\frac{\sqrt{2\,019}-1}{2}$

5 解:$\because a=\sqrt{3}-\sqrt{2},b=\sqrt{3}+\sqrt{2}$,

$\therefore a+b=2\sqrt{3},a-b=-2\sqrt{2},ab=1$,

$\therefore$ 原式 $=a^2+3ab+b^2-a+b$

$=a^2+2ab+b^2-a+b+ab$

$=(a+b)^2-(a-b)+ab$

$=(2\sqrt{3})^2-(-2\sqrt{2})+1=13+2\sqrt{2}$。

6 解:(1) $\frac{2}{3\sqrt{3}}=\frac{2\times\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{9}$。

(2) $\frac{1}{2-\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=2+\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{2}=2+2\sqrt{3}+\sqrt{2}$。

(3) $\sqrt{2\,018}-\sqrt{2\,017}<\sqrt{2\,017}-\sqrt{2\,016}$,

理由:$\because \sqrt{2\,018}-\sqrt{2\,017}=\frac{1}{\sqrt{2\,018}+\sqrt{2\,017}}$,

$\sqrt{2\,017}-\sqrt{2\,016}=\frac{1}{\sqrt{2\,017}+\sqrt{2\,016}}$,

$\sqrt{2\,018}+\sqrt{2\,017}>\sqrt{2\,017}+\sqrt{2\,016}$,

$\therefore \frac{1}{\sqrt{2\,018}+\sqrt{2\,017}}<\frac{1}{\sqrt{2\,017}+\sqrt{2\,016}}$,

$\therefore \sqrt{2\,018}-\sqrt{2\,017}<\sqrt{2\,017}-\sqrt{2\,016}$。

解析

1 A. $3\sqrt{10}$与$2\sqrt{5}$不是同类二次根式,不能合并,此选项错误;B. $\sqrt{\frac{7}{11}}\times\left(\sqrt{\frac{11}{7}}\div\sqrt{\frac{1}{11}}\right)=\sqrt{\frac{7}{11}}\times\sqrt{\frac{11}{7}\times 11}=\sqrt{\frac{7}{11}\times\frac{11}{7}\times 11}=\sqrt{11}$,此选项正确;C. $(\sqrt{75}-\sqrt{15})\div\sqrt{3}=(5\sqrt{3}-\sqrt{15})\div\sqrt{3}=5-\sqrt{5}$,此选项错误;D. $\frac{1}{3}\sqrt{18}-3\sqrt{\frac{8}{9}}=\sqrt{2}-2\sqrt{2}=-\sqrt{2}$,此选项错误。

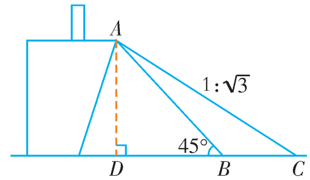
2 过点 A 作 $AD\perp CB$,交 CB 的延长线于点 D。

$\because \angle ABD=45°$,$\therefore AD=BD$。

$\because AB=4\sqrt{2}$,$\therefore$ 根据勾股定理得 $AD=BD=4$。

$\because$ 新传送带 AC 的坡比 $i=1:\sqrt{3}$,$\therefore \frac{AD}{DC}=\frac{4}{DC}=\frac{1}{\sqrt{3}}$,

则 $DC=4\sqrt{3}$,故 $AC=\sqrt{AD^2+DC^2}=8$ m。



第 2 题图

3 $\because \sqrt{\frac{1}{8}}+\sqrt{8}+\sqrt{18}=\frac{\sqrt{2}}{4}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=\frac{21}{4}\sqrt{2}$,

$\therefore \frac{21}{4}\sqrt{2}=(a+b)\sqrt{2}$,$\therefore a+b=\frac{21}{4}$。

4 原式 $=\frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)+\frac{1}{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3})+\frac{1}{2}(\sqrt{7}-\sqrt{5})+\cdots+\frac{1}{2}(\sqrt{2\,017}-\sqrt{2\,015})+\frac{1}{2}(\sqrt{2\,019}-\sqrt{2\,017})$

$=\frac{1}{2}(\sqrt{3}-1+\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{5}+\cdots+\sqrt{2\,017}-\sqrt{2\,015}+\sqrt{2\,019}-\sqrt{2\,017})$

$=\frac{\sqrt{2\,019}-1}{2}$。

第 2 章 一元二次方程

2.1 一元二次方程

拔高题训练 → 正文 P37

答案

1 A　2 B　3 0

4 $x^2-40x+400=0$

5 解:将 $x^2-3x+1=0$ 两边同时除以 x,得 $x+\frac{1}{x}=3$,

$\therefore x^2+\frac{1}{x^2}-2\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2-2\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=3^2-2-2\times 3$

$=1$。

6 解:两位同学的解法都不正确,均考虑不全面。正确的解法如下:

已知方程 $x^{2a+b}-3x^{a-b}+1=0$ 是关于 x 的一元二次方程,

则 $\begin{cases}2a+b=2,\\a-b=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2a+b=2,\\a-b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2a+b=2,\\a-b=0\end{cases}$

或 $\begin{cases}2a+b=1,\\a-b=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2a+b=0,\\a-b=2\end{cases}$。

解得 $\begin{cases}a=\dfrac{4}{3},\\ b=-\dfrac{2}{3}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=1,\\ b=0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\dfrac{2}{3},\\ b=\dfrac{2}{3}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=1,\\ b=-1\end{cases}$

或 $\begin{cases}a=\dfrac{2}{3},\\ b=-\dfrac{4}{3}\end{cases}$。

解析

1 ①$ax^2+bx+c=0$,当 $a=0$ 时不是一元二次方程;②$3(x-9)^2-(x+1)^2=1$ 是一元二次方程;③$x^2+\frac{1}{x}+5=0$ 是分式方程,不是一元二次方程;④$x^2-2+5x^3-6=0$ 是一元三次方程;⑤$3x^2=3(x-2)^2$ 是一元一次方程;⑥$12x-10=0$ 是一元一次方程。

2 ∵ x_0 是方程 $ax^2+2x+c=0(a\neq0)$ 的一个根,∴ $ax_0^2+2x_0+c=0$,即 $ax_0^2+2x_0=-c$,则 $N-M=(ax_0+1)^2-(1-ac)=a^2x_0^2+2ax_0+1-1+ac=a(ax_0^2+2x_0)+ac=-ac+ac=0$,∴ $M=N$。

3 由方程的解的定义得出 $a^2-3a+1=0$,即 $a^2-3a=-1$,$a^2+1=3a$,整体代入,计算可得,原式 $=-1+1=0$。

4 根据矩形区域 $ABCD$ 的面积 $=AB\cdot BC=300$ 建立方程 $3\left(-\frac{1}{4}x+10\right)\cdot x=300$。

2.2 一元二次方程的解法

拔高题训练 → 正文 P49

答案

1 B　2 C
3 $-1+\sqrt{17}$　$-1-\sqrt{17}$　4 13

5 解:设 $t=x^2+y^2\geqslant0$,
∴ $(t-4)(t+2)=7$,
$t^2-2t-15=0$,
解得 $t_1=5$,$t_2=-3$(舍去),
∴ $x^2+y^2=5$。

6 (1)证明:$\Delta=(m+2)^2-8m=m^2-4m+4=(m-2)^2$,
∵ 不论 m 为何值时,$(m-2)^2\geqslant0$,
∴ $\Delta\geqslant0$,即不论 m 为何值,方程总有实数根;
(2)解:解方程得,$x=\dfrac{m+2\pm(m-2)}{2m}$,
$x_1=\dfrac{2}{m}$,$x_2=1$。
∵ 方程有两个不相等的正整数根,
∴ $m=1$ 或 2,$m=2$ 不合题意,
∴ $m=1$。

解析

1 分类讨论:当 $k=0$,方程变形为 $-x+4=0$,此一元一次方程有解;当 $k\neq0$,$\Delta=(-1)^2-4\times k\times4\geqslant0$,方程有两个实数解,得到 $k\leqslant\frac{1}{16}$ 且 $k\neq0$,然后综合两种情况即可得到实数 k 的取值范围。

2 移项后分解因式求出方程的解。$5x(3x-12)=10(3x-12)$,$5x(3x-12)-10(3x-12)=0$,$(3x-12)(5x-10)=0$,则 $5x-10=0$ 或 $3x-12=0$,解得 $x_1=2$,$x_2=4$。

3 化简得 $x^2+2x-16=0$,∴ $x^2+2x=16$。
∴ $(x+1)^2=17$。
∴ $x_1=-1+\sqrt{17}$,$x_2=-1-\sqrt{17}$。

4 将原方程分解因式得 $(x-2)(x-4)=0$,则 $x-2=0$ 或 $x-4=0$,解得 $x_1=2$,$x_2=4$,当 $x=2$ 时,$2+3<6$,不符合三角形的三边关系定理,所以 $x=2$ 舍去,当 $x=4$ 时,符合三角形的三边关系定理,三角形的周长是 $3+6+4=13$。

2.3 一元二次方程的应用

拔高题训练 → 正文 P58

答案

1 C　2 D　3 8　729
4 0.4

5 解:(1)假设能,设 AB 的长度为 x m,则 BC 的长度为 $(32-2x)$ m,根据题意得 $x(32-2x)=126$,解得 $x_1=7$,$x_2=9$,
∴ $32-2x=18$ 或 $32-2x=14$,
∴ 假设成立,即长为 18 m、宽为 7 m 或长为 14 m、宽为 9 m。
(2)假设能,设 AB 的长度为 y m,则 BC 的长度为 $(36-2y)$ m,根据题意得 $y(36-2y)=170$,整理得 $y^2-18y+85=0$。
∵ $\Delta=(-18)^2-4\times1\times85=-16<0$,
∴ 该方程无解,
∴ 假设不成立,即若篱笆再增加 4 m,围成的矩形花圃面积不能达到 170 m^2。

6 解:(1)设经过 x s,使△PBQ 的面积等于 8 cm^2,依

题意有$\frac{1}{2}(6-x)\cdot 2x=8$，解得$x_1=2$，$x_2=4$，经检验，$x_1$，$x_2$均符合题意。

故经过 2 s 或 4 s，$\triangle PBQ$的面积等于 8 cm^2；

(2)假设能，设经过 y s，线段 PQ 将$\triangle ABC$分成面积相等的两部分，依题意有$\triangle ABC$的面积$=\frac{1}{2}\times 6\times 8=24$，$\frac{1}{2}(6-y)\cdot 2y=12$，$y^2-6y+12=0$，

$\because \Delta=b^2-4ac=36-4\times 12=-12<0$，

$\therefore$ 此方程无实数根。

$\therefore$ 假设不成立，线段 PQ 不能将$\triangle ABC$分成面积相等的两部分；

(3)①点 P 在线段 AB 上，点 Q 在线段 CB 上，

设经过 m s$(0<m<4)$，依题意有$\frac{1}{2}(6-m)(8-2m)=1$，

$m^2-10m+23=0$，解得$m_1=5+\sqrt{2}$，$m_2=5-\sqrt{2}$，

经检验，$m_1=5+\sqrt{2}$不符合题意，舍去，$\therefore m=5-\sqrt{2}$；

②点 P 在线段 AB 上，点 Q 在射线 CB 上，

设经过 n s$(4<n<6)$，依题意有$\frac{1}{2}(6-n)(2n-8)=1$，

$n^2-10n+25=0$，解得$n_1=n_2=5$，经检验，$n=5$符合题意。

③点 P 在射线 AB 上，点 Q 在射线 CB 上，

设经过 k s$(k>6)$，依题意有$\frac{1}{2}(k-6)(2k-8)=1$，

$k^2-10k+23=0$，解得$k_1=5+\sqrt{2}$，$k_2=5-\sqrt{2}$，

经检验，$k_2=5-\sqrt{2}$不符合题意，舍去，$\therefore k=5+\sqrt{2}$；

综上所述，经过$(5-\sqrt{2})$ s，5 s，$(5+\sqrt{2})$ s 后，$\triangle PBQ$的面积为 1 cm^2。

解析

1 每两个队之间要进行两场比赛，设有 x 个足球队，比赛场次共有$x(x-1)=20$场，整理，得$x^2-x-20=0$，$(x-5)(x+4)=0$，解得$x_1=5$，$x_2=-4$(舍去)，即共有 5 个足球队参加比赛。

2 设每千克水果应涨价 x 元，则日销售量将减少 $20x$ kg，再由盈利额=每千克盈利×日销售量，得$(500-20x)(10+x)=6\ 000$，整理，得$x^2-15x+50=0$，解方程得$x_1=5$，$x_2=10$，因此每千克水果应涨价 5 元或 10 元。

3 设每轮传染中平均一个人传染了 x 个人，在第二轮传染中作为传染源的有$(1+x)$人，则第二轮得病的有$x(1+x)$人，则两轮后有$1+x+x(1+x)$人得病。根据题意列出方程$1+x+x(1+x)=81$，即$(1+x)^2=81$，解方程得$x_1=8$，$x_2=-10$(舍去)。经三轮传播，将有$(1+x)^3=(1+8)^3=729$人被感染。

4 设 x s 后，P，Q 间的距离等于 $4\sqrt{2}$ cm，则 $AP=x$ cm，$BQ=2x$ cm，$\therefore BP=(6-x)$(cm)。由勾股定理，得$(6-x)^2+(2x)^2=(4\sqrt{2})^2$，解得$x_1=0.4$，$x_2=2$(舍去)。

2.4 一元二次方程根与系数的关系(选学)

拔高题训练 正文 P64

答案

1 D **2** A **3** 3 **4** 9

5 解：(1)$\because$ 原方程有两个不相等的实数根，$\therefore b^2-4ac=(2k+1)^2-4(k^2+1)>0$，解得：$k>\frac{3}{4}$，即实数 k 的取值范围是$k>\frac{3}{4}$。

(2)由根与系数的关系，得$x_1+x_2=-(2k+1)$，$x_1x_2=k^2+1$，$\because$ 方程两实根x_1，x_2满足$x_1+x_2=-x_1x_2$，$\therefore -(2k+1)=-(k^2+1)$，解得$k_1=0$，$k_2=2$，$\because k>\frac{3}{4}$，$\therefore k$ 的值为 2。

6 解：(1)$\because x_1$，x_2是一元二次方程$4kx^2-4kx+k+1=0$的两个实数根，$\therefore x_1+x_2=1$，$x_1x_2=\frac{k+1}{4k}$。

$\therefore (2x_1-x_2)(x_1-2x_2)=2x_1^2-4x_1x_2-x_1x_2+2x_2^2$

$=2(x_1+x_2)^2-9x_1x_2=2\times 1^2-9\times\frac{k+1}{4k}$

$=2-\frac{9(k+1)}{4k}$。

若$2-\frac{9(k+1)}{4k}=-\frac{3}{2}$成立，则$k=\frac{9}{5}$。

$\because \Delta=16k^2-4\times 4k(k+1)=-16k>0$，$\therefore k<0$。

$\because k=\frac{9}{5}$，$\therefore$ 矛盾，$\therefore$ 不存在这样的 k 值；

(2)原式$=\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}-2=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}-2=\frac{(x_1+x_2)^2}{x_1x_2}-4=-\frac{4}{k+1}$，

$\therefore k+1=1$或-1，或 2，或-2，或 4，或-4，

解得 $k=0$ 或 $-2,1,-3,3,-5$。

$\because k<0,\therefore k=-2,-3$ 或 -5;

(3)$\because k=-2,\lambda=\frac{x_1}{x_2},x_1+x_2=1$,

$\therefore \lambda x_2+x_2=1,x_2=\frac{1}{\lambda+1},x_1=\frac{\lambda}{\lambda+1}$。

$\because x_1x_2=\frac{k+1}{4k}=\frac{1}{8}$,

$\therefore \frac{\lambda}{(\lambda+1)^2}=\frac{1}{8},\therefore \lambda=3\pm2\sqrt{2}$。

解析

1 利用根与系数的关系得 $x_1+x_2=-\frac{2}{2}=-1$,$x_1x_2=-\frac{1}{2}$,故A,B选项错误;$\because x_1+x_2<0$,$x_1x_2<0,\therefore x_1,x_2$ 异号,且负数的绝对值大,故C选项错误;$\because x_1$ 为一元二次方程 $2x^2+2x-1=0$ 的根,$\therefore 2x_1{}^2+2x_1-1=0,\therefore x_1{}^2+x_1=\frac{1}{2}$,故D选项正确。

2 由题可知,$x_1+x_2=4$,

$\therefore x_1+3x_2=x_1+x_2+2x_2=4+2x_2=5$,

$\therefore x_2=\frac{1}{2},\therefore x_1=\frac{7}{2},\therefore m=x_1\cdot x_2=\frac{1}{2}\times\frac{7}{2}=\frac{7}{4}$。

3 将 $n^2+2n-1=0$ 变形为 $\frac{1}{n^2}-\frac{2}{n}-1=0$,据此可得 $m,\frac{1}{n}$ 是方程 $x^2-2x-1=0$ 的两根,由根与系数的关系得 $m+\frac{1}{n}=2$,代入代数式中有 $\frac{mn+n+1}{n}=m+1+\frac{1}{n}=2+1=3$。

4 根据根与系数的关系得 $\alpha+\beta=2,\alpha\beta=-m+1$,由 $|\alpha|+|\beta|=6$,推得 $\alpha\beta<0$,由 $\alpha+\beta=2$ 得 $\alpha^2+\beta^2=4-2\alpha\beta$,由 $|\alpha|+|\beta|=6$ 得 $\alpha^2+\beta^2=36-2|\alpha\beta|$,于是 $4-2\alpha\beta=36-2|\alpha\beta|=36+2\alpha\beta$,从而得到 $\alpha\beta=-8$,即 $-m+1=-8$,所以 $m=9$。

第3章 数据分析初步

3.1 平均数

拔高题训练 正文 P76

答案

1 C　2 B　3 4
4 41

5 解:(1)该店本周的日平均营业额为 $7\ 560\div7=1\ 080$(元);

(2)因为在星期一至星期日的营业额中,星期六、星期日的营业额明显高于其他五天的营业额,所以去掉星期六、星期日的营业额对平均数的影响较大。故用该店本周星期一到星期五的日平均营业额估计当月的营业总额不合理。

方案:用该店本星期一到星期日的日平均营业额估计当月的营业总额,

当月的营业总额为 $30\times1\ 080=32\ 400$(元)。

6 解:(1)甲的演讲答辩得分 $=\frac{90+92+94}{3}=92$(分),

甲的民主测评得分 $=40\times2+7\times1+3\times0=87$(分),

当 $a=0.6$ 时,甲的综合得分 $=92\times(1-0.6)+87\times0.6=36.8+52.2=89$(分)。

答:当 $a=0.6$ 时,甲的综合得分是89分;

(2)$\because$ 乙的演讲答辩得分 $=\frac{89+87+91}{3}=89$(分),

乙的民主测评得分 $=42\times2+4\times1+4\times0=88$(分),

$\therefore$ 乙的综合得分为:$89(1-a)+88a$,甲的综合得分为:$92(1-a)+87a$,

当 $92(1-a)+87a>89(1-a)+88a$ 时,即有 $a<\frac{3}{4}$,

又 $0.5\leqslant a\leqslant0.8,\therefore 0.5\leqslant a<0.75$ 时,甲的综合得分高;

当 $92(1-a)+87a<89(1-a)+88a$ 时,即有 $a>\frac{3}{4}$,

又 $0.5\leqslant a\leqslant0.8,\therefore 0.75<a\leqslant0.8$ 时,乙的综合得分高。

答:当 $0.5\leqslant a<0.75$ 时,甲的综合得分高,$0.75<a\leqslant0.8$ 时,乙的综合得分高。

解析

1 这批果子的单个质量为:$(0.28+0.26+0.24+0.23+0.25+0.24+0.26+0.26+0.25+0.23)\div10=0.25$(kg),$(0.28+0.26+0.24+0.23+0.25+0.24+0.26+0.26+0.25+0.23)\div2\times80=100$(kg),$\therefore$ 这批果子的总质量约为100 kg。

2 根据加权平均数的概念分别计算出3人的各自成绩。先求出采访写作、计算机和创意设计这三项的权重比是3:5:2各自的成绩,然后再求出这三项权重比是5:3:2各自的成绩,进行比较。

3 一组数据 x_1,x_2,x_3,x_4,x_5 的平均数是2,有 $\frac{1}{5}(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)=2$,那么另一组数据 $3x_1-2$,

$3x_2-2,3x_3-2,3x_4-2,3x_5-2$ 的平均数是$\frac{1}{5}(3x_1-2+3x_2-2+3x_3-2+3x_4-2+3x_5-2)=4$。

4 $\frac{20\times9+30\times12+50\times16+100\times3}{9+12+16+3}=41$(元)。

3.2 中位数和众数

拔高题训练 正文 P83

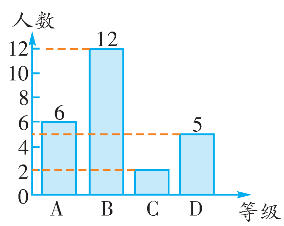
答案

1 A　2 B　3 1.5　4 25　25

5 解:(1)3　5　2　2　(2)26　25　24　(3)不能。因为此时众数 26 万元 > 中位数 25 万元。(或:因为从统计表中可知 20 名营业员中,只有 9 名达到或超过目标,不到半数)

6 解:(1)一班 C 等级的人数为 $25-6-12-5=2$(人),补全统计图如下:

一班竞赛成绩统计图



第 6 题图

(2)一班的平均数 $a=\frac{1}{25}(6\times10+12\times9+2\times8+5\times7)=8.76$(分),

一班的中位数落在 B 等级,故 $b=9$(分),

二班的中位数落在 C 等级,故 $c=8$(分),

二班的 A 等级所占百分比最大,故众数 $d=10$(分)。

(3)①从平均数的角度看,两班成绩一样,从中位数的角度看一班比二班的成绩好,所以一班成绩好。②从平均数的角度看两班成绩一样,从众数的角度看二班比一班的成绩好,所以二班成绩好。

解析

1 由扇形统计图可知,购买课外书花费为 100 元的同学有:$20\times10\%=2$(人),购买课外书花费为 80 元的同学有 $20\times25\%=5$(人),购买课外书花费为 50 元的同学有 $20\times40\%=8$(人),购买课外书花费为 30 元的同学有 $20\times20\%=4$(人),购买课外书花费为 20 元的同学有 $20\times5\%=1$(人),20 个数据为 100,100,80,80,80,80,80,50,50,50,50,50,50,50,50,30,30,30,30,20,在这 20 位同学中,本学期购买课外书的花费的众数为 50 元,中位数为 $(50+50)\div2=50$(元)。

2 ∵ 公司共有 51 名员工(包括经理),∴ 公司员工工资的中位数是某一员工的工资额。∵ 经理的工资高于其他员工的工资,∴ 工资的中位数不等于经理的工资额。∵ 今年经理的工资由去年的 10 万增加到 12.5 万元,而其他员工的工资同去年一样,∴ 这家公司所有员工今年工资的平均数和中位数与去年相比将会平均数增加,中位数不变。

3 由题意知 $3+4+1+a+2+a=2\times6$,解得 $a=1$。则这组数据为 1,1,1,2,3,4,所以这组数据的中位数是$\frac{1+2}{2}=1.5$。

4 设每份的人数是 x 人,则捐款 25 元的有 $8x$ 人,捐款 30 元的有 $6x$ 人,由题意,得 $8x+6x=42$,解得 $x=3$。∴ 捐款 10 元的有 9 人,捐款 15 元的有12 人,捐款 20 元的有 15 人,捐款 25 元的有 24 人,捐款 30 元的有 18 人。∴ 一共调查的人数有 $9+12+15+24+18=78$ 人。在这组数据中,25 出现的次数最多,∴ 这组数据的众数是 25。这组数据一共有 78 个数,处在最中间的两个数的平均数是 25,∴ 这组数据的中位数是 25。

3.3 方差和标准差

拔高题训练 正文 P91

答案

1 B　2 C　3 6　4 0.9

5 解:(1)把甲班的成绩从小到大排列为:94,98,100,103,105,则甲班的中位数为 100,把乙班的成绩从小到大排列为:95,97,99,100,109,则乙班的中位数为 99;甲班的平均数是:$\frac{1}{5}(94+98+100+103+105)=100$(分),$S^2_{甲}=\frac{1}{5}[(94-100)^2+(98-100)^2+(100-100)^2+(103-100)^2+(105-100)^2]=14.8$,

乙班的平均数是:$\frac{1}{5}(95+97+99+100+109)=100$(分),$S^2_{乙}=\frac{1}{5}[(95-100)^2+(97-100)^2+(99-100)^2+(100-100)^2+(109-100)^2]=23.2$;

(2)从方差看,甲班成绩稳定,应该定甲班为冠军。

6 解:(1)如下表:

	平均数	中位数	众数	方差	命中 8 个以上(含 8 个)的次数
A	7	8	9	7	3
B	7	7	7	$\frac{1}{3}$	1

(2)从平均数看,两人平均数相同,则 A、B 两人的成绩一样好;从中位数看,A 的中位数大,所以 A 的成绩较好;从众数看,A 的众数大,所以 A 的成绩较好;从方差看,B 的方差小,所以 B 的成绩更稳定。从命中 8 个以上(含 8 个)的次数看,A 的次数多,所以 A 的成绩较好。综上分析,应选派 A 参赛。

解析

1 这组数据中出现次数最多的是 2.4,∴ 众数是 2.4,选项 A 不符合题意;

∵ $(2.3+2.4+2.5+2.4+2.4)\div5=2.4$,∴ 这组数据的平均数是 2.4,∴ 选项 B 符合题意;

2.5,2.4,2.4,2.4,2.3 的中位数是2.4,∴ 选项 C 不符合题意。

$\frac{1}{5}\times[(2.3-2.4)^2+(2.4-2.4)^2+(2.5-2.4)^2+(2.4-2.4)^2+(2.4-2.4)^2]=0.004$。∴ 这组数据的方差是 0.004,标准差是 $\sqrt{0.004}\neq0.1$,∴ 选项 D 不符合题意。

2 已知他们平均每人捐 5 本,得$\bar{x}=5$。众数是 5,中位数是 5。方差是$\frac{1}{6}\times[(7-5)^2+(6-5)^2+2\times(5-5)^2+(4-5)^2+(3-5)^2]=\frac{5}{3}$。

3 ∵ 数据 $m,n,6$ 与 $1,m,2n,7$ 的平均数都是 6,

∴ $\begin{cases}\frac{m+n+6}{3}=6,\\ \frac{1+m+2n+7}{4}=6。\end{cases}$ 解得$\begin{cases}m=8,\\ n=4。\end{cases}$

∴ 这组新数据的方差是:

$\frac{(8-6)^2+(4-6)^2+(6-6)^2+(1-6)^2+(8-6)^2+(8-6)^2+(7-6)^2}{7}=6$。

4 由方差的计算公式可得 $S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]=\frac{1}{n}[x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2+n\bar{x}^2-2\bar{x}(x_1+x_2+\cdots+x_n)]=\frac{1}{n}\cdot(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2+n\bar{x}^2-2n\bar{x}^2)=\frac{1}{n}(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2)-\bar{x}^2=\frac{56}{40}-\frac{1}{2}=1.4-0.5=0.9$。

第 4 章 平行四边形

4.1 多边形

拔高题训练 正文 P101

答案

1 A **2** C **3** 4 **4** 14

5 解:设这个多边形的边数是 n。

根据题意得$\frac{1}{2}n\cdot(n-3)=3n$,解得 $n=9$。

∴ 这个多边形的边数是 9。

6 解:(1)①125

②$\angle B+\angle C+2\angle DOE=360°$。理由:

∵ $\angle DOE=\angle OAD+\angle ADO$。

∵ AE,DO 分别平分$\angle BAD$,$\angle CDA$,

∴ $2\angle DOE=\angle BAD+\angle ADC$。

∵ $\angle B+\angle C+\angle BAD+\angle ADC=360°$,

∴ $\angle B+\angle C+2\angle DOE=360°$。

(2)$\angle B+\angle C=2\angle DOE$。

解析

1 ∵ $\angle1$、$\angle2$、$\angle3$、$\angle4$ 的外角的角度和为 210°,

∴ $\angle1+\angle2+\angle3+\angle4+210°=4\times180°$。

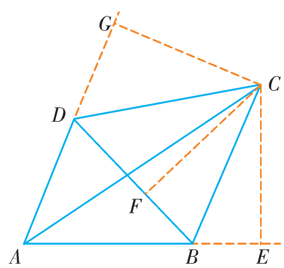
∴ $\angle1+\angle2+\angle3+\angle4=510°$。

∵ 五边形 $OAGFE$ 内角和 $=(5-2)\times180°=540°$,

∴ $\angle1+\angle2+\angle3+\angle4+\angle BOD=540°$。

∴ $\angle BOD=540°-510°=30°$。

2 如图,过 C 作 $CE\perp AB$,垂足为点 E,$CF\perp BD$,垂足为点 F,$CG\perp AD$,垂足为点 G。



第 2 题图

∵ $\angle ABD=52°$,$\angle ABC=116°$,

∴ $\angle DBC=\angle CBE=64°$。

∴ BC 平分$\angle DBE$。∴ $CE=CF$。

又∵ AC 平分$\angle BAD$,∴ $CE=CG$。∴ $CF=CG$。

又∵ $CG\perp AD$,$CF\perp DB$,∴ DC 平分$\angle BDG$。

$\because \angle CBE$ 是 $\triangle ABC$ 的外角，$\angle DBE$ 是 $\triangle ABD$ 的外角，$\therefore \angle ACB = \angle CBE - \angle CAB = \frac{1}{2}(\angle DBE - \angle DAB) = \frac{1}{2}\angle ADB$。

$\therefore \angle ADB = 2\angle ACB = 2\alpha$，$\therefore \angle BDG = 180° - 2\alpha$。

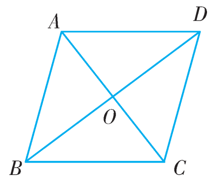
$\therefore \angle BDC = \frac{1}{2}\angle BDG = 90° - \alpha$。

3 $\because$ 对角线 AC 平分 $\angle BAD$，

$\therefore \angle BAO = \angle DAO$。

在 $\triangle BAO$ 与 $\triangle DAO$ 中，

$\begin{cases} AB = AD, \\ \angle BAO = \angle DAO, \\ AO = AO, \end{cases}$



第 3 题图

$\therefore \triangle BAO \cong \triangle DAO$(SAS)。

$\therefore \angle BOA = \angle DOA$。$\therefore AC \perp BD$。

$\because AC = 8$，$S_{四边形ABCD} = 16$，$\therefore BD = 16 \times 2 \div 8 = 4$。

4 减去一个三角形，去掉 180°，$\angle P = 60°$，所以原多边形内角和是 2 040° + 120° = 2 160°，所以 $n = 14$。

4.2 平行四边形及其性质

拔高题训练

正文 P109

答案

1 C **2** B **3** $(-3,5)$ **4** 20°

5 解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，周长为 18，

$\therefore AB = CD$，$BC = AD$，$OA = OC$，$AD \parallel BC$。

$\therefore CD + AD = 9$，$\angle OAE = \angle OCF$。

在 $\triangle AEO$ 和 $\triangle CFO$ 中，$\begin{cases} \angle OAE = \angle OCF, \\ OA = OC, \\ \angle AOE = \angle COF, \end{cases}$

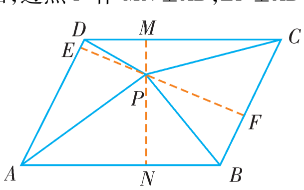
$\therefore \triangle AEO \cong \triangle CFO$(ASA)。

$\therefore OE = OF = 1.5$，$AE = CF$，

则四边形 $EFCD$ 的周长 $= ED + CD + CF + EF = (DE + CF) + CD + EF = AD + CD + EF = 9 + 3 = 12$。

6 解：(1)42

(2)①如图，过点 P 作 $MN \perp AB$，$EF \perp AD$，



第 6 题图

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB = CD$，$AB \parallel CD$，$AD = BC$，$AD \parallel BC$。

又 $\because MN \perp AB$，$EF \perp AD$，$\therefore MN \perp CD$，$EF \perp BC$。

$\because S_{\triangle APB} + S_{\triangle CDP} = \frac{1}{2}CD \cdot MP + \frac{1}{2}AB \cdot PN = \frac{1}{2}AB \cdot MN$，$\therefore S_{\triangle APB} + S_{\triangle CDP} = \frac{1}{2}S_{四边形ABCD}$，

同理可得 $S_{\triangle ADP} + S_{\triangle CBP} = \frac{1}{2}S_{四边形ABCD}$。

$\therefore S_{\triangle APB} + S_{\triangle CDP} = S_{\triangle ADP} + S_{\triangle CBP}$。

②42

(3)①$S_{\triangle APB} - S_{\triangle DPC} = S_{\triangle BPC} + S_{\triangle APD}$。

②$\because S_{\triangle APB} - S_{\triangle CDP} = \frac{1}{2}S_{四边形ABCD}$，

$S_{四边形ADPC} - S_{\triangle PDC} = S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}S_{四边形ABCD}$，

$\therefore S_{\triangle APB} - S_{\triangle CDP} = S_{四边形ADPC} - S_{\triangle PDC}$。

$\therefore 60 - S_{\triangle CDP} = S_{\triangle ADP} + S_{\triangle APC} - S_{\triangle PDC}$。

$S_{\triangle APC} = 42$。

解析

1 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$，$AB = CD$，即 $AB \parallel CE$，

$\therefore \angle ABF = \angle E$。

$\because DE = CD$，$\therefore AB = DE$。

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DEF$ 中，$\begin{cases} \angle ABF = \angle E, \\ \angle AFB = \angle DFE, \\ AB = DE, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DEF$(AAS)，$\therefore AF = DF$。

2 $\because$ ▱$ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O，

$\therefore BO = DO$，$AO = CO$。

$\because AB \perp AC$，$AB = 4$，$BC = 2\sqrt{13}$，

$\therefore AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 6$。

$\therefore OA = \frac{1}{2}AC = 3$。

$\therefore OB = \sqrt{AB^2 + OA^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$，

$\therefore BD = 2BO = 10$。

3 $\because$ ▱$ABCD$ 在平面直角坐标系中，$A(-2,0)$，$B(4,0)$，$C(3,5)$，$\therefore$ 点 D 的横坐标 $= 3 - (4 + 2) = -3$，即点 D 的坐标为 $(-3,5)$。

4 $\because$ ▱$ABCD$ 与 ▱$DCFE$ 的周长相等，

$\therefore AD = DE$。

$\therefore \angle DAE = \angle DEA$。$\because \angle BAD = 60°$，$\angle F = 100°$，

$\therefore \angle ADC = 120°$，$\angle CDE = \angle F = 100°$。

$\therefore \angle ADE = 360° - 120° - 100° = 140°$。

$\therefore \angle DAE = (180° - 140°) \div 2 = 20°$。

4.3 中心对称

拔高题训练 正文 P116

答案

1 D　2 A　3 6　4 $x=-2$

5 解:(1)点 A 的坐标为 $(4,3)$,点 P 的坐标为 $(-4,-3)$;点 B 的坐标为 $(3,1)$,点 Q 的坐标为 $(-3,-1)$;点 C 的坐标为 $(1,2)$,点 R 的坐标为 $(-1,-2)$。

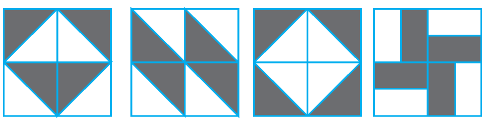
(2)$\triangle ABC$ 与 $\triangle PQR$ 关于原点对称。

(3)由题意得 $\begin{cases}2a+5=3+a,\\1-3b=b-3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-2,\\b=1。\end{cases}$

则方程可化为 $\frac{x+3}{2}-\frac{2-2x}{3}=1$,解得 $x=\frac{1}{7}$。

6 解:(1)如图①②③所示。

(2)如图④所示。



①　②　③　④

第 6 题图

解析

1 第一个图案是轴对称图形,而不是中心对称图形。符合题意;其余三个图案既是中心对称图形,又是轴对称图形。不符合题意。故是轴对称图形而不是中心对称图形的个数是 1 个。

2 ∵ 点 B,C 的坐标分别为 $(2,1)$,$(6,1)$,$\angle BAC=90°$,$AB=AC$,∴ $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形 ,∴ $A(4,3)$。设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$,则 $\begin{cases}3=4k+b,\\1=2k+b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=1,\\b=-1。\end{cases}$ ∴ 直线 AB 的解析式为 $y=x-1$。令 $x=0$,则 $y=-1$,∴ $P(0,-1)$。又∵ 点 A 与点 A' 关于点 P 成中心对称,∴ 点 P 为 AA' 的中点。设 $A'(m,n)$,则 $\frac{m+4}{2}=0$,$\frac{3+n}{2}=-1$。∴ $m=-4$,$n=-5$,∴ $A'(-4,-5)$。

3 依题意知阴影部分的面积之和为 $3\times2=6$。

4 依题意可知点 P 在第四象限,则有 $\begin{cases}3+2a>0,\\2a+1<0,\end{cases}$ 即 $-\frac{3}{2}<a<-\frac{1}{2}$。又因为 a 为整数,所以 $a=-1$。解 $\frac{2x+1}{x+1}=3$,得 $x=-2$。

4.4 平行四边形的判定定理

拔高题训练 正文 P122

答案

1 C　2 C　3 7　4 3

5 (1)证明:∵ $BE=FC$,∴ $BC=EF$。

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DFE$ 中,$\begin{cases}AB=DF,\\AC=DE,\\BC=EF,\end{cases}$

∴ $\triangle ABC\cong\triangle DFE$(SSS);

(2)解:由(1)知 $\triangle ABC\cong\triangle DFE$,

∴ $\angle ABC=\angle DFE$,∴ $AB/\!/DF$。

∵ $AB=DF$,∴ 四边形 $ABDF$ 是平行四边形。

6 证明:(1)在▱$ABCD$ 中,$AD/\!/BC$。

∵ $DF/\!/BE$,∴ 四边形 $BFDE$ 是平行四边形,

∴ $DE=BF$。

(2)在▱$ABCD$ 中,$AD/\!/BC$ 且 $AD=BC$。

∵ $DE=BF$,∴ $AD-DE=BC-BF$,即 $AE=CF$。

∴ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形。

∴ $AF/\!/CE$。

∵ 四边形 $BFDE$ 是平行四边形,∴ $DF/\!/BE$。

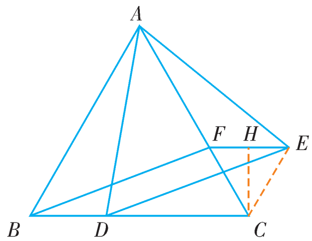
∴ 四边形 $MFNE$ 是平行四边形。

解析

1 A. $AB/\!/CD$,$AB=CD$,∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,故能判定这个四边形是平行四边形;B. ∵ $AB/\!/CD$,∴ $\angle CDO=\angle ABO$,$\angle OAB=\angle OCD$。∵ $AO=CO$,∴ $\triangle DCO\cong\triangle BAO$,∴ $OD=OB$,∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,故能判定这个四边形是平行四边形;C. ∵ $AB/\!/CD$,$AD=BC$,∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形或等腰梯形,故不能判定这个四边形是平行四边形;D. ∵ $AB/\!/CD$,$AD/\!/BC$,∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,故能判定这个四边形是平行四边形。

2 连接 EC,作 $CH\perp EF$,垂足为点 H。∵ $\triangle ABC$,$\triangle ADE$ 都是等边三角形,∴ $AB=AC$,$AD=AE$,$\angle BAC=\angle DAE=\angle ABC=\angle ACB=60°$。∴ $\angle BAD=\angle CAE$。∴ $\triangle BAD\cong\triangle CAE$。∴ $BD=EC=1$,$\angle ACE=\angle ABD=60°$。∵ $EF/\!/BC$,∴ $\angle EFC=\angle ACB=60°$。∴ $\triangle EFC$是等边三角形,$CH=\frac{\sqrt{3}}{2}$。∴ $EF=EC=BD$。∵ $EF/\!/BD$,∴ 四边形 $BDEF$ 是平行四边形,故②正确;∵ $BD=CF=1$,$BA=BC$,$\angle ABD=$

$\angle BCF$，$\therefore \triangle ABD \cong \triangle BCF$，故①正确；$\because S_{平行四边形BDEF}=BD\cdot CH=\frac{\sqrt{3}}{2}$，故③正确；$S_{\triangle AEF}=\frac{2}{3}S_{\triangle AEC}=\frac{2}{3}\cdot S_{\triangle ABD}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，故④错误。



第 2 题图

3 由题意得：当 $OA=7$ 时，$OC=14-7=7=OA$。$\because OB=OD$，$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形。故答案为 7。

4 设经过 t s，以点 P,D,Q,B 为顶点组成平行四边形，$\because$ 以点 P,D,Q,B 为顶点组成平行四边形，$\therefore DP=BQ$。分为以下四种情况：①点 Q 的运动路线是 $C-B$，方程为 $12-4t=12-t$，此时方程 $t=0$，此时不符合题意；②点 Q 的运动路线是 $C-B-C$，方程为 $4t-12=12-t$，解得 $t=4.8$；③点 Q 的运动路线是 $C-B-C-B$，方程为 $12-(4t-24)=12-t$，解得 $t=8$；④点 Q 的运动路线是 $C-B-C-B-C$，方程为 $4t-36=12-t$，解得 $t=9.6$。$\therefore$ 共 3 次。

4.5 三角形的中位线

拔高题训练 正文 P127

答案

1 B　**2** A　**3** 24　**4** 41

5 解：(1) $\because BD$ 是 $\angle ABC$ 的平分线，

$\therefore \angle ABD=\angle CBD=\frac{1}{2}\angle ABC$。

$\because DE/\!/BC$，$\therefore \angle EDB=\angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=40°$。

(2) $\because AB=BC$，BD 是 $\angle ABC$ 的平分线，

$\therefore D$ 为 AC 的中点。

$\because DE/\!/BC$，$\therefore E$ 为 AB 的中点，

$\therefore DE=\frac{1}{2}AB=6$ cm。

6 (1) 证明：$\because AE\perp BD$，$\therefore \angle AED=\angle AEB=90°$。

$\therefore \angle BAE+\angle ABE=90°$，$\angle DAE+\angle ADE=90°$。

$\because \angle BAE=\angle DAE$，$\therefore \angle ABE=\angle ADE$。$\therefore AB=AD$。

$\because AE\perp BD$，$\therefore BE=DE$。

$\because$ 点 F 是 BC 的中点，

$\therefore EF=\frac{1}{2}DC=\frac{1}{2}(AC-AD)=\frac{1}{2}(AC-AB)$。

(2) 结论：$EF=\frac{1}{2}(AB-AC)$。

解析

1 $\because$ 在四边形 $ABCD$ 中，M,N,P 分别是 AD,BC,BD 的中点，$\therefore PN,PM$ 分别是 $\triangle CDB$ 与 $\triangle DAB$ 的中位线。

$\therefore PM=\frac{1}{2}AB$，$PN=\frac{1}{2}DC$，$PM/\!/AB$，$PN/\!/DC$。

$\because AB=CD$，$\therefore PM=PN$，$\therefore \triangle PMN$ 是等腰三角形。

$\because PM/\!/AB$，$PN/\!/DC$，

$\therefore \angle MPD=\angle ABD=20°$，$\angle BPN=\angle BDC=70°$。

$\therefore \angle MPN=\angle MPD+\angle NPD=20°+(180-70)°=130°$。$\therefore \angle PMN=\frac{180°-130°}{2}=25°$。

2 第 1 个三角形的直角顶点坐标为 $(-2,2)$；第 2 个三角形的直角顶点坐标为 $(-1,1)$；第 3 个三角形的直角顶点坐标为 $\left(-\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$；第 4 个三角形的直角顶点坐标为 $\left(-\frac{5}{4},\frac{5}{4}\right)$；第 5 个三角形的直角顶点坐标为 $\left(-\frac{11}{8},\frac{11}{8}\right)$；第 6 个三角形的直角顶点坐标为 $\left(-\frac{21}{16},\frac{21}{16}\right)$。

3 $\because$ 点 D,E 分别是 AB,AC 的中点，$AE=6$，$DE=5$，

$\therefore BC=10$，$CE=6$。

$\because \angle BEC=90°$，$\therefore BE^2+6^2=10^2$。

$\therefore BE=8$。$\therefore \triangle BEC$ 的周长 $=6+8+10=24$。

4 在 $\triangle ABN$ 和 $\triangle ADN$ 中，$\begin{cases}\angle 1=\angle 2,\\ AN=AN,\\ \angle ANB=\angle AND,\end{cases}$

$\therefore \triangle ABN\cong\triangle AND$。$\therefore AD=AB=10$，$BN=DN$。

$\because M$ 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 的中点，$BN=DN$，

$\therefore CD=2MN=6$，

$\therefore \triangle ABC$ 的周长 $=AB+BC+CA=41$。

4.6 反证法

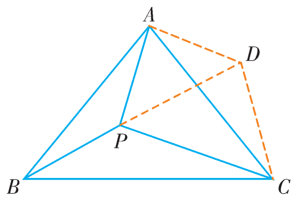
拔高题训练 正文 P132

答案

1 D　**2** A　**3** $\angle A\leqslant 60°$　**4** 66

5 证明:假设 $PB \geqslant PC$。

把 $\triangle ABP$ 绕点 A 逆时针旋转,使 B 与 C 重合,得到 $\triangle ADC$,



第 5 题图

$\because PB \geqslant PC, PB = CD, \therefore CD \geqslant PC$。$\therefore \angle CPD \geqslant \angle CDP$。

又$\because AP = AD, \therefore \angle APD = \angle ADP$。

$\therefore \angle APD + \angle CPD \geqslant \angle ADP + \angle CDP$,即 $\angle APC \geqslant \angle ADC$。

又$\because \angle APB = \angle ADC$,

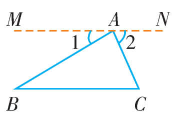
$\therefore \angle APC \geqslant \angle APB$,与 $\angle APB > \angle APC$ 矛盾。

$\therefore PB \geqslant PC$ 不成立。

综上所述,得:$PB < PC$。

6 解:(1) $\angle A + \angle B$

(2)两直线平行,内错角相等 PE BD 如果两条直线都和第三条直线平行,那么这两条直线也互相平行 $\angle BPE$ $\angle APB = \angle B - \angle A$



第 6 题图

(3)证明:如图,过点 A 作 $MN /\!/ BC$,

则 $\angle B = \angle 1, \angle C = \angle 2$。

$\because \angle BAC + \angle 1 + \angle 2 = 180°$,

$\therefore \angle BAC + \angle B + \angle C = 180°$。

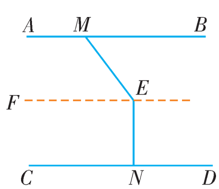
即 $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$。

解析

1 c 与 b 的位置关系有 $c /\!/ b$ 和 c 与 b 相交两种,因此用反证法证明:“$c /\!/ b$”时,应先假设 c 与 b 相交。

3 反证法的第一步是假设结论不成立;原结论为 $\angle A > 60°$,它的反面有两种情况:$\angle A = 60°$,$\angle A < 60°$;需一一否定。

4 过点 E 作 $EF /\!/ AB$,由平行线的性质可得 $\angle BME = \angle MEF$,利用平行线的判定定理和性质定理可得 $\angle NEF = 90°$。$\because \angle MEN = 156°, \therefore \angle MEF + 90° = 156°$,



第 4 题图

$\therefore \angle MEF = \angle BME = 156° - 90° = 66°$。

第 5 章 特殊平行四边形

5.1 矩形

拔高题训练 正文 P145

答案

1 C **2** C **3** $\frac{24}{5}$ **4** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$或$\frac{3\sqrt{5}}{5}$

5 (1)证明:在矩形 $ABCD$ 中,$\because AD /\!/ BC, \therefore \angle AEB = \angle DAF$。

又$\because DF \perp AE, \therefore \angle DFA = 90°, \therefore \angle DFA = \angle B$。

又$\because AD = EA, \therefore \triangle ADF \cong \triangle EAB, \therefore DF = AB$。

(2)解:$\because \angle ADF + \angle FDC = 90°, \angle DAF + \angle ADF = 90°$,

$\therefore \angle FDC = \angle DAF = 30°, \therefore AD = 2DF$。

$\because DF = AB, \therefore AD = 2AB = 8$。

6 (1) 证明:$\because AE /\!/ BD, \therefore \angle CDB = \angle DAE$。

$\because \angle ACB = 90°, DE \perp AC, \therefore \angle C = \angle ADE = 90°$。

$\because D$ 为 AC 中点,$\therefore AD = CD$。

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle DCB$ 中,$\begin{cases} \angle ADB = \angle C, \\ AD = CD, \\ \angle DAE = \angle CDB, \end{cases}$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle DCB$(ASA)。

(2)解:四边形 $BCDE$ 是矩形;理由如下:

由(1)得 $\triangle ADE \cong \triangle DCB, \therefore DE = BC$。

又$\because \angle ACB = 90°, DE \perp AC$,

$\therefore DE /\!/ BC, \therefore$ 四边形 $BCDE$ 是矩形;

(3)解:在 Rt$\triangle DCB$ 中,$BC = 4, BD = 5$,

由勾股定理得:$CD = \sqrt{BD^2 - BC^2} = 3$,

$\therefore AD = CD = 3$。

$\because$ 四边形 $BCDE$ 是矩形,$\therefore BE = CD = 3$。

$\therefore$ 四边形 $ACBE$ 的周长是 $AC + BC + BE + AE = 3 + 3 + 4 + 3 + 5 = 18$。

解析

1 $\because BD, CE$ 是高,点 G 是 BC 的中点,

$\therefore GE = \frac{1}{2}BC, GD = \frac{1}{2}BC$。

$\therefore GE = GD$,A 正确,不符合题意;

$\because GE = GD, F$ 是 DE 的中点,

$\therefore GF \perp DE$,B 正确,不符合题意;

$\angle DGE$ 的度数不确定,C 错误,符合题意;

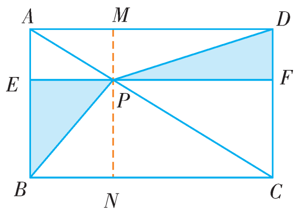
$\because GE = GD, F$ 是 DE 的中点,

$\therefore GF$ 平分 $\angle DGE$,D 正确,不符合题意。

2 作 $PM\perp AD$,垂足为点 M,交 BC 于 N。

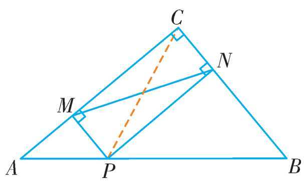
则有四边形 $AEPM$,四边形 $DFPM$,四边形 $CFPN$,四边形 $BEPN$ 都是矩形,$\therefore S_{\triangle ADC}=S_{\triangle ABC}$,$S_{\triangle AMP}=S_{\triangle AEP}$,$S_{\triangle PBE}=S_{\triangle PBN}$,$S_{\triangle PFD}=S_{\triangle PDM}$,$S_{\triangle PFC}=S_{\triangle PCN}$,

$\therefore S_{\triangle DFP}=S_{\triangle PBE}=\frac{1}{2}\times2\times8=8$,$\therefore S_{阴}=8+8=16$。



第 2 题图

3 如图,连接 PC。



第 3 题图

在$\triangle ABC$,$\because \angle ACB=90°$,$AC=8$,$BC=6$,

$\therefore AB=\sqrt{6^2+8^2}=10$。

$\because PM\perp AC$,$PN\perp BC$,$\therefore \angle PMC=\angle PNC=\angle ACB=90°$。

$\therefore$ 四边形 $PMCN$ 是矩形,$\therefore MN=PC$,

$\therefore$ 当 $PC\perp AB$ 时,PC 的值最小,

最小值 $=\frac{AC\cdot BC}{AB}=\frac{24}{5}$。

4 根据题意可得四边形 $ABNM$ 是矩形,所以 $AB=MN=3$,$AM=BN$,根据折叠的性质可得 $AB=AB'$,$BE=B'E$,点 B' 为线段 MN 的三等分点时,分两种情况:①当 $MB'=1$,$B'N=2$ 时,在 $\mathrm{Rt}\triangle AMB'$ 中,由勾股定理求得 $AM=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$。设 $BE=B'E=x$,在 $\mathrm{Rt}\triangle ENB'$ 中,由勾股定理可得 $x^2=2^2+(2\sqrt{2}-x)^2$,解得 $x=\frac{3\sqrt{2}}{2}$;②当 $MB'=2$,$B'N=1$ 时,在 $\mathrm{Rt}\triangle AMB'$ 中,由勾股定理求得 $AM=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$。设 $BE=B'E=x$,在 $\mathrm{Rt}\triangle ENB'$ 中由勾股定理可得 $x^2=1^2+(\sqrt{5}-x)^2$,解得 $x=\frac{3\sqrt{5}}{5}$。

5.2 菱形

拔高题训练 正文 P153

答案

1 C　**2** D　**3** $2\sqrt{3}$　**4** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

5 证明:(1)$\because EF$ 是对角线 AC 的垂直平分线,

$\therefore AO=CO$,$AC\perp EF$。

$\because AD/\!/BC$,$\therefore \angle AEO=\angle CFO$,$\angle EAO=\angle FCO$。

在$\triangle AEO$ 和$\triangle CFO$ 中,$\begin{cases}\angle EAO=\angle FCO,\\ \angle AEO=\angle CFO,\\ AO=CO,\end{cases}$

$\therefore \triangle AEO\cong\triangle CFO(\mathrm{AAS})$,$\therefore AE=CF$。

$\therefore$ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形。

又$\because AC\perp EF$,$\therefore$ 四边形 $AFCE$ 是菱形。

(2)$\because \angle B=90°$,$AB=6$,$BC=8$,

$\therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=10$。

$\because$ 四边形 $AFCE$ 是菱形,$\therefore AF=FC$。

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABF$ 中,设 $AF=FC=x$,则 $BF=8-x$。

$\therefore AB^2+BF^2=AF^2$,$\therefore 6^2+(8-x)^2=x^2$,$\therefore x=\frac{25}{4}$。

$\therefore OF=\sqrt{CF^2-OC^2}=\sqrt{\left(\frac{25}{4}\right)^2-5^2}=\frac{15}{4}$,

$\therefore EF=2OF=\frac{15}{2}$。

6 (1)解:设 $AB=x$,

$\because \angle B=90°$,$\angle C=30°$,$\therefore AC=2AB=2x$。

由勾股定理,得$(2x)^2-x^2=(5\sqrt{3})^2$,解得 $x=5$,

$\therefore AB=5$,$AC=10$。

(2)证明:在$\triangle DFC$ 中,$\angle DFC=90°$,$\angle C=30°$,

$DC=2t$,$\therefore DF=\frac{1}{2}CD=t$。

又$\because AE=t$,$\therefore AE=DF$。

(3)解:四边形 $AEFD$ 能够成为菱形。理由如下:

$\because AB\perp BC$,$DF\perp BC$,$\therefore AE/\!/DF$。

又$\because AE=DF$,$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 为平行四边形。

$\because AC=10$,

$\therefore AD=AC-DC=10-2t$。

若使$\square AEFD$ 为菱形,则需 $AE=AD$,

即 $t=10-2t$,解得:$t=\frac{10}{3}$。

即当 $t=\frac{10}{3}$时,四边形 $AEFD$ 为菱形。

(4)解:当 $t=\frac{5}{2}$或 4 时,$\triangle DEF$ 为直角三角形,理由如下:分情况讨论:

①$\angle EDF=90°$时,$10-2t=2t$,$t=\frac{5}{2}$。

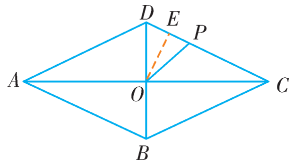
②$\angle DEF=90°$时,$10-2t=\frac{1}{2}t$,$t=4$。

③$\angle EFD=90°$时,此种情况不存在。

故当 $t=\frac{5}{2}$ 或 4 时，$\triangle DEF$ 为直角三角形。

解析

1 作 $OE\perp PD$，垂足为点 E，如图所示。



第 1 题图

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AC\perp BD, OD=OB=\frac{1}{2}BD=3, OC=OA=\frac{1}{2}AC=4$。

$\therefore CD=\sqrt{OD^2+OC^2}=5$。

$\because \triangle OCD$ 的面积 $=\frac{1}{2}CD\times OE=\frac{1}{2}\times OD\times OC$，

$\therefore OE=\frac{OD\times OC}{CD}=\frac{12}{5}$。

$\because OD=OP, OE\perp PD, \therefore PE=DE$。

由勾股定理得 $DE=\sqrt{OD^2-OE^2}=\sqrt{3^2-\left(\frac{12}{5}\right)^2}=\frac{9}{5}$，$\therefore PD=2DE=\frac{18}{5}$。

$\therefore CP=CD-PD=5-\frac{18}{5}=\frac{7}{5}$。

2 $\because$ 六边形 $EFGHLK$ 的各个内角相等，$\therefore$ 该六边形的每个内角为 $120°$，每个外角都是 $60°$。

$\therefore \triangle BFG, \triangle AEK, \triangle CHL$ 都是等边三角形。

$\therefore \angle B=\angle BAC=\angle ACB=60°$，

$BF=FG, AE=AK, CL=HL$，

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形，$\therefore AB=AC$，

即 $BF+FE+AE=AK+KL+CL$。

又 $\because BF=FG=KL, \therefore CL=EF=6=CH$。

由轴对称可得，四边形 $HCH'L$、四边形 $EKE'A$ 都是菱形。

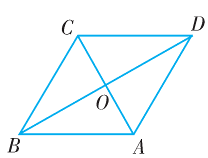
$\because C_1=2C_2, \therefore AE=\frac{1}{2}CH=3$。

又 $\because 2C_2=4C_3, \therefore C_3=\frac{1}{2}C_2=\frac{1}{2}\times 12=6$。

$\therefore BF=\frac{1}{3}\times 6=2$，

$\therefore AB=BF+EF+AE=2+6+3=11$。

3 依照题意画出图形，如图所示。



第 3 题图

在 $\mathrm{Rt}\triangle AOB$ 中，$AB=2, OB=\sqrt{3}$，

$\therefore OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=1$。

$\therefore AC=2OA=2$，

$\therefore S_{菱形ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD=\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$。

4 连接 DB，

$\because AB$ 的垂直平分线交对角线 AC 于点 F，

$\therefore \angle AEF=90°, AB=2AE$。

$\because$ 菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=60°$，

$\therefore \angle FAE=30°, \therefore AE=\frac{\sqrt{3}}{2}$。

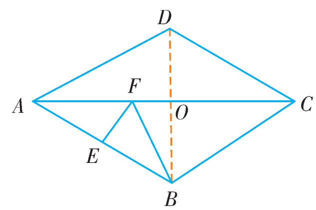
$\because$ 菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=60°, \therefore AD=AB$。

$\therefore \triangle ADB$ 是等边三角形，

$\therefore DB=AB=2AE=\sqrt{3}$。

$\therefore AC=2AO=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}\times 2=3$，

$\therefore$ 菱形 $ABCD$ 的面积 $=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 3=\frac{3\sqrt{3}}{2}$。



第 4 题图

5.3 正方形

拔高题训练 正文 P162

答案

1 B　**2** D　**3** ①②③④

4 $3\sqrt{5}-3$

5 证明：(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AD/\!/BC, \angle BAD=2\angle DAC, \angle ABC=2\angle DBC$。

$\therefore \angle BAD+\angle ABC=180°$。

$\because \angle CAD=\angle DBC, \therefore \angle BAD=\angle ABC$。

$\therefore 2\angle BAD=180°, \therefore \angle BAD=90°$。

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形。

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AC\perp BD, AC=BD, CO=\frac{1}{2}AC, DO=\frac{1}{2}BD$。

$\therefore \angle COB=\angle DOC=90°, CO=DO$。

$\because DH\perp CE$，垂足为 H，

$\therefore \angle DHE=90°, \angle FDO+\angle DEH=90°$。

$\because \angle ECO+\angle DEH=90°$，

$\therefore \angle ECO=\angle FDO$。

在$\triangle ECO$和$\triangle FDO$中，$\begin{cases}\angle ECO=\angle FDO,\\ CO=DO,\\ \angle COE=\angle DOF=90°,\end{cases}$

$\therefore \triangle ECO\cong\triangle FDO$(ASA)，

$\therefore OE=OF$。

6 解：(1)由题意知，当$BQ=AP$时，四边形$ABQP$为矩形，

$\therefore t=16-t$，解得$t=8$，

$\therefore$当$t=8$时，四边形$ABQP$为矩形；

(2)四边形$AQCP$为菱形；理由如下：

$\because t=6$，$\therefore BQ=6$，$DP=6$。

$\therefore CQ=16-6=10$，$AP=16-6=10$，

$\therefore AP=CQ$，$AP/\!/CQ$。

$\therefore$四边形$AQCP$为平行四边形，

在Rt$\triangle ABQ$中，$AQ=\sqrt{AB^2+BQ^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$，

$\therefore AQ=CQ$。

$\therefore$四边形$AQCP$为菱形，

$\therefore$当$t=6$时，四边形$AQCP$为菱形；

(3)$\because$正方形面积为96，

$\therefore$正方形的边长为：$4\sqrt{6}$，

$\therefore PQ=\sqrt{2}\times4\sqrt{6}=8\sqrt{3}$；

分两种情况：

①如图①所示：作$PM\perp BC$，垂足为点M，

则$PM=AB=8$，$DP=BQ=t$，$AP=BM=16-t$，

由勾股定理得：$QM=\sqrt{PQ^2-PM^2}=8\sqrt{2}$，

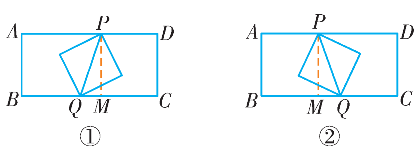
$\because BM=BQ+QM$，

$\therefore t+8\sqrt{2}=16-t$，解得：$t=8-4\sqrt{2}$。

②如图②所示：$DP=BQ=t$，$AP=BM=16-t$，

$\because BQ=BM+QM$，$\therefore 16-t+8\sqrt{2}=t$，解得$t=8+4\sqrt{2}$；

综上所述，以PQ为对角线的正方形面积为96时t的值为：$8-4\sqrt{2}$或$8+4\sqrt{2}$。



第6题图

解析

1 $\because$四边形$ABCD$是正方形，$\therefore AB=BC'=\sqrt{3}$，$\angle BAM=\angle BC'M=90°$。

在Rt$\triangle ABM$和Rt$\triangle C'BM$中，$\begin{cases}BM=BM,\\ AB=C'B,\end{cases}$

$\therefore$ Rt$\triangle ABM\cong$Rt$\triangle C'BM$(HL)。

$\therefore \angle1=\angle2$。

$\because$将边长为$\sqrt{3}$的正方形$ABCD$绕点B逆时针旋转30°，

$\therefore \angle CBC'=30°$。$\therefore \angle1=\angle2=30°$。

在Rt$\triangle ABM$中，$AB=\sqrt{3}$，$\angle1=30°$，

$\therefore AM=\dfrac{\sqrt{3}}{3}AB=1$。

$\therefore$点M的坐标为$(1,\sqrt{3})$。

2 $\because$四边形$ABCD$是正方形，

$\therefore AB=BC=CD=AD$，$\angle B=\angle BCD=90°$。

$\because$点E,F,H分别是AB,BC,CD的中点，

$\therefore BE=CF$。

在$\triangle BCE$与$\triangle CDF$中，$\begin{cases}BE=CF,\\ \angle B=\angle DCF,\\ BC=CD,\end{cases}$

$\therefore \triangle BCE\cong\triangle CDF$(SAS)。

$\therefore \angle ECB=\angle CDF$。

$\because \angle BCE+\angle ECD=90°$，

$\therefore \angle ECD+\angle CDF=90°$。

$\therefore \angle CGD=90°$，$\therefore CE\perp DF$，故①正确；

在Rt$\triangle CGD$中，H是CD边的中点，

$\therefore HG=\dfrac{1}{2}CD=\dfrac{1}{2}AD$，故④正确；

连接AH，可得$AH\perp DF$，

$\because HG=HD=\dfrac{1}{2}CD$，$\therefore DK=GK$。

$\therefore AH$垂直平分DG，$\therefore AG=AD$，故②正确；

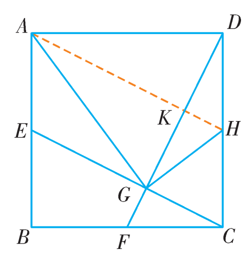
$\therefore \angle DAG=2\angle DAH$，同理$\triangle ADH\cong\triangle DCF$，

$\therefore \angle DAH=\angle CDF$。

$\because GH=DH$，$\therefore \angle HDG=\angle HGD$，

$\therefore \angle GHC=\angle HDG+\angle HGD=2\angle CDF$，

$\therefore \angle CHG=\angle DAG$。故③正确。



第2题图

3 $\because DE/\!/CA$，$DF/\!/BA$，$\therefore$四边形$AEDF$是平行四边形，故①正确；

$\because$ 四边形 $AEDF$ 是平行四边形，$\angle BAC=90°$，

$\therefore$ 四边形 $AEDF$ 是矩形，故②正确；

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$，四边形 $AEDF$ 是平行四边形，

$\therefore$ 四边形 $AEDF$ 是菱形，故③正确；

$\because$ 若 AD 平分 $\angle BAC$，则平行四边形 $AEDF$ 是菱形，

$\therefore$ 若 $\angle BAC=90°$，则平行四边形 $AEDF$ 是正方形，故④正确。

4 如图，在 Rt$\triangle ADM$ 和 Rt$\triangle BCN$ 中，$\begin{cases}AD=BC,\\AM=BN,\end{cases}$

$\therefore$ Rt$\triangle ADM\cong$Rt$\triangle BCN$(HL)。$\therefore\angle DAM=\angle CBN$。

在 $\triangle DCE$ 和 $\triangle BCE$ 中，$\begin{cases}BC=CD,\\\angle DCE=\angle BCE,\\CE=CE,\end{cases}$

$\therefore\triangle DCE\cong\triangle BCE$(SAS)。

$\therefore\angle CDE=\angle CBE$。$\therefore\angle DAM=\angle CDE$。

$\because\angle ADF+\angle CDE=\angle ADC=90°$，

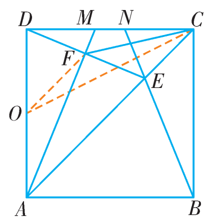
$\therefore\angle DAM+\angle ADF=90°$，$\therefore\angle AFD=180°-90°=90°$。

取 AD 的中点 O，连接 OF，OC，则 $OF=DO=\frac{1}{2}AD=3$，

在 Rt$\triangle ODC$ 中，$OC=\sqrt{DO^2+DC^2}=3\sqrt{5}$。

根据三角形的三边关系，$OF+CF>OC$，

$\therefore$ 当 O，F，C 三点共线时，CF 的长度最小，最小值 $=OC-OF=3\sqrt{5}-3$。



第 4 题图

第 6 章 反比例函数

6.1 反比例函数

拔高题训练

正文 P172

答案

1 A　**2** C　**3** -3

4 $y=2x+\frac{2}{x}$　$8\frac{1}{2}$

5 解：(1) $\because$ 购买的电脑价格为 1.2 万元，交了首付 4 000元之后每期付款 y 元，x 个月结清余款，

$\therefore xy+4\,000=12\,000$，$\therefore y=\frac{8\,000}{x}$。

(2) 当 $x=4$ 时，$y=\frac{8\,000}{4}=2\,000$(元)，

答：每月应付 2 000 元。

(3) 当 $y\leqslant500$ 时，则 $\frac{8\,000}{x}\leqslant500$，故 $x\geqslant16$，

答：李先生至少 16 个月才能结清余款。

6 解：(1) ①由题意 $xy=12$，$\therefore y=\frac{12}{x}\left(x\geqslant\frac{6}{5}\right)$。

②$y\geqslant4$ 时，$\frac{6}{5}\leqslant x\leqslant3$。

(2) 当 $2x+\frac{12}{x}=9.5$ 时，整理得 $4x^2-19x+24=0$，

$\Delta<0$，方程无解。

当 $2x+\frac{12}{x}=10.5$ 时，整理得 $4x^2-21x+24=0$，

$\Delta=57>0$，符合题意。

$\therefore$ 小凯的说法错误，洋洋的说法正确。

解析

1 A. $xy=\sqrt{2}$ 属于反比例函数，故此选项正确；B. $3x+2y=0$ 是一次函数，故此选项错误；C. $y=\frac{k}{x}$，不一定是反比例函数，故此选项错误；D. $y=\frac{2}{x+1}$ 是 y 与 $x+1$ 成反比例，故此选项错误。

2 由题意知 $m^2-3m+1=-1$，整理得 $m^2-3m+2=0$，解得 $m_1=1$，$m_2=2$。当 $m=1$ 时，$m^2-m=0$，不合题意，应舍去。$\therefore m$ 的值为 2。

3 由题意得 $m^2+2m-4=-1$，且 $m-1\neq0$，解得 $m=-3$。

4 y_1 与 x 成正比例，则可以设 $y_1=mx$(m 为常数，且 $m\neq0$)，y_2 与 x 成反比例，则可以设 $y_2=\frac{n}{x}$(n 为常数，$n\neq0$)，因而 y 与 x 之间的函数关系式是 $y=mx+\frac{n}{x}$。当 $x=1$ 时，$y=4$；当 $x=2$ 时，$y=5$，

就可以得到方程组 $\begin{cases}m+n=4,\\2m+\frac{n}{2}=5,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=2,\\n=2,\end{cases}$ 因而 y 与 x 之间的函数关系式 $y=y_1+y_2=2x+\frac{2}{x}$，

当 $x=4$ 时，代入得到 $y=8\frac{1}{2}$。

6.2 反比例函数的图像和性质

拔高题训练

正文 P180

答案

1 B　**2** D　**3** $(-3,-1)$或$(1,3)$

4 3

5 解：(1)(3,b)　(4,$b+1$)

(2)∵ 双曲线 $y=\frac{k}{x}$过点 $B(3,b)$和 $D(2,b+1)$，

∴ $3b=2(b+1)$，解得 $b=2$。

∴ B 点坐标为(3,2)，D 点坐标为(2,3)。

把 B 点坐标(3,2)代入 $y=\frac{k}{x}$，解得 $k=6$，

∴ 双曲线的表达式为 $y=\frac{6}{x}$。

(3)∵ ▱$ABCD$ 与双曲线 $y=\frac{4}{x}(x>0)$总有公共点，

∴ 当点 $A(1,b)$在双曲线 $y=\frac{4}{x}$上，得到 $b=4$，

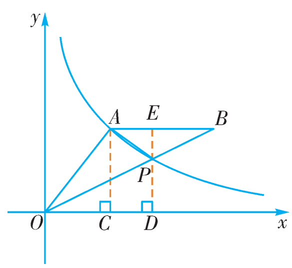
当点 $C(4,b+1)$在双曲线 $y=\frac{4}{x}$上，得到 $b=0$，

∴ b 的取值范围为 $0\leqslant b\leqslant 4$。

6 解：(1)将点 $A(4,3)$代入 $y=\frac{k}{x}$，得 $k=12$，

则反比例函数的表达式为 $y=\frac{12}{x}$。

(2)如图，过点 A 作 $AC\perp x$ 轴，垂足为点 C，



第 6 题图

则 $OC=4$，$AC=3$，∴ $OA=\sqrt{4^2+3^2}=5$。

∵ $AB\parallel x$ 轴，且 $AB=OA=5$，

∴ 点 B 的坐标为(9,3)。

(3)∵ 点 B 的坐标为(9,3)，

∴ 直线 OB 的解析式为 $y=\frac{1}{3}x$。

由$\begin{cases}y=\frac{1}{3}x,\\ y=\frac{12}{x}\end{cases}$可得点 P 的坐标为(6,2)。

过点 P 作 $PD\perp x$ 轴，垂足为点 D，延长 DP 交 AB 于点 E，

则点 E 坐标为(6,3)，∴ $AE=2$，$PE=1$，$PD=2$。

则△OAP 的面积 $=\frac{1}{2}\times(2+6)\times3-\frac{1}{2}\times6\times2-\frac{1}{2}\times2\times1=5$。

解析

1 ∵ $-(k^2+1)<0$，∴ $x>0$ 时，$y<0$，y 随着 x 的增大而增大；

$x<0$ 时，$y>0$，y 随着 x 的增大而增大。

∵ $-3<-2<0$，∴ $x_2>x_1>0$。

∵ $1>0$，∴ $x_3<0$，即 $x_3<x_1<x_2$。

2 如图，作 $B'C\perp y$ 轴，垂足为点 C，

∵ $\angle BAB'=90°$，$\angle AOB=90°$，

∴ $\angle BAO+\angle ABO=90°$，$\angle BAO+\angle B'AC=90°$。

∴ $\angle ABO=\angle B'AC$。又 $AB=AB'$，

∴ $\triangle ABO\cong\triangle B'AC$(AAS)，∴ $AO=B'C$。

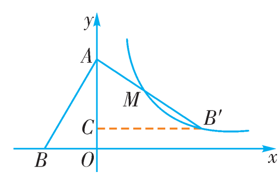
∵ 点 A (0,6)，∴ $B'C=6$，设点 B'的坐标为$\left(6,\frac{k}{6}\right)$。

∵ 点 M 是线段 AB'的中点，点 A(0, 6)，

∴ 点 M 的坐标为$\left(3,\frac{6+\frac{k}{6}}{2}\right)$。

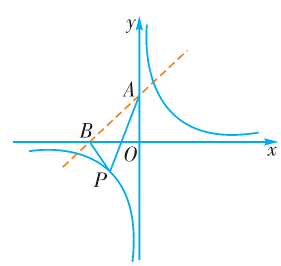
∵ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$的图像恰好经过点 M，

∴ $\frac{6+\frac{k}{6}}{2}=\frac{k}{3}$，解得 $k=12$。



第 2 题图

3 如图，



第 3 题图

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$，

将 $A(0,2)$，$B(-2,0)$代入，得$\begin{cases}b=2,\\ -2k+b=0,\end{cases}$

解得$\begin{cases}k=1,\\ b=2。\end{cases}$

∴ 直线 AB 的解析式为 $y=x+2$。

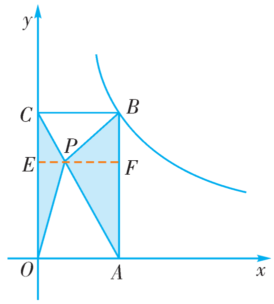
直线 AB 与双曲线 $y=\frac{3}{x}$ 的交点即为所求点 P，此时 $|PA-PB|=AB$，

即线段 PA 与线段 PB 之差的绝对值取得最大值，

由 $\begin{cases}y=x+2,\\ y=\frac{3}{x}\end{cases}$ 可得 $\begin{cases}x=-3,\\ y=-1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=1,\\ y=3。\end{cases}$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-3,-1)$ 或 $(1,3)$。

4 作 $PE\perp OC$，垂足为点 E，EP 的延长线交 AB 于 F。



第 4 题图

$\because S_{阴}=\frac{1}{2}\cdot OC\cdot PE+\frac{1}{2}\cdot AB\cdot PF=\frac{1}{2}\cdot OC\cdot EF=\frac{1}{2}S_{矩形ABCO}=3$。

6.3 反比例函数的应用

拔高题训练 正文 P184

答案

1 D　2 C　3 $(8\sqrt{505},0)$

4 0.6

5 解：(1) $\because$ 某空调生产厂的装配车间计划在一段时期内组装 9 000 台空调，设组装空调的效率为 y(台/天)，组装的时间为 x(天)，

$\therefore xy=9\ 000$，故 $y=\frac{9\ 000}{x}$。

(2) 由题意可得 $0<x\leqslant 60-10$，解得 $0<x\leqslant 50$，

对于函数 $y=\frac{9\ 000}{x}$，$\because k=9\ 000>0$，

$\therefore$ 当 $0<x\leqslant 50$ 时，y 的值随 x 值的增大而减小，

$\therefore y\geqslant\frac{9\ 000}{50}=180$。

答：装配车间每天至少要组装 180 台空调。

6 解：(1) 把 $m=200$，$p_{甲}=0.5$ 代入 $p_{甲}=\frac{k_{甲}}{m}$ 中，

得 $k_{甲}=100$。

由于 $p_{乙}$ 始终为 0.4，即 $\frac{k_{乙}}{m}=0.4$，$\therefore k_{乙}=0.4m$。

(2) 由 (1) 及优惠率 p 的含义可知：

当购买总金额都为 m 元，且在 $200\leqslant m<400$ 的条件下时，甲家商场采取的促销方案是：优惠 100 元；乙家商场采取的促销方案是：打 6 折促销。

(3) 由上可知，当 $200\leqslant m<400$ 时，去甲家商场需花 $(m-100)$ 元，去乙家商场需花 $0.6m$ 元。

由 $m-100=0.6m$，得 $m=250$。即当 $m=250$ 时，在两家商场购买商品花钱一样多；

再由图像易知，当 $200\leqslant m<250$ 时，选择甲商场更优惠；当 $250<m<400$ 时，选择乙商场更优惠。

解析

1 根据题意可知 $3\leqslant x\leqslant 5$。$\because y=\frac{15}{x}$，$\therefore x=\frac{15}{y}$。

$\therefore 3\leqslant\frac{15}{y}\leqslant 5$。$\therefore 5\geqslant y\geqslant 3$。

2 设反比例函数关系式为 $y=\frac{k}{x}$，将 $(7,100)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 得 $k=700$，$\therefore y=\frac{700}{x}$。将 $y=35$ 代入 $y=\frac{700}{x}$，解得 $x=20$；$\therefore$ 水温从 100℃ 降到 35℃ 所用的时间是 $20-7=13$(min)。

3 可设点 $P_1(x,y)$，根据等腰直角三角形的性质得 $x=y$。

又 $\because y=\frac{4}{x}$，则 $x^2=4$，$\therefore x=2$（负值已舍去）。

$\therefore$ 点 A_1 的坐标是 $(4,0)$。

设点 P_2 的坐标是 $(4+y,y)$，又 $\because y=\frac{4}{x}$，则 $y(4+y)=4$，即 $y^2+4y-4=0$。

解得 $y_1=-2+2\sqrt{2}$，$y_2=-2-2\sqrt{2}$。

$\because y>0$，$\therefore y=2\sqrt{2}-2$。

$\therefore$ 点 A_2 的坐标是 $(4\sqrt{2},0)$；

可以再进一步求得点 A_3 的坐标是 $(4\sqrt{3},0)$，推而广之，则点 A_n 的坐标是 $(4\sqrt{n},0)$。

故点 $A_{2\,020}$ 的坐标为 $(4\sqrt{2\,020},0)$，化简得 $(8\sqrt{505},0)$。

4 设 $y=\frac{k}{x-0.4}(k\neq 0)$，

因为当 $x=0.65$ 时，$y=0.8$，所以有 $0.8=\frac{k}{0.65-0.4}$。

$\therefore k=0.2$，$\therefore y=\frac{0.2}{x-0.4}=\frac{1}{5x-2}(x>0$ 且 $x\neq 0.4)$，

即 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=\frac{1}{5x-2}$。

把 $x=0.6$ 代入 $y=\frac{1}{5x-2}$ 中，得 $y=\frac{1}{5\times 0.6-2}=1$，

所以本年度的用电量为 $1+1=2$(亿千瓦时)，

$(0.6-0.3)\times 2=0.6$（亿元）。